

Circulation

CIV8740

Nicolas Saunier
nicolas.saunier@polymtl.ca

9 avril 2024

Table des matières

2	Le système routier	2
3	Théorie de la circulation	4
4	Rappels de statistiques	16
5	Études de circulation	27
6	Dispositif de contrôle	30
7	Les carrefours	31
8	Régulation des réseaux	40
A	Questions d'examen	42

2 Le système routier

Exercice 1 Donnez la formule de la distance totale nécessaire pour qu'un véhicule passe d'une vitesse à une autre à accélération constante (vous pouvez prendre par exemple le cas d'une décélération). Calculez le temps et la distance nécessaires pour qu'un véhicule circulant à 100 km/h s'arrête avec une décélération confortable de 1 m/s^2 (faire des hypothèses raisonnables si des paramètres manquent).

Solution Il est nécessaire de faire une hypothèse sur le temps de perception et de réaction du conducteur : on prend $TPR = 2.5 \text{ s}$.

Le temps nécessaire pour passer d'une vitesse v_0 à v_f à accélération constante a (on parle de décélération si a est négative) est $t = \frac{v_f - v_0}{a}$. Le temps total de freinage est donc $t_{total} = TPR + \frac{v_f - v_0}{a} = 2.5 + \frac{0 - 100/3.6}{-1} = 30.3 \text{ s}$.

La distance totale de freinage est $d = TPR \times v_0 + \frac{v_f^2 - v_0^2}{2a} = 2.5 \times 100/3.6 + \frac{-(100/3.6)^2}{2 \times -1} = 455 \text{ m}$.

Exercice 2

20 min (/3 pts)

Cette question porte sur les caractéristiques des usagers de la route et leurs comportements. Veuillez répondre aux questions suivantes :

1. En prenant des exemples de votre expérience personnelle, décrivez comment plusieurs caractéristiques physiques et cognitives des usagers varient dans la population et affectent leurs comportements dans la circulation (par ex. comment la vitesse de marche des piétons et leur acuité visuelle varient et ont un impact lors de la traversée de la rue). (1 pt)
2. Discutez si les caractéristiques mentionnées à la question précédente sont, au mieux de vos connaissances, prises en compte dans les modèles microscopiques de la circulation. (1 pt)
3. En supposant que des données sont disponibles sur les comportements des usagers discutés précédemment, décrivez les processus de calibration et validation de modèles de ces comportements. (1 pt)

Solution

1. On pouvait discuter plusieurs caractéristiques comme le temps de perception et de réaction, la vitesse de marche des piétons ou la capacité de pédaler d'un cycliste, ainsi que tous les sens impliqués dans les déplacements. Le temps de perception et de réaction aux feux de circulation fait perdre du temps de vert affiché (temps perdu) pour tous les modes (voiture (conducteur), vélo ou marche). Dans de la circulation dense (tout mode), une plus faible réactivité augmente la gêne des autres usagers et leur fait perdre du temps. La variation de différentes caractéristiques physiques et cognitives dans la population entraîne des variations dans leurs réactions à une même situation, ce qui peut créer des accidents si des usagers à proximité réagissent différemment (le meneur freine alors que le suiveur n'a pas encore réagi ou même accélère).
2. Les processus cognitifs ne sont pas représentés directement dans les modèles microscopiques courants, hormis peut être le temps de perception et de réaction.

Les capacités physiques ne sont pas non plus généralement représentées, hormis peut être la vitesse des usagers des modes actifs.

3. Les paramètres des modèles microscopiques doivent être ajustés pour reproduire les comportements observés. Si des données microscopiques existent, par exemple sur la vitesse des usagers pour plusieurs périodes de temps (périodes d'une heure pour différents jours de la semaine), la première phase sera la calibration où une partie de ces données sera utilisée avec un algorithme d'optimisation pour trouver de bons paramètres ayant une faible erreur sur des indicateurs extraits de ces données (par exemple des statistiques des vitesses pour les données de chaque période utilisée). Dans la seconde phase, la validation, l'erreur du modèle avec les paramètres trouvés lors de la calibration sera calculée sur les données de périodes non utilisées en calibration.

3 Théorie de la circulation

Exercice 1 (tiré du wikibook)

Etant donné que 40 véhicules passent en un point donné en 1 min et parcourent 1 km, calculer le débit, la densité, la vitesse moyenne spatiale, la distance inter-véhiculaire moyenne (DIV) et le temps inter-véhiculaire (TIV) moyen.

Solution

- Le débit est $q = \frac{40 \times 3600}{60} = 2400$ véh/h.
- La vitesse de chaque véhicule est $v = \frac{q}{k} = 60$ km/h et la moyenne spatiale est $v_s = \frac{40}{\frac{40}{60}} = 60$ km/h (égale à la vitesse moyenne temporelle).
- La densité est $k = \frac{q}{v_s} = 40$ véh/km.
- La DIV moyenne $\bar{s} = \frac{1}{k} = \frac{1000}{40} = 25$ m et le TIV moyen est $\bar{h} = \frac{1}{q} = \frac{3600}{2400} = 1.5$ s.

Exercice 2 (tiré du wikibook)

Quatre véhicules se déplacent à vitesse constante entre deux positions de mesure X et Y, séparés par 280 m. Un observateur au point X note que les quatre véhicules sont passés en 15 s. Leurs vitesses sont mesurées respectivement à 88, 80, 90, and 72 km/h. Calculer le débit, la vitesse moyenne spatiale (directement et en passant par les temps de déplacement individuels) et la vitesse moyenne temporelle.

Solution

- Le débit est $q = \frac{N}{T} = \frac{4 \times 3600}{15} = 960$ véh/h.
- La vitesse moyenne temporelle est $v_t = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N v_n = \frac{1}{4}(72+90+80+88) = 82.5$ km/h ($N = 4$ et v_n est la vitesse du véhicule n).
- La vitesse moyenne spatiale est $v_s = \frac{N}{\sum_{n=1}^N \frac{1}{v_i}} = \frac{4}{\frac{1}{72} + \frac{1}{90} + \frac{1}{80} + \frac{1}{88}} = 81.86$ km/h. On la retrouve en calculant les temps de parcours de chaque véhicule sur les 280 m.

$$N = 4$$

$$t_i = L/v_i$$

$$t_1 = L/v_1 = .028/88 = 0.000318 \text{ h}$$

$$t_2 = L/v_2 = .028/80 = 0.000350 \text{ h}$$

$$t_3 = L/v_3 = .028/90 = 0.000311 \text{ h}$$

$$t_4 = L/v_4 = .028/72 = 0.000389 \text{ h}$$

$$v'_s = \frac{NL}{\sum_{n=1}^N t_n} = \frac{4 \times 0.028}{(0.000318 + 0.000350 + 0.000311 + 0.000389)} = 81.87 \text{ km/h}$$

Exercice 3 Les temps d'occupation (en s), durant une période d'échantillonnage d'une minute, d'un détecteur à boucle long de 1 m sont les suivants : 0.39, 0.46, 0.43, 0.47, 0.5, 0.51, 0.48, 0.46, 0.32, 0.44. La circulation est constituée seulement de véhicules particuliers, de longueur égale à 4 m. Déterminer la densité, le débit et la vitesse moyenne spatiale du flot. Vérifier la relation fondamentale et l'inégalité de Wardrop.

