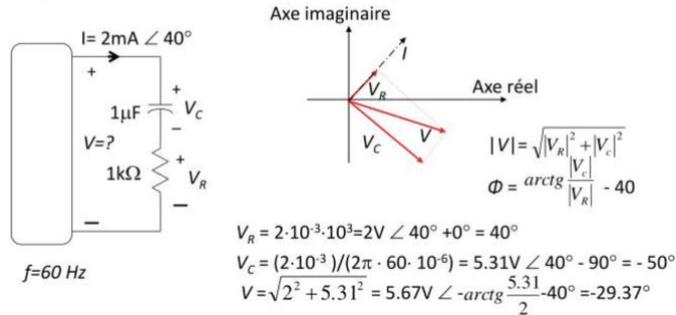


Analyse Appliquée (MTH2120) - Introduction

Thèmes: nombres complexes, fonctions d'une variable complexe, applications de ces fonctions en génie.

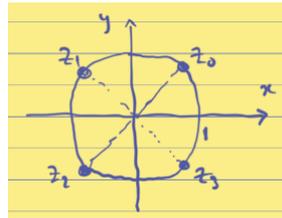
⇒ Les phaseurs en génie électrique

- Les phaseurs étant des quantités vectorielles, on peut les additionner géométriquement



⇒ Évaluation d'intégrales définies difficiles ... sans avoir à trouver la primitive!

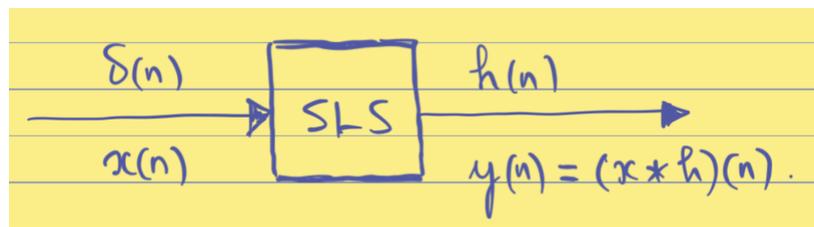
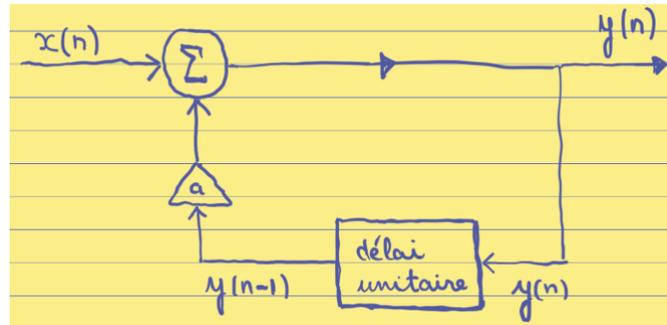
$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{1+x^4}$$



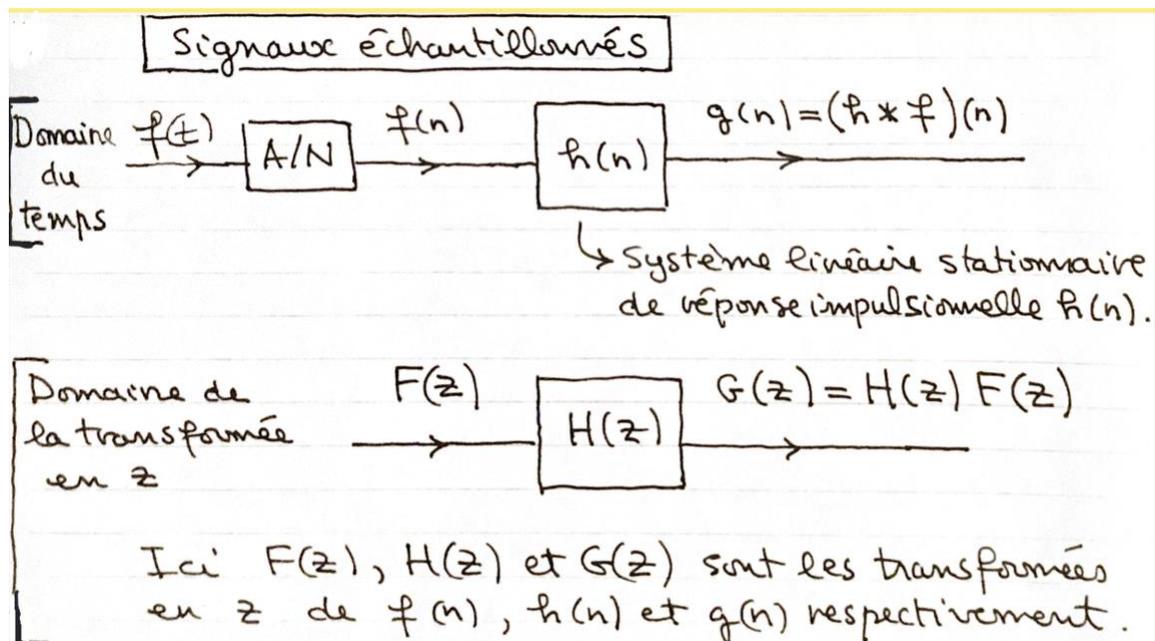
$$\int_0^{\infty} \frac{\cos(ax)}{1+x^2} dx$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin(x)}{x} dx$$

