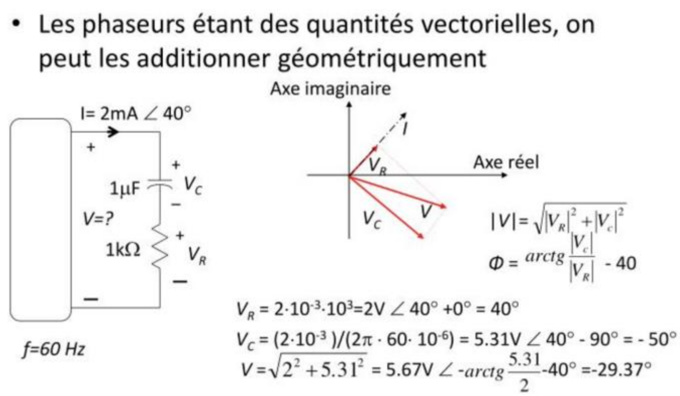
Analyse Appliquée (MTH2120) - Introduction

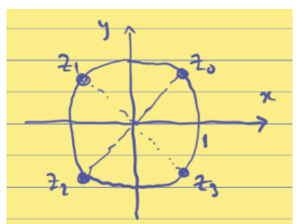
Thèmes: nombres complexes, fonctions d'une variable complexe, applications de ces fonctions en génie.

⇒ Les phaseurs en génie électrique



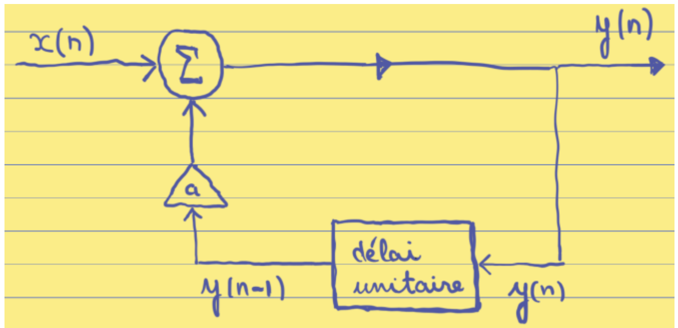
⇒ Évaluation d'intégrales définies difficiles ... sans avoir à trouver la primitive!