Solution Si Δt_i est le temps passé par chaque véhicule sur le détecteur, le taux d'occupation est

$$\tau = \frac{\sum \Delta t_i}{T} = \frac{4.46}{60} = 0.0743$$

La densité est déduite du taux d'occupation

$$k = \frac{\tau}{L+l} = \frac{0.0743}{5.10^{-3}} = 14.86 \text{ véh}/km$$

Le débit est

$$q = \frac{N}{T} = \frac{10 \times 3600}{60} = 600 \text{ véh}/h$$

Chaque véhicule parcourt une distance $D = L+l = 5$ m, et la vitesse moyenne spatiale est

$$v_s = \frac{N \times D}{\sum \Delta t_i} = \frac{10 \times 5.10^{-3}}{4.46} = 40.36 \text{ km}/h$$

On vérifie la relation fondamentale en calculant le rapport q/k

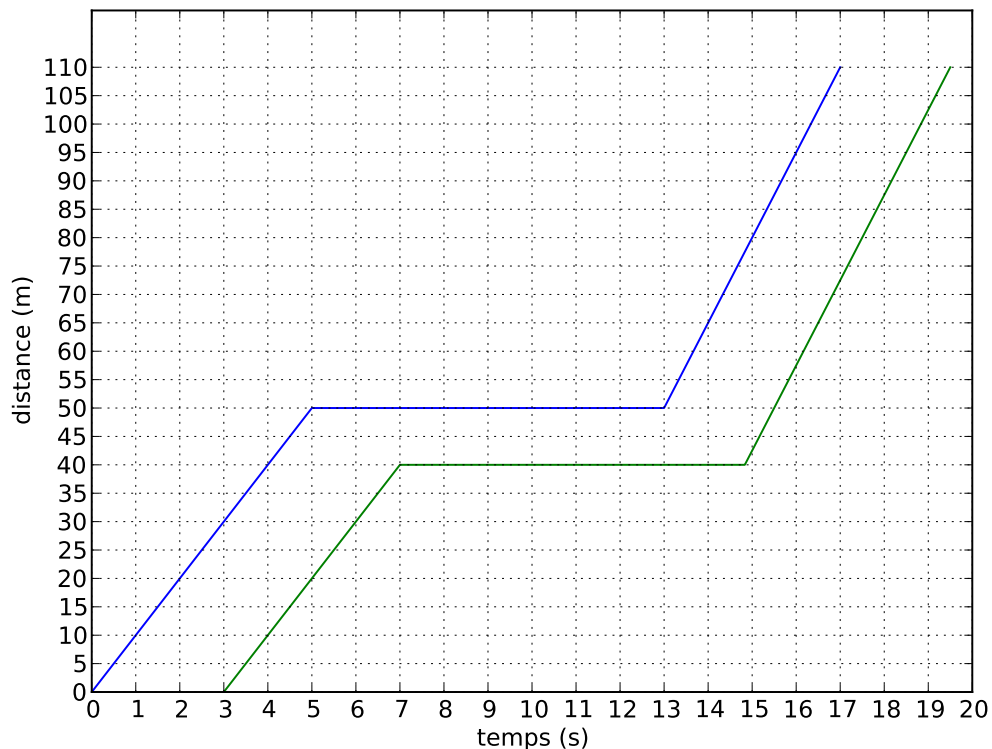
$$\frac{q}{k} = \frac{600}{14.86} = 40.38 \text{ km}/h \approx v_s$$

La différence est due aux erreurs d'arrondi. La vitesse moyenne temporelle est

$$v_t = \frac{1}{10} \sum \frac{D}{\Delta t_i} = 41.05 \text{ km}/h$$

Et on retrouve l'inégalité de Wardrop, $v_t \geq v_s$.

Exercice 4 Les positions de deux véhicules se déplaçant à la même vitesse sont recueillies à l'aide de capteurs GPS et représentées sur le diagramme espace-temps suivant (les périodes d'accélération et de décélération sont négligées). Les véhicules circulent sur une première route, s'arrêtent à un carrefour à feux, puis continuent sur une seconde route.



1. Déterminer les distances et temps inter-véhiculaires sur chaque route (lorsque les deux véhicules sont en mouvement).
2. Calculer la vitesse de marche et la vitesse de parcours des deux véhicules sur tout le trajet représenté.

Solution

On mesure les temps inter-véhiculaires (TIV) et distances inter-véhiculaires (DIV) sur les deux parties du parcours :

— première partie : TIV=3 s, DIV=30.0 m

— seconde partie : TIV=2.5 s, DIV=36.6 m

On en déduit la vitesse de parcours (mesurant 110 m de long)

— Véhicule 1 : $\frac{110}{17} = 6.47$ m/s

— Véhicule 2 : $\frac{110}{16.5} = 6.67$ m/s

La vitesse de marche est calculée en ne prenant en compte que le temps pendant lequel un véhicule est en mouvement (il faut retrancher le temps pendant lequel le véhicule est à l'arrêt) :

— Véhicule 1 : $\frac{110}{9} = 12.2$ m/s

— Véhicule 2 : $\frac{110}{8.5} = 12.7$ m/s

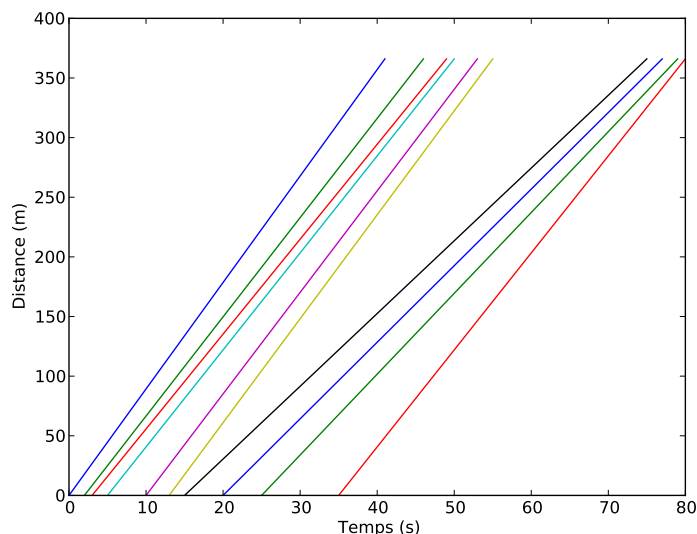
Exercice 5 Un groupe de véhicules a été observé à deux carrefours sur l'Avenue Queen Mary entre le Chemin de la Côte des Neiges et l'Avenue Victoria. La distance entre ces deux carrefours est de 366 m. Les instants de passage (en s) à ces deux carrefours sont les suivants :