⇒ Les Systèmes Linéaires Stationnaires (SLS) et la réponse impulsionnelle



⇒ Une adaptation de la transformée de Laplace aux signaux échantillonnés (temps discret): la transformée en z



⇒ Systèmes Linéaires Stationnaires en temps continu, transformée de Laplace, réponse impulsionnelle en temps continu.

EX Système masse-ressort forcé

Il est défini par

$$\begin{cases} m y'' + K y = x(t), & t \geq 0, \\ y(0) = y'(0) = 0, \end{cases}$$

où $x(t)$ est une force extérieure.

Utiliser la T.L. pour trouver $y(t)$.

EX Circuit LC en série

Le courant $y(t)$ dans le circuit satisfait

$$\frac{1}{C} y + L y'' = x(t), \quad (1)$$

où $x(t)$ est le voltage appliqué au circuit. On suppose que

$y(0) = y'(0) = 0$ et $x(0) = 0$ avec $L=C=1$.

Si $x(t) = u(t-t_0)$, $t_0 > 0$, trouver la sortie $y(t)$.

Remarque Un S.L.S. est entièrement spécifié par sa R.I. $h(t)$.

Transformée de Laplace et fonction de transfert $H(s)$

$$Y(s) = H(s) X(s).$$

⇒ Impulsion et delta de Dirac

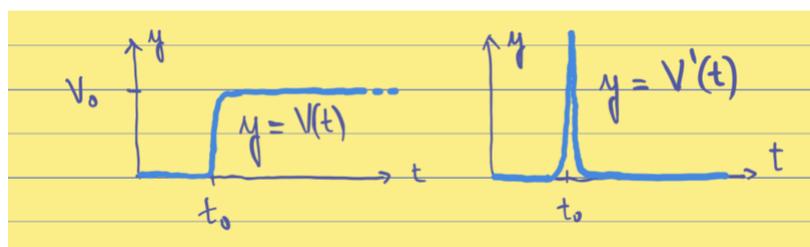
EX Circuit RC

L'entrée du système est le voltage $x(t)$, la sortie est le courant $y(t)$.