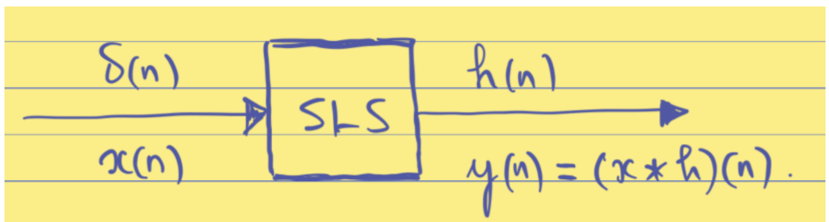
$$\int_0^\infty \frac{dx}{1+x^4}$$



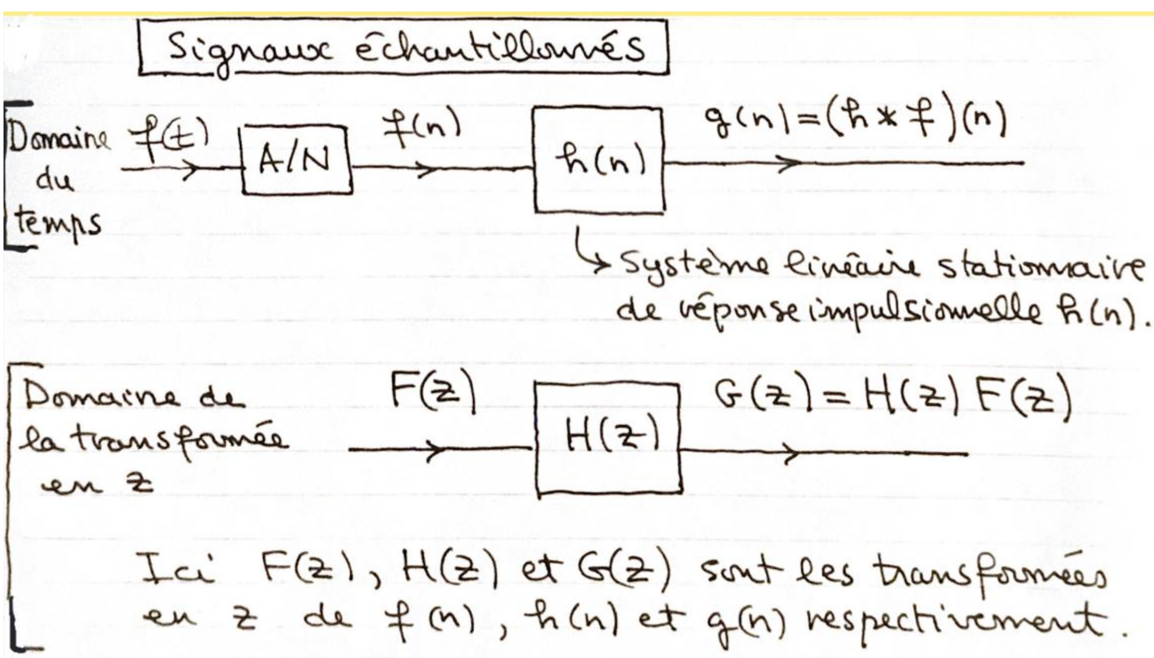
$$\int_0^\infty \frac{\cos(ax)}{1+x^2}\, dx \qquad \int_0^\infty \frac{\sin(x)}{x}\, dx$$

⇒ Les Systèmes Linéaires Stationnaires (SLS) et la réponse impulsionnelle





⇒ Une adaptation de la transformée de Laplace aux signaux échantillonnés (temps discret): la transformée en z

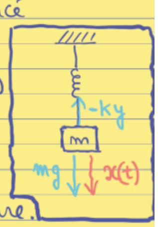


⇒ Systèmes Linéaires Stationnaires en temps continu, transformée de Laplace, réponse impulsionnelle en temps continu.

$\boxed{\text{EX}}$ Système masse-ressort forcé

Il est défini par

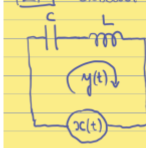
$$\begin{cases} m\,y'' + K y = x(t), \quad t \geq 0, & (1) \\ y(0) = y'(0) = 0, \end{cases}$$



où $x(t)$ est une force extérieure.

Utiliser la T.L. pour trouver $y(t)$.

$\boxed{\text{EX}}$ Circuit LC en série.



Le courant $y(t)$ dans le circuit satisfait

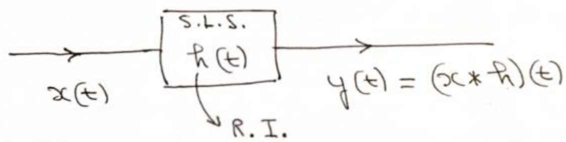
$$\frac{1}{C} y + L y'' = x'(t), \quad (1)$$

où $x(t)$ est le voltage appliqué au circuit. On supposera que

$y(0) = y'(0) = 0$ et $x(0) = 0$ avec $L = C = 1$.

Si $x(t) = u(t - t_0)$, $t_0 > 0$, trouver la sortie $y(t)$.

$\boxed{\text{Remarque}}$ Un S.L.S. est <u>entièrement</u> <u>spécifié</u> par sa R.I. $h(t)$.

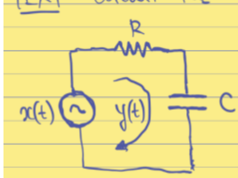


Transformée de Laplace et fonction de transfert H(s)

$$Y(s) = H(s)\,X(s).$$

⇒ Impulsion et delta de Dirac

$\boxed{\text{EX}}$ Circuit RC

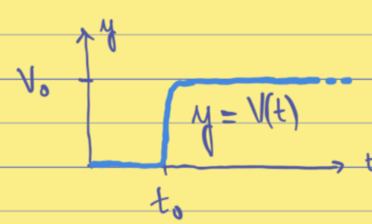


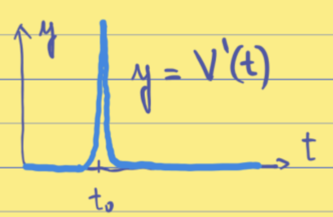
L'entrée du système est le voltage $x(t)$, la sortie est le courant $y(t)$.

