

Contrôle périodique

Nicolas Saunier
nicolas.saunier@polymtl.ca

26 février 2019

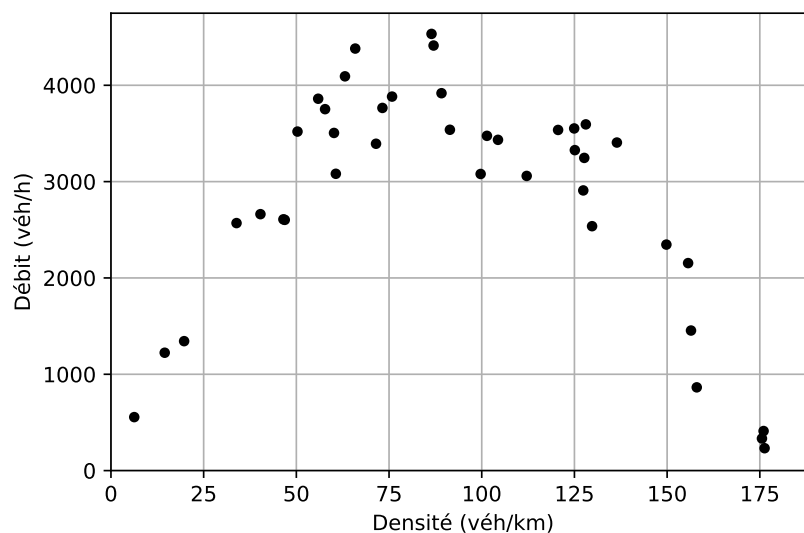
Notez le barème (la note totale est sur 20) et le temps indicatif à consacrer à chaque exercice. Veuillez indiquer clairement les numéros des questions que vous traitez et vos réponses correspondantes (et souligner ou encadrer les résultats numériques). Veuillez apporter une attention particulière à la rédaction et à la définition des notations que vous employez.

Seule une feuille personnelle de notes recto-verso est permise. Des tables statistiques sont incluses à la fin de l'énoncé.

Exercice 1

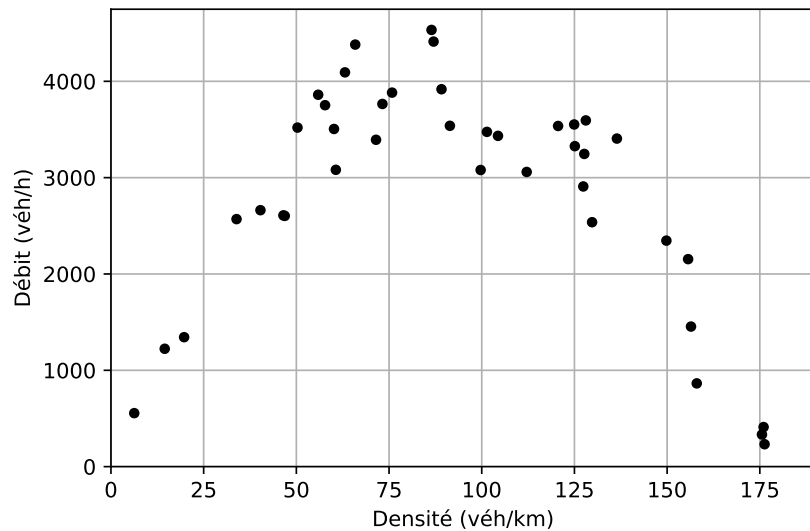
40 min (/5.5 Pts)

La figure suivante présente des mesures de densité et de débit pour une direction de circulation sur une route.