Véhicule	Instant à Côte des Neiges (s)	Instant à Victoria (s)
1	0	41
2	2	46
3	3	49
4	5	50
5	10	53
6	13	55
7	15	75
8	20	77
9	25	79
10	35	80

1. Tracer les trajectoires de ces véhicules dans un diagramme espace-temps (en supposant un déplacement à vitesse constante).
2. Pour deux observateurs placés à 100 m et 300 m du Chemin de la Côte des Neiges, quelle période d'observation est nécessaire pour observer les dix véhicules? Quel débit correspond à cette période d'observation en chaque point? Calculer la vitesse moyenne temporelle.
3. Si on prenait une photo aérienne de l'Avenue Queen Mary entre le Chemin de la Côte des Neiges et l'Avenue Victoria 30 s après le début des observations, combien de véhicules peut-on voir et quel espace occupent-ils? Calculer la densité correspondante et la vitesse moyenne spatiale.

Solution

1. Les trajectoires sont tracées sur la figure suivante



2. Pour deux observateurs placés à 100 m et 300 m du Chemin de la Côte des Neiges, la période d'observation des 10 véhicules est respectivement de 36.1 s et 38.2 s. Cela correspond respectivement à un temps inter-véhiculaire moyen de $36.1/9 = 4.01$ s, soit un débit de 897 véh/h, et un temps inter-véhiculaire moyen de $38.2/9 = 4.24$ s, soit 848 véh/h. La vitesse moyenne temporelle est 7.80 m/s, soit 28.1 km/h.

3. Dans une photo aérienne de l'Avenue Queen Mary entre le Chemin de la Côte des Neiges et l'Avenue Victoria 30 s après le début des observations, on peut voir 9 véhicules (le dixième n'a pas encore passé Côte des Neiges) qui occupent 233.9 m, soit une distance inter-véhiculaire moyenne de $233.9/8 = 29.2$ m et une densité de 34.2 véh/km. La vitesse moyenne spatiale est 7.76 m/s, soit 27.9 km/h.

Exercice 6 Sur une artère urbaine longue de 500 m, les déplacements suivants de véhicules ont été mesurés à partir de deux photographies aériennes prises à 1 s d'intervalle : 15 m, 15 m, 12 m, 18 m, 20 m, 16 m. Déterminer le débit horaire correspondant.

Solution Chaque véhicule parcourt la distance mesurée entre les deux prises de photographie, à une seconde d'intervalle. On en déduit facilement les vitesses individuelles. La vitesse moyenne spatiale est la moyenne arithmétique des vitesses individuelles (quasi-instantanées), soit $v_s = (15 + 15 + 12 + 18 + 20 + 16)/6 = 16.0$ m/s = 57.6 km/h.

Il y a 6 véhicules sur l'artère longue de 500 m. Sans information supplémentaire sur d'autres véhicules, on calcule la densité comme $k = \frac{6}{0.5} = 12.0$ véh/km (il serait préférable de calculer la densité à partir de la distance inter-véhiculaire moyenne si on connaissait les positions des véhicules).

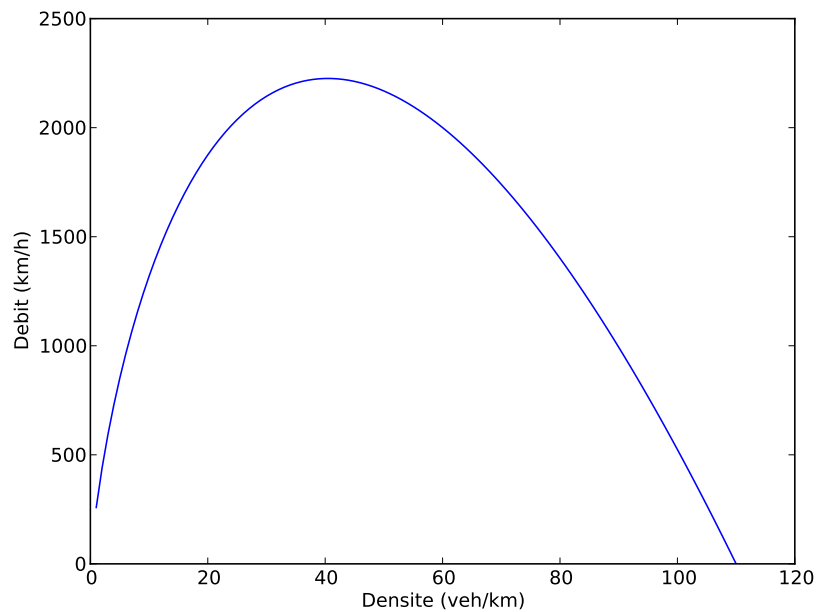
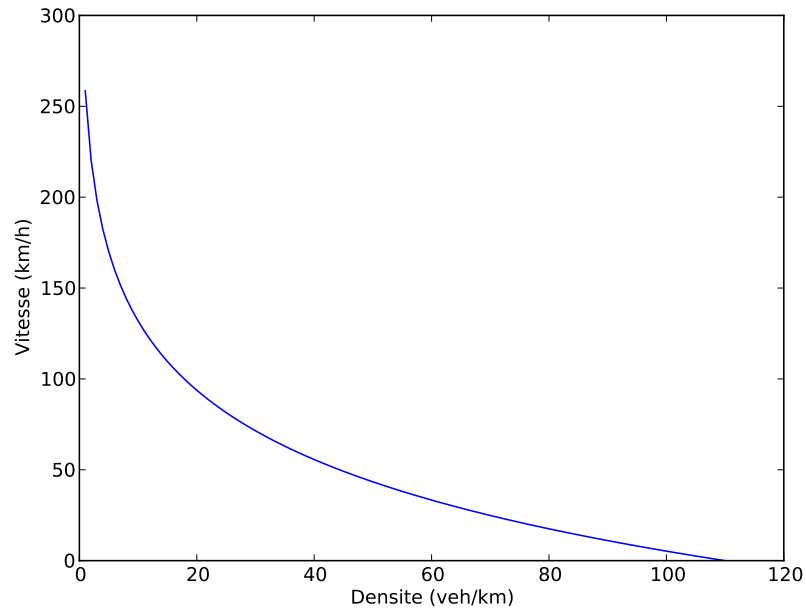
On en déduit finalement le débit $q = v_s k = 691.2$ véh/h.

Exercice 7 Des observations de la circulation sur une autoroute indiquent que la densité de congestion est de 110 véh/km et que la vitesse à laquelle le débit atteint la capacité est 55 km/h. En utilisant le modèle de Greenberg,

1. Écrire les équations vitesse-densité et débit-densité et tracer les courbes correspondantes.
2. Quel est le débit maximal et la densité correspondante ?
3. Calculer le temps inter-véhiculaire moyen et la distance inter-véhiculaire moyenne lorsque le débit est maximal et lorsque la densité de congestion est atteinte.