x et y sont reliés par

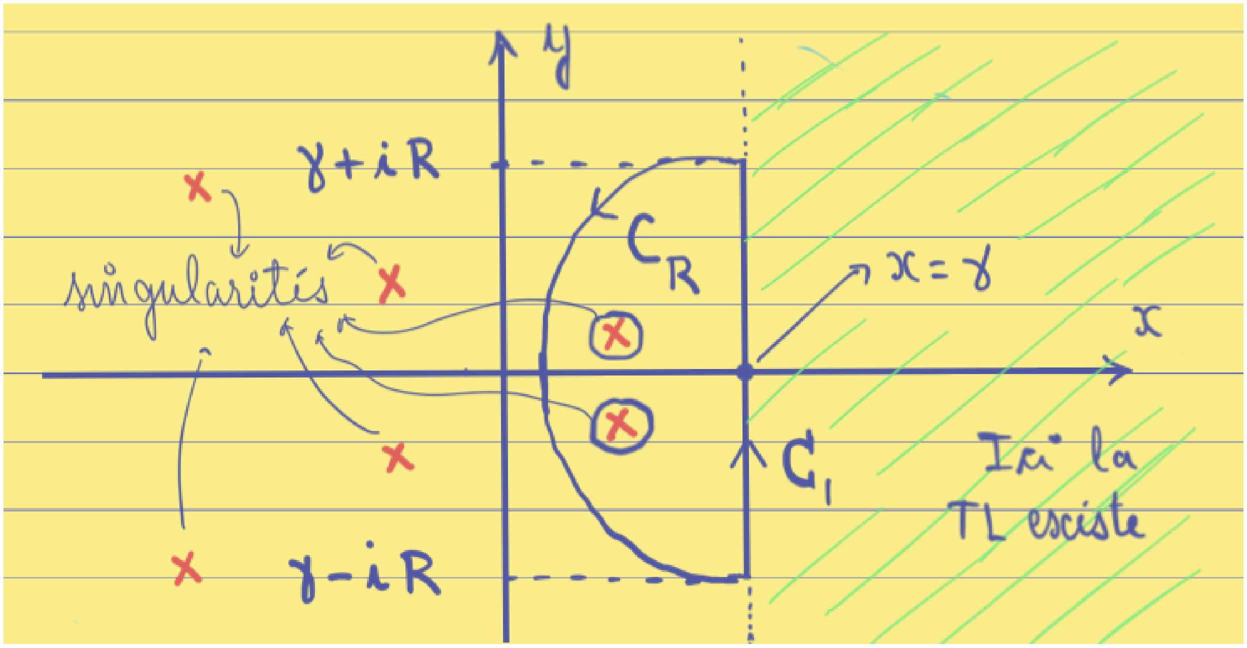
$$y' + \frac{1}{RC} y = \frac{1}{R} x', \quad t > 0,$$

avec $y(0) = 0$ et $x(0) = 0$.