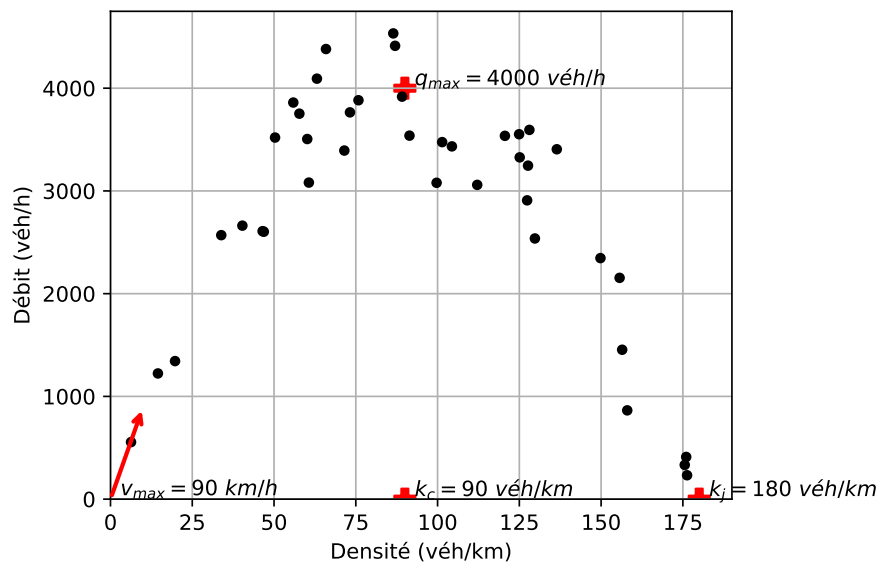
1. Mesurer et représenter sur la figure ci-dessus la densité critique, la densité de congestion, la capacité et la vitesse maximale de la route. Déduire le nombre de voies de la route (dans la direction de circulation étudiée).
2. Avec les paramètres estimés à la question précédente, proposer une équation pour la relation de la vitesse moyenne en fonction de la densité.
3. Alors que la route est fluide avec une densité de 30 véh/km, un camion a un problème moteur qui le force à ralentir à 30 km/h dans une zone où il est interdit

de dépasser. Calculer la vitesse de l'onde de choc entre la circulation derrière le camion à 30 km/h et la circulation fluide en amont caractérisée par la densité de 30 véh/km. Représenter la vitesse de l'onde de choc sur la figure ci-dessous. Calculer la longueur du peloton derrière le camion au bout de 10 min, en distance et nombre de véhicules.



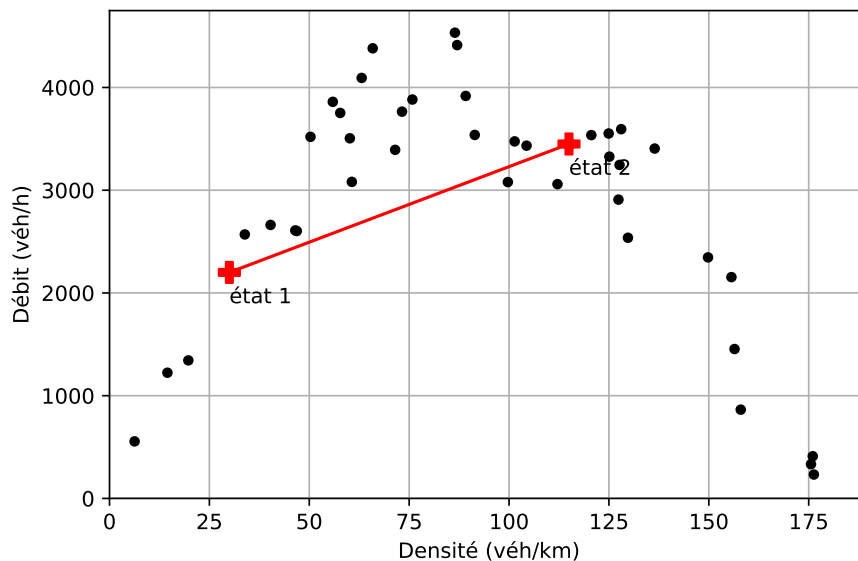
Solution

- Les points ayant pour abscisses la densité critique et la densité de congestion sont notés sur la figure suivante respectivement k_c et k_j . Le point ayant pour ordonnée la capacité de la route est noté q_{max} et la vitesse maximale est notée par une flèche ayant pour pente la vitesse maximale notée v_{max} .



Une capacité d'environ 4000 véh/h correspond à deux voies de circulation.