Solution

1. L'équation de la vitesse v en fonction de la densité k est $v = v_c \ln \frac{k_j}{k}$ où $k_j = 110$ véh/km est la densité de congestion et $v_c = 55$ km/h est la vitesse critique. L'équation du débit q en fonction de la densité est $q = vk = v_c k \ln \frac{k_j}{k}$



2. La densité est critique lorsque le débit atteint sa valeur maximale. La densité critique k_c est donc telle que $q'(k_c) = 0$. On calcule $q'(k) = v_c \ln \frac{k_j}{k} - v_c k \frac{1}{k}$. La densité critique et le débit maximal sont donc respectivement $k_c = \frac{k_j}{e} = 40.5$ véh/km et $q_{max} = k_c v_c = 2225$ véh/h.
3. À débit maximal, le temps et la distance inter-véhiculaire moyens sont respectivement $\bar{h} = 1.62$ s et $\bar{s} = 24.7$ m.
Lorsque la densité de congestion est atteinte, le débit est nul, donc \bar{h} n'est pas défini, et $\bar{s} = 9.09$ m.

Exercice 8 Une section de route est caractérisée par la relation suivante entre la vitesse moyenne spatiale v (en km/h) et la densité k (en véh/km)

$$v = -8.61\sqrt{k} + 95.5$$

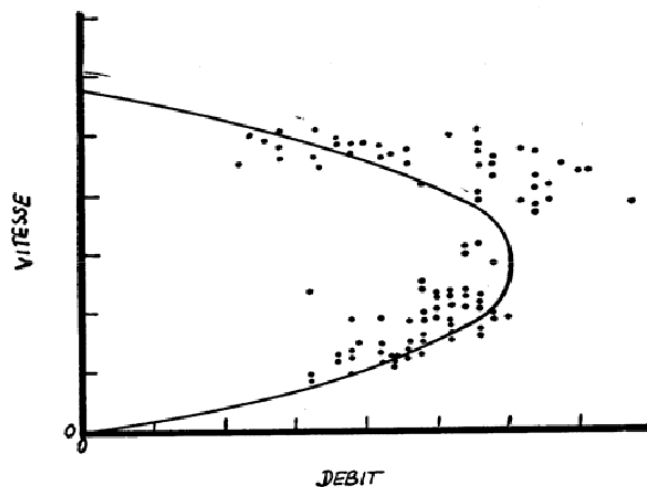
En déduire les paramètres suivants caractérisant cette section de route : la vitesse libre, la densité de congestion, la densité critique et le débit maximal.

Solution

On a $v(0) = v_{max}$ donc $v_{max} = 95.5$ km/h, et $v(k_j) = 0$, soit $0 = -8.61\sqrt{k_j} + 95.5$, donc $k_j = (\frac{95.5}{8.61})^2 = 123$ véh/km.

De plus, $q = vk = -8.61k\sqrt{k} + 95.5k$ et $q'(k_c) = 0 = -8.61\frac{3}{2}\sqrt{k_c} + 95.5$ donc $k_c = (\frac{95.5}{12.915})^2 = 54.7$ véh/km (la formule générale est $k_c = \frac{4}{9}k_j$). On en déduit le débit maximal ou la capacité $q_{max} = q(k_c) = 1740$ véh/h.

Exercice 9 On considère l'équation du diagramme fondamental du débit q (mesuré en véh/km) en fonction de la vitesse v (mesurée en km/h) $q = 78.3v - 0.83v^2$, calibrée à partir des observations représentées sur le graphique suivant (chaque point correspond à une mesure débit - vitesse, et la courbe correspond à l'équation).



1. Calculez les paramètres définissant la relation fondamentale, à savoir la vitesse libre, la densité de congestion, la densité critique et la capacité.
2. Écrivez les équations de la vitesse en fonction de la densité et du débit en fonction de la densité.
3. Commentez la valeur de capacité obtenue en regard du graphique et des observations.
4. Sur une autoroute dont le diagramme fondamental suit l'équation ci-dessus ($q = 78.3v - 0.83v^2$), la circulation roule à 80 km/h. Un accident se produit et bloque l'autoroute pendant 30 min : quelle est la longueur de la file à la fin de l'accident (en distance et nombre de véhicules) ?

Solution

1. On obtient cherche tout d'abord la relation entre la vitesse et la densité pour déterminer la densité de congestion k_j . On remplace q par $q = vk$ et on obtient $k = 78.3 - 0.83v$. La densité de congestion k_j est telle que $v(k_j) = 0$, donc $k_j = 78.3$ véh/km. La vitesse libre v_f est obtenue pour une densité nulle, soit $0 = 78.3 - 0.83v$, donc $v_f = 94.3$ km/h. La capacité est le débit maximal q_{max} , pour lequel la vitesse vaut la vitesse critique v_c , tel que $q'(v_c) = 0$. On obtient $78.3 - 2 * 0.83v_c = 0$, soit $v_c = 47.2$ km/h, et $q_{max} = q(v_c) = 1847$ véh/h. La densité critique est $k_c = q_{max}/v_c = 39.1$ véh/km.
2. En transformant la relation entre la densité et la vitesse trouvée précédemment, on obtient les équations classiques :

$$v = 94.3 - 1.20k$$
$$q = 94.3k - 1.20k^2$$

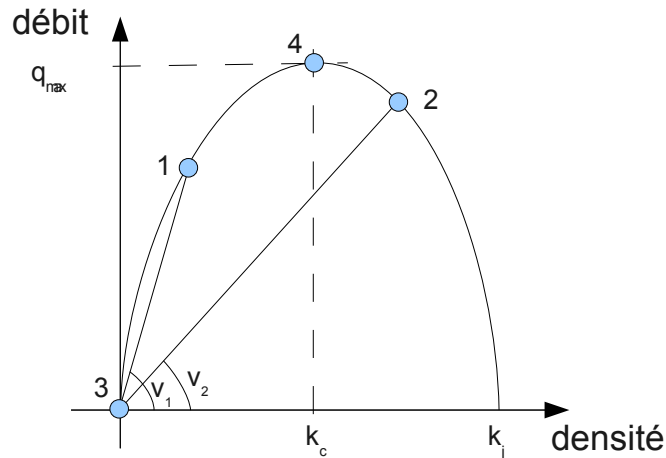
3. Il existe des valeurs observées au-dessus de la plus grande valeur de la courbe, donc il se pourrait que la capacité soit plus élevée. Par contre, on a des observations en circulation fluide et congestionnée, ce qui permet une calibration raisonnable du modèle. On peut aussi se demander si un modèle linéaire est le plus adapté.
4. Nous sommes intéressés à l'onde de choc qui se crée entre la file d'attente qui se forme à l'arrêt en amont de l'accident (état de circulation 1), et les conditions de circulation pré-existantes, maintenant en amont de la file d'attente à l'arrêt (état de circulation 2). Le premier état de circulation est caractérisé par un débit nul $q_1 = 0$ et une densité $k_1 = k_j$. Le second état est caractérisé par une vitesse $v_2 = 80$ km/h, et donc par $q_2 = 952$ véh/h et $k_2 = 11.9$ véh/km. L'onde de choc à l'arrière de la file d'attente à une vitesse $w = (q_1 - q_2)/(k_1 - k_2) = -14.33$ km/h. Au bout de 30 min, la file d'attente aura une longueur de $w \times 0.5 = 7.17$ km et contiendra $k_j \times 7.17 = 561$ véh.