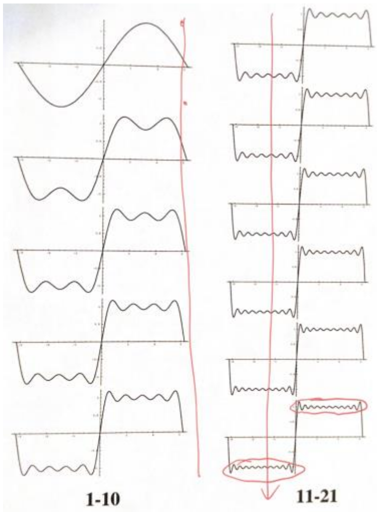


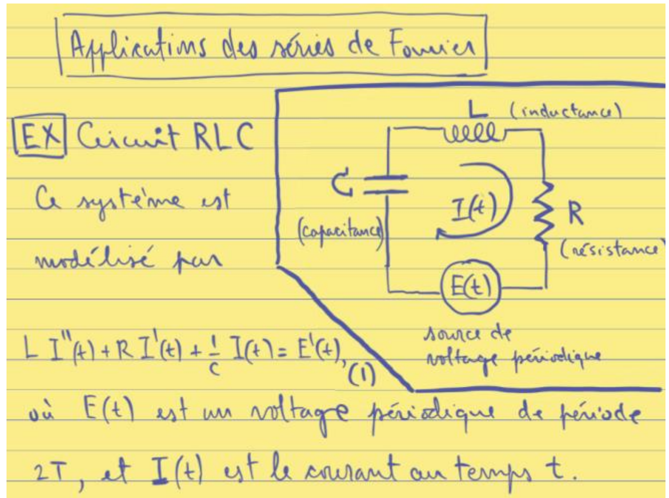


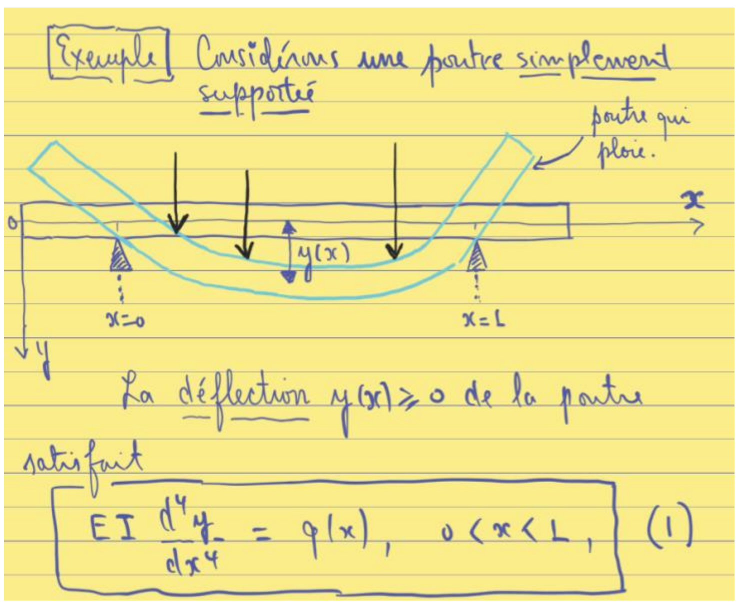
⟹ Transformée de Laplace inverse

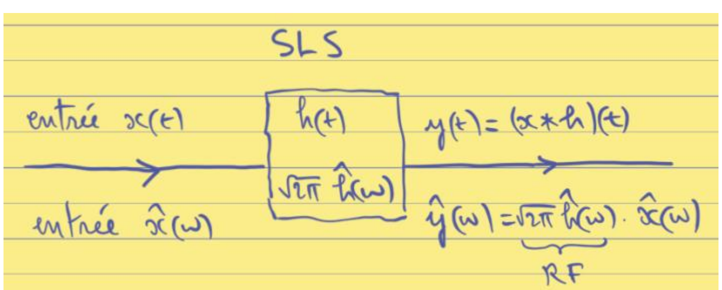


⇒ Analyse de Fourier et réponse en fréquence des SLS

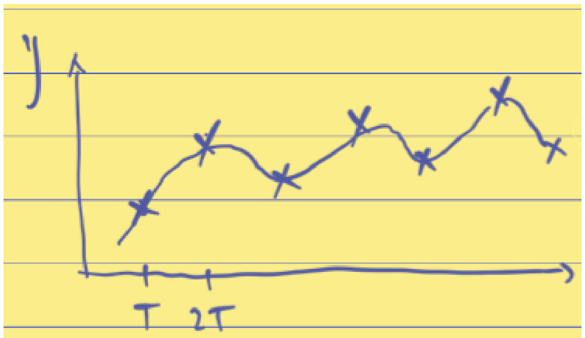




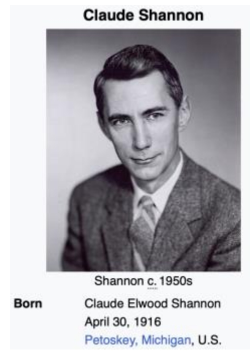




$\Longrightarrow$ Transformée de Fourier, séries de Fourier et Théorème d'échantillonnage



t



Formule de reconstruction

$$\boxed{x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT)\, \operatorname{sinc}[W(t-nT)].}$$