2. Si on suppose une relation linéaire entre la vitesse moyenne v et la densité k (cohérente avec la forme parabolique de la relation entre le débit et la densité du graphique initial), elle s'écrit $v = v_{max}(1 - \frac{k}{k_j}) = 90(1 - \frac{k}{180})$ avec la vitesse moyenne v en km/h et la densité k en véh/km.
3. Notons les conditions de circulation fluide état 1 avec la densité $k_1 = 30$ véh/km et la circulation ralentie derrière le camion l'état 2 avec la vitesse $v_2 = 30$ km/h. Pour obtenir les densités et débits associés à ces états de circulation, on peut soit utiliser l'équation proposée à la question précédente, ou lire sur le graphique du débit en fonction de la densité. En utilisant la seconde méthode, on trouve $q_1 = 2200$ véh/h pour la densité $k_1 = 30$ véh/km, et, en tirant une droite passant par l'origine de pente 30 km/h, on estime l'intersection avec le nuage de points d'abscisse $k_2 = 115$ véh/h et $q_2 = k_2 \times v_2 = 3450$ véh/km. On en déduit la vitesse de l'onde de choc entre les états de circulation 1 et 2 $w_{12} = (q_1 - q_2)/(k_1 - k_2) = 14.7$ km/h, qui est positive et se propage dans le sens de la circulation. La vitesse de l'onde de choc entre les deux états est représentée par la pente du segment connectant les états 1 et 2 dans la figure ci-dessous.

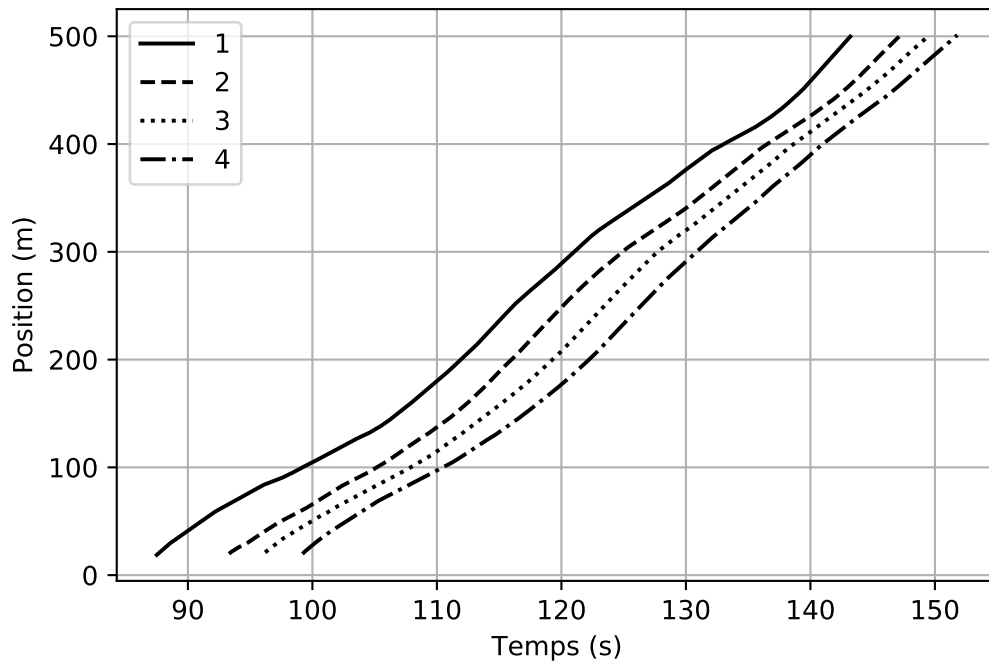


La zone de circulation derrière le camion à l'état 2 croît à une vitesse $v_2 - w$ (v_2 est la vitesse de la zone derrière le camion et w la vitesse de l'onde de choc qui délimite la fin de cette zone) et mesurera donc 2.55 km au bout de 10 min. Le nombre de véhicules sera alors de 293 véhicules en multipliant la longueur de la file dans l'état de circulation 2 par k_2 .