Exercice 10 Sur une route à deux voies (une dans chaque sens), les véhicules se déplacent de façon fluide avec un débit à 1500 véh/h à une vitesse moyenne spatiale de 75 km/h. À un instant t_1 , un camion doit freiner à cause d'un problème mécanique et sa vitesse tombe à 30 km/h. Il est impossible de dépasser sur la section de route où se trouve le camion et les véhicules suivants doivent donc adapter leur vitesse : un peloton se forme derrière le camion, avec une densité de 60 véh/km.

1. Dans le diagramme représentant le débit en fonction de la densité, placer les points représentant les conditions de la circulation en amont du peloton de véhicules suivant le camion et dans le peloton, et visualiser les vitesses correspondantes (en supposant que la vitesse est une fonction linéaire de la densité).
2. Déterminer la vitesse des ondes de choc à l'avant et à l'arrière du peloton. Déterminer la vitesse de croissance du peloton derrière le camion.
3. Le camion quitte la route 10 min après avoir ralenti. Les véhicules à l'avant du peloton accélèrent de sorte que le débit est maintenant à capacité. Calculer le temps nécessaire à la disparition du peloton.

Solution

1. Les états de la circulation en amont du peloton, dans le peloton, et en aval sont numérotés respectivement 1, 2 et 3 (l'état de circulation i est caractérisé par un débit q_i , une densité k_i et une vitesse moyenne v_i). La figure est la suivante (elle n'est pas à l'échelle) :



On peut noter que le débit a augmenté alors que la vitesse a diminué.

2. L'onde de choc entre l'état 3 et l'état 2 est

$$w_{32} = \frac{q_3 - q_2}{k_3 - k_2} = \frac{0 - 1800}{0 - 60} = 30 \text{ km/h}$$

L'onde de choc entre l'état 2 et l'état 1 est

$$w_{21} = \frac{q_2 - q_1}{k_2 - k_1} = \frac{1800 - 1500}{60 - 20} = 7.5 \text{ km/h}$$

Le front du peloton se déplace donc à 30 km/h et son arrière à 7.5 km/h par rapport à la route. La vitesse de croissance du peloton est la différence, soit 22.5 km/h.

3. À la fin des 10 min, la taille du peloton est de $22.5 \times \frac{1}{6} = 3.75$ km (il contient $3.75 \times 60 = 225$ véhicules). Le nouvel état de circulation en aval du peloton est l'état 4, caractérisé par un débit $q_4 = 2112$ véh/h et une densité correspondante de $k_4 = k_j/2 = 86.6/2 = 43.3$ véh/km. La vitesse de l'onde de choc entre l'état 2 et 4 est

$$w_{24} = \frac{q_2 - q_4}{k_2 - k_4} = \frac{1800 - 2112}{60 - 43.3} = -18.7 \text{ km/h}$$

L'onde de choc à l'avant du peloton se déplace donc en arrière. La vitesse relative des deux ondes de choc à l'avant et l'arrière du peloton est donc $7.5 + 18.7 = 26.2$ km/h. Le peloton long de 3.75 km disparaîtra au bout de $\frac{3.75}{26.2} = 0.143$ h, soit environ 8 min et 35 s.

Il est possible de raisonner au niveau du nombre des véhicules. Pour cela, il faut calculer les débits au niveau de chaque limite entre les états de circulation, soit le nombre de véhicules qui passent d'un état de circulation à un autre. Au niveau de l'onde de choc entre 2 et 4, le nombre de véhicules sortant du peloton est $k_4(v_4 - w_{24}) = k_2(v_2 - w_{24}) = 2922$ véh/h. Au niveau de l'onde de choc entre 1 et 2, le nombre de véhicules entrant dans le peloton est $k_1(v_1 - w_{21}) = k_2(v_2 - w_{21}) = 1350$ véh/h. Le solde net du peloton est une perte de $2922 - 1350 = 1572$ véh/h. Le peloton disparaîtra en $\frac{225}{1572} = 0.11643$ h.

On peut noter qu'une nouvelle onde de choc se crée à la disparition du peloton, entre l'état 4 et l'état 1.

Exercice 11 Le diagramme fondamental sur une section d'autoroute à deux voies est régi par la relation

$$v = 105 - 0.63k$$

avec v la vitesse moyenne (spatiale) en km/h et k la densité en véh/km.

Un incident dû à un poids lourd bloque totalement l'autoroute pendant une demi-heure au moment où la concentration de trafic est de 50 véh/km.

1. Déterminer la longueur de la file d'attente à la fin de l'incident (en distance et en nombre de véhicules).
2. Déterminer le temps nécessaire à la disparition de la file d'attente.
3. Tracer un échantillon de trajectoires de véhicules passant avant la formation de la file d'attente, dans la file d'attente, et après la disparition de la file d'attente.

Solution Les conditions de circulation lors de l'accident sont les suivantes :

— état 1 en amont de la zone de circulation arrêtée en amont de l'accident avec densité $k_1 = 50$ véh/km et débit $q_1(50) = 3675$ véh/h

— état 2 zone de circulation arrêtée en amont de l'accident avec densité $k_2 = k_j = 105/0.63 = 166.7$ véh/km et débit $q_2 = 0$ véh/h

On en déduit la vitesse onde de choc entre les états 1 et 2 : $w_{12} = \frac{q_1 - q_2}{k_1 - k_2} = -31.5$ km/h. Au bout de 30 min, la file d'attente sera longue de 15.75 km et contiendra $15.75k_j = 2625$ véh.

À la fin du blocage par l'incident, on a un nouvel état en aval de la zone de circulation 2 qui est à capacité (état 3) avec la densité $k_3 = k_j/2 = 83.3$ véh/km (si la vitesse est une fonction linéaire de la densité, la densité critique est égale à la densité de congestion divisée par deux) et le débit $q_3(k = 83.5) = 4375$ véh/h. L'onde de choc entre les états 2 et 3 a la vitesse $w_{23} = \frac{q_3 - q_2}{k_3 - k_2} = -52.5$ km/h. La vitesse de cette deuxième onde étant supérieure à la première, on a bien une réduction de la file d'attente, à vitesse $w_{12} - w_{23} = 21$ km/h. Le temps nécessaire à la dissipation est $15.75/21 = 0.75$ h soit 45 min.

