PROPRIÉTÉS DE LA TRANSFORMÉE EN Z

- $Z\Big(f(n)\Big) \overset{\text{déf}}{=} \sum_{n=0}^{\infty} f(n) z^{-n} = F(z).$
- Fonction Heaviside :

$$u(n-m) = \begin{cases} 0 & \text{si } n < m \\ 1 & \text{si } n \geq m \end{cases}$$

P.1 Linéarité.

$$Z\Big(c_1 f_1(n) + c_2 f_2(n)\Big) = c_1 Z\Big(f_1(n)\Big) + c_2 Z\Big(f_2(n)\Big)$$

P.2 Translation.

$$Z\Big(f(n+m)\Big) = z^m \left(F(z) - \sum_{k=0}^{m-1} f(k) z^{-k}\right)$$

P.3 Décalage.

$$Z\Big(f(n-m)\, u(n-m)\Big) = z^{-m} F(z)$$

P.4 Multiplication par une exponentielle.

$$Z\Big(e^{-an} f(n)\Big) = F(e^a z)$$

P.5 Théorème de la valeur initiale.

$$\lim_{z\to\infty} F(z) = f(0)$$

P.6 Théorème de la valeur finale. $\lim_{n\to\infty} f(n) = \lim_{z\to 1} (z-1)\, F(z)$

P.7 Convolution.

La convolution de 2 suites : $f_1(n)$ et $f_2(n)$ où $n \geq 0$ est définie par

$$(f_1 \star f_2)(n) = \sum_{k=0}^{n} f_1(k)\, f_2(n-k).$$

Alors en désignant $Z\Big(f_1(n)\Big) = F_1(z)$ et $Z\Big(f_2(n)\Big) = F_2(z)$, nous avons

$$Z\Big((f_1 \star f_2)(n)\Big) = F_1(z)\, F_2(z)$$

P.8 Multiplication par la variable d'évolution.

$$Z\Big(n f(n)\Big) = -z F'(z)$$