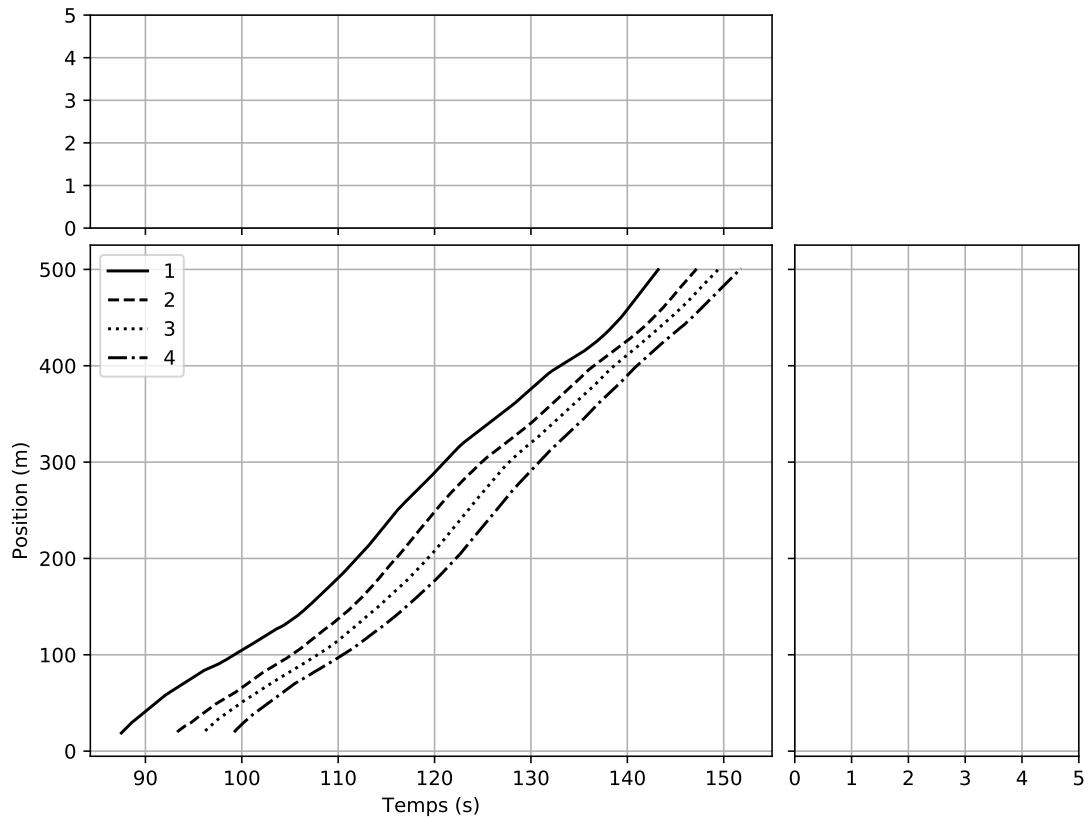
Exercice 2

30 min (/4 Pts)

La figure suivante est un diagramme espace-temps de quatre véhicules dans une même voie d'autoroute.



1. Mesurer le temps inter-véhiculaire moyen à la position 100 m et calculer le débit correspondant.
2. Mesurer la distance inter-véhiculaire moyenne à l'instant 120 s et calculer la densité correspondante.
3. Dans le diagramme ci-dessous, en considérant que le véhicule 1 est le premier véhicule observé, tracer au-dessus le nombre cumulé de véhicules à la position 200 m en fonction du temps et à droite le nombre cumulé de véhicules à l'instant 130 s en fonction de la position.



Solution

- On mesure une durée d'environ 11 s entre le premier véhicule et le quatrième (qui passent respectivement aux instants 99 s et 110 s à la position 100 m). Cela correspond à trois temps inter-véhiculaires (TIV), soit un TIV moyen $\bar{h} = 3.67$ s. Le débit correspondant est l'inverse du TIV moyen, soit $q = 1/\bar{h} = 982$ véh/h.
- On mesure une distance d'environ 110 m entre le premier véhicule et le quatrième (qui sont aux positions respectives 290 m et 180 m à l'instant 120 s). Cela correspond à trois distances inter-véhiculaires (DIV), soit une DIV moyenne $\bar{s} = 36.7$ m. La densité correspondante est l'inverse de la DIV moyenne, soit $k = 1/\bar{s} = 27.3$ véh/km.
-