Il faut noter qu'une autre onde de choc se produit ensuite entre les états de circulation 1 et 3 après la dissipation de la file d'attente.

Question 12 En faisant des hypothèses sur la capacité, la vitesse maximale sur une autoroute québécoise et la taille moyenne des véhicules, calculer le pourcentage de la longueur d'une autoroute occupée par des véhicules. Commenter. Comment les véhicules autonomes (sans conducteurs) peuvent-ils améliorer la situation ?

Solution La limite de vitesse sur les autoroutes québécoises est 100 km/h. La capacité d'une voie d'autoroute est environ 2000 véh/h. Selon la relation fondamentale, la densité est alors $2000/100 = 20$ véh/km. En considérant une longueur moyenne de 6 m par véhicule, on obtient que 120 m d'autoroute est occupé par des véhicules pour chaque km, soit 12 % de longueur occupée. Une autoroute à capacité est donc actuellement très largement vide, à cause des capacités physiques et cognitives des conducteurs qui imposent des marges de sécurité entre eux. Les véhicules autonomes, avec leurs capacités physiques et cognitives supérieures (temps de perception-réaction quasi-nul) pourront

augmenter de façon importante la capacité des autoroutes (de toutes les routes) en diminuant la distance entre les véhicules.

Exercice 13 (non corrigé)

La circulation sur une artère urbaine suit le diagramme fondamental triangulaire caractérisé par une vitesse maximale de 40 km/h, une densité critique de 40 véh/km et une densité critique de 100 véh/km. On considère un segment long de 100 m entre deux carrefours à feux dont la durée du rouge est 30 s.

1. Calculer la vitesse de l'onde de choc en arrière de la file d'attente qui se forme lorsque le feu est rouge et le débit sur le segment est de 1000 véh/h.
2. Calculer la longueur de la file d'attente à la fin du rouge, lorsque le feu passe au vert et comparer à la longueur du segment. Conclure.

Solution 2 en congestion, 1 en amont, $k_1 = 25$ véh/km
 $w_{12} = 0 - 100 / 100 - 25 \cdot 1000 / 75$ Out[2] : 13.333333333333334
au bout de 30 s, 111 m

Exercice 14 (non corrigé)

Le diagramme fondamental d'une voie d'autoroute est régi par la relation

$$v = 0.7617(130 - k)$$

avec v la vitesse moyenne (spatiale) en km/h et k la densité en véh/h.

Le flot circule à 96.5 km/h. Un véhicule ralentit à 24.1 km/h pendant 50 s. Analyser le phénomène.

Exercice 15 (non corrigé)

Un flot de véhicules particuliers (de longueur moyenne 4 m) circule à la vitesse moyenne de 16 km/h. Chaque véhicule adopte une distance du précédent égale à sa longueur. Calculer la concentration et le débit observés sur la route

Exercice 16 (non corrigé)

Dans un flot de véhicules à 80 km/h, le TIV moyen est de 2.2 s. Déterminer la densité et le débit.

Exercice 17 (non corrigé)

7 véhicules, d'une longueur moyenne de 6 m, passent sur une boucle magnétique d'une longueur de 4 m dans un intervalle de 2 min. Les temps d'occupation de chaque véhicule sont les suivants (en s) : 0.47, 0.50, 0.52, 0.53, 0.50, 0.59, 0.6. Calculer le débit, la densité et les vitesses moyennes temporelle et spatiale.

Exercice 18 (non corrigé)

Le diagramme fondamental sur une section d'autoroute à deux voies est régi par la relation

$$v_s = 105 - 0.63k$$

avec v_s la vitesse moyenne spatiale en km/h et k la densité en véh/km.

Un incident dû à un poids lourd bloque totalement l'autoroute pendant une demi-heure au moment où la concentration de trafic est de 50 véh/km. Déterminez la longueur de la file d'attente à la fin de l'incident.

Question 19 (non corrigé)

Le modèle macroscopique de la circulation proposé par Underwood est de la forme suivante

$$v = ae^{-bk}$$

où v est la vitesse moyenne spatiale et k est la densité de la circulation.

1. Déterminer les coefficients a et b , la vitesse critique v_c et la capacité q_{max} , en fonction de la vitesse maximale v_{max} et la densité critique k_c ;
2. Calibrer ce modèle sur les données de densité et débit collectées sur une autoroute (contenues dans le fichier `13-debit-densite.csv` dans le répertoire Github) : calculer les valeurs des paramètres v_c , q_{max} , v_{max} et k_c ;
3. Existe-t-il des périodes de congestion pendant lesquelles les données ont été enregistrées ?
4. Quel est le nombre de voies probable de l'autoroute ?
5. Que dire de la densité de congestion ?

4 Rappels de statistiques

Exercice 1 Les résidents d'un quartier de Montréal se plaignent que les voitures vont trop vite dans leur quartier et veulent que la ville installe des panneaux d'arrêt pour réduire les vitesses. Un ingénieur de la ville refuse parce que c'est un mauvais usage des panneaux d'arrêt et parce que ça n'aurait aucun impact sur la vitesse des véhicules. Les résidents, pour démontrer que ce n'est pas vrai, font une étude sur une rue de leur quartier : à un bout de la rue, il y a un panneau arrêt (carrefour 1) et il n'y en a pas à l'autre (carrefour 2).

1. Décrire deux méthodes de recueil des vitesses sur la rue et les comparer brièvement.
2. Comme la circulation est légère sur cette rue, les résidents désirent ne pas passer plus de temps que nécessaire pour recueillir les vitesses. Quel est la taille minimale de l'échantillon de vitesse nécessaire pour que l'erreur faite sur la moyenne soit inférieure à 1 km/h avec un niveau de confiance de 95 %. Des études précédentes dans des quartiers similaires de Montréal indiquent que l'écart-type sur les vitesses est typiquement de 8 km/h.
3. Les vitesses collectées par les résidents à mi-chemin entre les deux carrefours sont décrites dans le tableau suivant :

direction	1	2
moyenne	37.70	36.30
écart-type	6.17	4.57
nombre d'observations	39	34

Est-ce que l'échantillon est assez grand ?