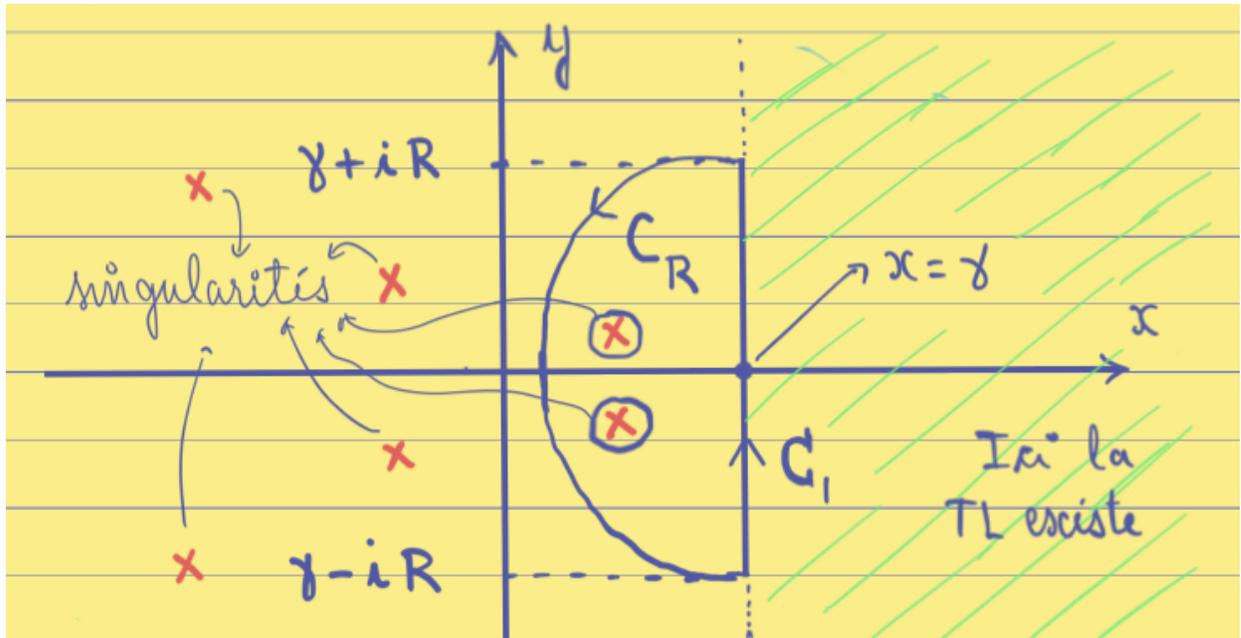
x et y sont reliés par

$$y' + \frac{1}{RC} y = \frac{1}{R} x', \quad t > 0,$$

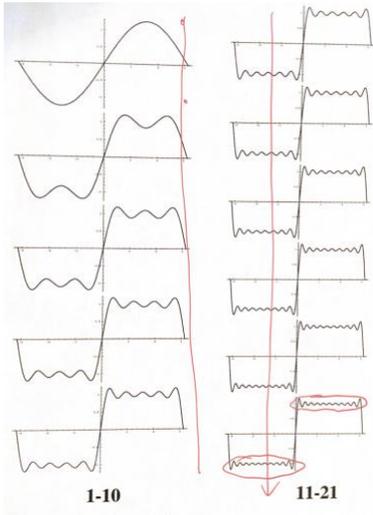
avec $y(0) = 0$ et $x(0) = 0$.



⇒ Transformée de Laplace inverse



⇒ Analyse de Fourier et réponse en fréquence des SLS



Applications des séries de Fourier

EX Circuit RLC

Ce système est modélisé par

source de voltage périodique

$$L I''(t) + R I'(t) + \frac{1}{C} I(t) = E(t), \quad (1)$$

où $E(t)$ est un voltage périodique de période $2T$, et $I(t)$ est le courant au temps t .

Exemple Considérons une poutre simplement supportée

La déflexion $y(x) \geq 0$ de la poutre satisfait

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} = q(x), \quad 0 < x < L, \quad (1)$$

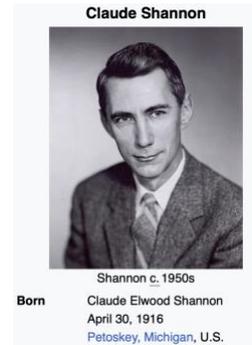
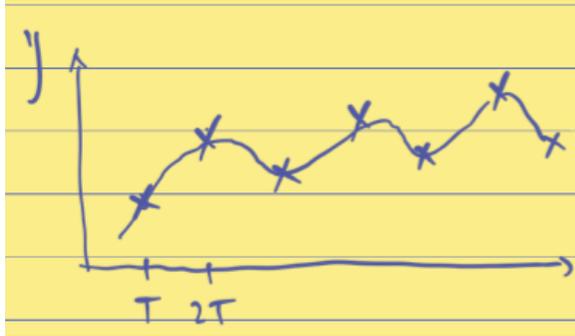
SLS

entrée $x(t)$

$h(t)$
 $\sqrt{2\pi} \hat{h}(\omega)$

$y(t) = (x * h)(t)$
 $\hat{y}(\omega) = \underbrace{\sqrt{2\pi} \hat{h}(\omega)}_{RF} \cdot \hat{x}(\omega)$

⇒ Transformée de Fourier, séries de Fourier et Théorème d'échantillonnage



Formule de reconstruction

$$X(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(nT) \text{sinc}[W(t-nT)].$$