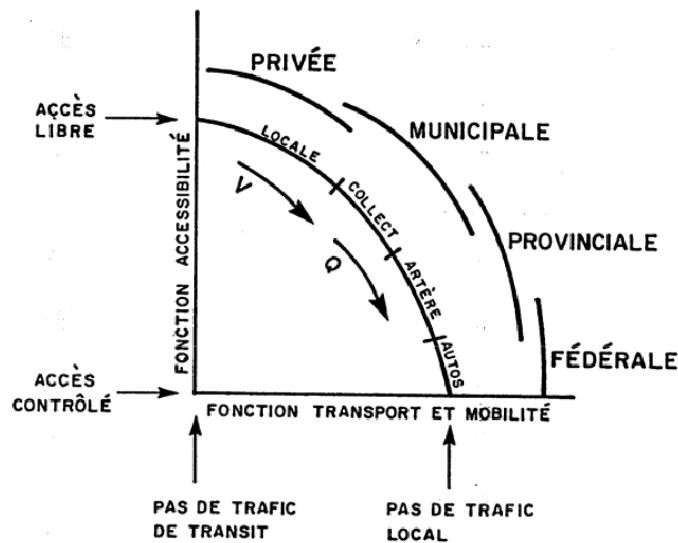
Exercice 3

10 min (/1 Pt)

Décrire brièvement les deux fonctions d'une route et leur relation en prenant des exemples de routes de différentes classes fonctionnelles.

Solution

Les deux fonctions d'une route sont le transit (la mobilité) et l'accès aux propriétés adjacentes aux routes.



Si on met plus d'importance sur une fonction, l'autre doit nécessairement diminuer, par ex. lorsque la mobilité augmente, la vitesse augmente et l'accès diminue nécessairement.

Exercice 4

30 min (/4 Pts)

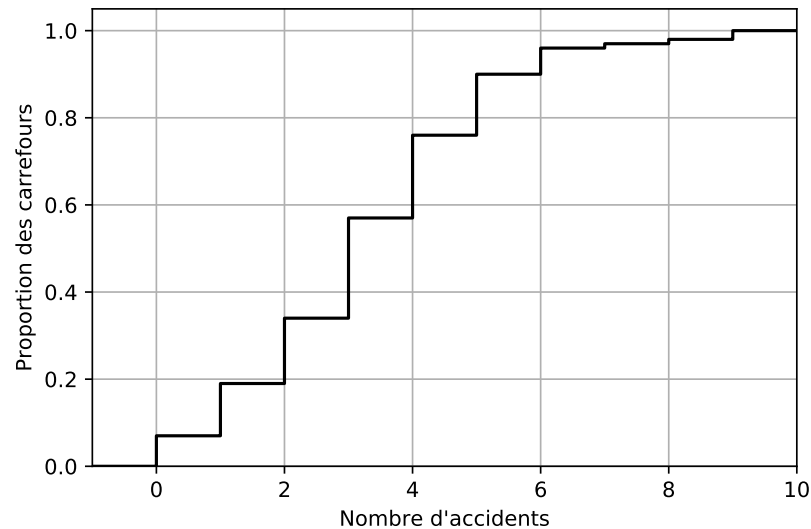
La distribution du nombre d'accidents par carrefour dans un secteur de Montréal est décrite dans le tableau ci-dessous.

Nombre d'accidents	Nombre de carrefours
0	7
1	12
2	15
3	23
4	19
5	14
6	6
7	1
8	1
9	2

1. Tracer la fonction de répartition empirique du nombre d'accidents par carrefour.
2. Déterminer par un test statistique si le nombre d'accidents par carrefour suit la loi de Poisson.

Solution

1. Fonction de répartition empirique du nombre d'accidents par carrefour:



2. Il faut utiliser le test du χ^2 entre l'échantillon du nombre d'accidents par carrefour et la distribution théorique qui serait obtenue si le nombre d'accidents par carrefour suit la loi de Poisson (de moyenne 3.26 accidents par jour). Après regroupement des catégories pour lesquelles il y a moins de 5 observations, on obtient le tableau suivant

Nombre d'accidents	Nombre de carrefours théorique	Nombre de carrefours observé
≤ 1	16.35	19
2	20.40	15
3	22.17	23
4	18.07	19
5	11.78	14
≥ 6	11.24	10

L'hypothèse nulle H_0 est que le nombre d'accidents par carrefour suit la loi de Poisson. La statistique du test vaut 2.49, ce qui correspond à un risque de première espèce de 0.35 (pour une distribution du χ^2 à $n - 1 - p = 6 - 1 - 1 = 4$ degrés de liberté): on ne peut donc pas rejeter l'hypothèse nulle que le nombre d'accidents par carrefour suit la loi de Poisson. Si on fixe un risque de première espèce de 0.1, la valeur seuil d'une distribution du χ^2 à 4 degré de liberté est 7.78.