4. Quelle conclusion peut-on tirer à partir des données recueillies quant à l'impact du panneau d'arrêt sur la vitesse ?

Solution

1. Pour une étude temporaire de vitesse, on utiliserait des méthodes reposant sur capteurs non-intrusifs, comme
 - la collecte manuelle avec un chronomètre, en mesurant le temps de parcours entre deux points dont on a mesuré la distance
 - la collecte à l'aide d'un radar (capteur à hyperfréquence)Le radar est plus précis et moins coûteux pour des recueils de données répétées. Il peut être difficile de mesurer la vitesse d'un véhicule précis dans une circulation dense (peu probable dans le cas d'une rue résidentielle).
2. La taille de l'échantillon nécessaire pour atteindre la précision demandée est de $\frac{k^2\sigma^2}{n^2} = \frac{1.96^2 \times 8^2}{1^2} = 245.86 \approx 246$.
3. Moins de 246 vitesses ont été collectées dans chaque direction, donc les estimations de la moyenne de la vitesse ne satisferont pas aux critères de précision de la question précédente.
4. L'hypothèse nulle est que le panneau d'arrêt n'a pas d'impact sur la vitesse, l'hypothèse alternative est que la vitesse des véhicules baisse après le passage à un carrefour avec un panneau d'arrêt. On calcule la variable de décision

$\frac{37.70-36.30}{\sqrt{\frac{6.17^2}{39} + \frac{4.57^2}{34}}} = \frac{1.40}{1.26} = 1.11$. La probabilité qu'une variable suivant la loi normale centrée réduite soit inférieure à 1.11 est 0.8665. Ce niveau de confiance est trop faible et on doit donc conclure qu'il n'y a pas de raison de rejeter l'hypothèse que les deux observations sont tirées de la même loi. Il n'y a pas d'impact mesurable du panneau d'arrêt sur la vitesse dans cette rue.

Exercice 2 La distribution empirique des temps inter-véhiculaires (TIV) observés habituellement sur une autoroute urbaine, à une période donnée, est la suivante :

Intervalle des TIV (s)	Pourcentage
0 à 1	15 %
1 à 2	30 %
2 à 3	26 %
3 à 4	20 %
> 4	9 %

Une régulation des intervalles à l'aide de panneaux à message variable est mise en place en amont du site. Les enregistrements de 400 TIV obtenus après l'implantation se ventilent ainsi :

Intervalle des TIV (s)	Effectifs
0 à 1	65
1 à 2	107
2 à 3	120
3 à 4	78
> 4	30

L'expérience de régulation est-elle concluante ?

Solution L'hypothèse nulle H_0 est que les deux échantillons proviennent de la même distribution. On trouve $\chi_4^2(0.05) = 9.488$ avec un risque de première espèce de 5 % pour $d = N - 1 - 0 = 4$ degrés de liberté (il y a $N = 5$ catégories pour la variable aléatoire du TIV). La statistique de décision est

$$X^2 = 5.33 < \chi_4^2(0.05)$$

Il n'y a donc pas de raison de penser que les distributions sont différentes (le risque de se tromper en rejetant l'hypothèse nulle est trop grand), donc que les panneaux à message variable ont eu un effet.

Exercice 3 Examiner si la distribution des TIV suivante suit la loi exponentielle :

Intervalle des TIV (s)	Effectifs
0 à 2.9	42
3 à 5.9	35
6 à 8.9	26
9 à 11.9	11
12 à 14.9	9
≥ 15	6

Solution Le TIV moyen est estimé en utilisant la valeur centrale de chaque intervalle, et 16.5 s pour le dernier (difficile à choisir). On obtient $\bar{h} = 5.83$ s.

Avec ce paramètre, on peut calculer les valeurs de la fonction de répartition ($P(h < t) = 1 - e^{-\frac{t}{h}}$) pour la limite supérieure de chaque intervalle et en déduire la fréquence théorique que le TIV soit dans chaque intervalle.

Intervalle des TIV (s)	Fréquences théoriques	Effectifs théoriques
0 - 2.9	0.40	51.92
3 - 5.9	0.24	31.02
6 - 8.9	0.14	18.54
9 - 11.9	0.09	11.08
12 - 14.9	0.05	6.62
≥ 15	0.08	9.83

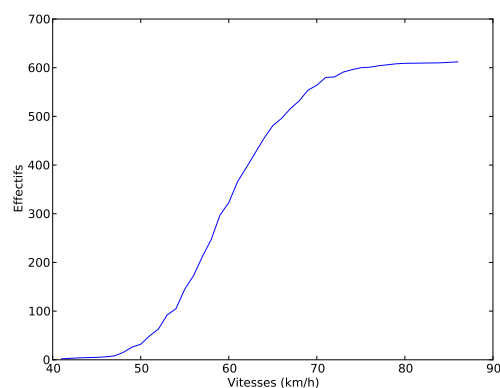
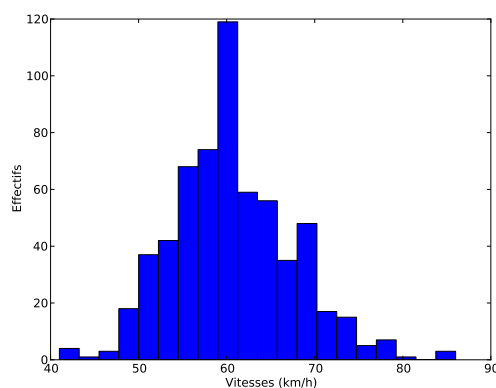
L'hypothèse nulle H_0 est que la distribution des TIV suit la loi exponentielle. On calcule la variable de décision $X^2 = 7.75$. Pour un niveau de confiance typiquement accepté de 95 %, avec $d = 6 - 1 - 1 = 4$ degrés de liberté, on a $\chi_4^2(0.05) = 9.488$. On ne peut donc rejeter l'hypothèse que la distribution observée des TIV suit la loi exponentielle de moyenne 5.83 s. La valeur de la variable de décision correspond à un niveau de confiance de 0.90, soit un risque de faire une erreur de première espèce de 0.10.

Exercice 4 Le fichier `td2-vitesses.csv` (dans le répertoire Github) contient des données de vitesse instantanée recueillies à Vancouver. Veuillez

1. tracer l'histogramme des vitesses et la fonction de répartition correspondante,
2. déterminer la taille minimale de l'échantillon, pour une erreur de 2 km/h sur la moyenne et un niveau de confiance à 95 %,
3. déterminer la vitesse au 85^{ème} centile, la moyenne, la médiane, la variance, l'écart-type, l'intervalle de confiance de la moyenne (niveau de confiance 95 %),
4. recommander une limite de vitesse raisonnable,
5. vérifier l'adéquation de la distribution à la loi normale.

Solution

1. On trace les histogrammes pour 20 intervalles de vitesse (choix arbitraire) la fonction de répartition empirique des données dans les trois figures suivantes.