Exercice 5

40 min (/5.5 Pts)

On collecte des données de vitesse sur une autoroute, avant et après une campagne de sensibilisation de la SAAQ sur les dangers de la vitesse. Les données sont présentées dans le tableau suivant.

Mesures	Avant	Après
moyennes	104.0 km/h	102.0 km/h
écarts-types	9.0 km/h	8.0 km/h
nombres d'observations	153	169

1. Indiquer deux méthodes permettant de collecter des données de vitesse sur une route: discuter un avantage et un inconvénient de chaque méthode.
2. Calculer les intervalles de confiance des moyennes avant et après avec un niveau de confiance de 95 %.
3. Faire un test statistique pour déterminer si la campagne de sensibilisation semble avoir eu un effet significatif sur les vitesses moyennes sur cette autoroute.
4. Commenter l'efficacité de la mesure et décrire deux autres facteurs associées au choix de la vitesse par les conducteurs.

Solution

1. Les méthodes suivantes permettent de mesurer les vitesses:

- un radar à hyper-fréquence;
- une plaque magnétique;
- une paire de boucles magnétiques enfouies dans la chaussée.

Leurs avantages et inconvénients respectifs sont listés dans les notes de cours.

2. Les intervalles de confiance de la moyenne de la vitesse avant et après la campagne sont respectivement $104.0 \pm 1.96 \frac{9.0}{\sqrt{153}}$ (km/h), soit $[102.6 \text{ km/h}, 105.4 \text{ km/h}]$, et $102.0 \pm 1.96 \frac{8.0}{\sqrt{169}}$ (km/h), soit $[100.8 \text{ km/h}, 103.2 \text{ km/h}]$ après.
3. L'hypothèse nulle H_0 est que les vitesses moyennes avant et après la campagne sont identiques et l'hypothèse alternative est que la vitesse moyenne a baissé. La statistique du test est $Z_0 = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\hat{\sigma}_1^2}{n_1} + \frac{\hat{\sigma}_2^2}{n_2}}} = 2.10$ (avec \bar{x}_i la moyenne, $\hat{\sigma}_i$ l'écart-type et n_i le nombre d'observations avant ($i = 1$) et après ($i = 2$)). Sous l'hypothèse nulle, en considérant les variances inconnues, puisque la taille des échantillons est assez grande, la statistique Z_0 suit la loi normale centrée réduite. La probabilité d'obtenir une valeur inférieure ou égale à 2.10 est 0.982, soit un risque de première espèce de 0.018. On peut donc rejeter l'hypothèse nulle avec un risque faible. On pourrait aussi comparer 2.10 à 1.645 qui correspond à la valeur seuil pour un risque de 0.05 (pour un test unilatéral). La campagne de sensibilisation a eu un effet significatif sur les vitesses moyennes pratiquées.
4. La baisse de vitesse est significative avec un risque de première espèce faible. Il faut cependant remarquer que l'amplitude de la baisse est faible, de seulement 2 km/h, ce qui aurait un impact très faible en cas d'accident. De plus, d'autres facteurs ont pu avoir un effet sur la vitesse (par exemple des conditions météorologiques différentes entre les deux périodes d'observations). Les variables qui influencent le choix de la vitesse comprennent (repris des notes de cours):

- les caractéristiques physiques de la route: courbe, nombre de voies, pente, distance de visibilité, état du revêtement (friction), espacement des carrefours, etc.
- l'environnement: région d'un pays, type de conducteur, moment dans la journée, conditions météorologiques, visibilité, application de la loi (présence policière), limites de vitesse, etc.
- la circulation: débit, composition, mouvements tournants, piétons, etc.