2. La taille minimale de l'échantillon est

$$n = z_{\alpha/2}^2 \frac{\sigma^2}{e^2} = 1.96^2 * \frac{6.80^2}{2^2} = 44.4 \approx 45$$

3. La vitesse au 85^{ème} centile, la moyenne, la médiane, la variance et l'écart-type sont respectivement 68.0 km/h, 60.5 km/h, 60.0 km/h, 46.3 (km/h)² et 6.80 km/h. L'intervalle de confiance à 95 % pour la moyenne est [59.9, 61.0] (km/h).
4. On recommande rarement une vitesse limite plus basse que la vitesse au 85^{ème} centile car il y a peu de chance qu'elle soit respectée. En absence d'autres informations sur la route, on peut proposer 70 km/h, vitesse arrondie supérieure à la vitesse au 85^{ème} centile, pas tant éloignée de la vitesse maximale observée (84 km/h).
5. Avec les valeurs empiriques de la moyenne et de l'écart-type, on calcule les échantillons de références pour la distribution normale (en considérant les 20 intervalles de l'histogramme initial) :

Intervalle des vitesses (km/h)	Fréquences théoriques	Effectifs théoriques
41.0-43.25	0.00565	3.46
43.25-45.5	0.00817	5.0
45.5-47.75	0.0168	10.3
47.75-50.0	0.031	19.0
50.0-52.25	0.0515	31.5
52.25-54.5	0.0765	46.8
54.5-56.75	0.102	62.5
56.75-59.0	0.122	74.8
59.0-61.25	0.131	80.3
61.25-63.5	0.126	77.4
63.5-65.75	0.109	66.9
65.75-68.0	0.0848	51.9
68.0-70.25	0.059	36.1
70.25-72.5	0.0368	22.6
72.5-74.75	0.0206	12.6
74.75-77.0	0.0104	6.35
77.0-79.25	0.00468	2.86
79.25-81.5	0.00189	1.16
81.5-83.75	0.000688	0.421
83.75-86.0	0.000312	0.191

Les échantillons empiriques sont les suivants : il apparaît qu'il faut regrouper certains intervalles pour avoir au moins 5 observations par intervalle (les 3 premiers et les 4 derniers).

Intervalle des vitesses (km/h)	Effectifs
41.0-43.25	4
43.25-45.5	1
45.5-47.75	3
47.75-50.0	18
50.0-52.25	37
52.25-54.5	42
54.5-56.75	68
56.75-59.0	74
59.0-61.25	119
61.25-63.5	59
63.5-65.75	56
65.75-68.0	35
68.0-70.25	48
70.25-72.5	17
72.5-74.75	15
74.75-77.0	5
77.0-79.25	7
79.25-81.5	1
81.5-83.75	0
83.75-86.0	3

L'hypothèse nulle H_0 est que la distribution des vitesses suit la loi normale. On calcule ensuite la variable de décision $X^2 = 54.1$. Pour un niveau de confiance typiquement accepté de 95 %, avec 12 degrés de liberté, on a $\chi_{12}^2(0.05) = 21.03$. On peut donc rejeter l'hypothèse nulle que la distribution observée des vitesses suit une loi normale. La valeur de la variable de décision correspond à un niveau de confiance de 0.999, soit un risque de première espèce très faible.

Exercice 5 On recueille des vitesses en un point d'une route au Québec et le résultat est présenté dans le tableau suivant.

Intervalle des vitesses (km/h)	Effectifs
15-20	0
20-25	3
25-30	6
30-35	18
35-40	45
40-45	48
45-50	18
50-55	12
55-60	4
60-65	3
65-70	0

1. Calculer la médiane, la vitesse moyenne et l'écart-type de l'échantillon.
2. Quel est l'intervalle de confiance de la vitesse moyenne en ce point, aux niveaux de confiance de 95 % et 99.7 % ?
3. A partir des résultats de cette étude, une nouvelle sera faite pour atteindre une tolérance de ± 1.5 km/h à un niveau de confiance de 95 %. Quelle est la taille de l'échantillon requis ?

4. A-t-on le droit de décrire la distribution de cet échantillon comme normale ?

Solution

1. La vitesse médiane est dans l'intervalle [40, 45] (km/h). La vitesse moyenne est 41.06 km/h et l'écart-type 7.57 km/h.
2. L'intervalle de confiance de la vitesse moyenne est $[41.06 - 1.98 \times \frac{7.57}{\sqrt{157}}, 41.06 - 1.98 \times \frac{7.57}{\sqrt{157}}]$ (selon la loi de Student à 156 degrés de liberté), soit [39.86, 42.26] (km/h) à un niveau de confiance de 95 %, et [39.23, 42.89] (km/h) à un niveau de confiance de 99.7 %.
3. En utilisant l'écart-type calculé pour l'échantillon obtenu dans cette étude, la taille requise pour une tolérance de ± 1.5 km/h à un niveau de confiance de 95 % est $\frac{1.96^2 7.57^2}{1.5^2} = 97.8 \approx 98$ mesures de vitesse.
4. On fait le test du χ^2 d'adéquation de l'échantillon à la loi normale. Les probabilités et les effectifs théoriques pour chaque intervalle de vitesse selon la loi normale sont présentés dans le tableau suivant :

Intervalle des vitesses (km/h)	Probabilités théoriques	Effectifs théoriques
$-\infty - 20$	0.0027	0.425
20-25	0.0143	2.24
25-30	0.0551	8.65
30-35	0.14	21.9
35-40	0.233	36.5
40-45	0.254	39.9
45-50	0.183	28.7
50-55	0.086	13.5
55-60	0.0266	4.17
60-65	0.00539	0.846
65 - $+\infty$	0.000782	0.123

L'hypothèse nulle H_0 est que la distribution des vitesses suit la loi normale. On doit regrouper les trois premiers et trois derniers intervalles pour calculer la variable de décision $X^2 = 9.58$. À $7 - 1 - 2 = 4$ degrés de liberté avec un niveau de confiance de 95 %, $\chi_7^2 = 9.488$. On doit donc rejeter l'hypothèse que la distribution des vitesses suit une loi normale à un niveau de confiance de 95 %, mais la statistique correspond à un niveau de confiance de 95.2 %. Tout dépend du risque que l'on est prêt à accepter.

Exercice 6 Sur une année, on observe la distribution suivante des niveaux de service par heure pour une section d'autoroute dans une direction donnée.

NS	Pourcentage
A	25
B	26
C	4
D	3
E	30
F	12

L'autoroute est ré-aménagée avec l'ajout d'une voie dans chaque direction. Au bout d'un mois, on observe la répartition suivante des niveaux de service.

NS	Effectifs
A	189
B	197
C	35
D	38
E	181
F	80

1. Peut-on conclure que l'aménagement a eu un effet significatif sur le niveau de service ?
2. Le changement observé correspond-il une amélioration de la circulation ?

Solution

1. Il faut faire un test (test du χ^2) pour déterminer si la distribution des niveaux de service par heure est la même que l'année précédente. L'hypothèse nulle H_0 est que la distribution des niveaux de service par heure suit la distribution des niveaux de service par heure de l'année précédente.

La variable de décision du test du χ^2 est calculée et vaut 20.9, ce qui correspond à un risque de première espèce inférieur à 0.005 dans le tableau (exactement $8.47 \cdot 10^{-4}$). Les deux distributions de niveaux de services sont donc significativement différentes et l'aménagement a donc eu un effet significatif sur le niveau de service.

2. En comparant les pourcentages des niveaux de service par heure pendant le mois à ceux de l'année précédente, le changement observé correspond à une amélioration puisque on observe pour l'essentiel un transfert des niveaux de service E et F vers des niveaux plus fluides (A à D).

Exercice 7 On fait une collecte de données sur la vitesse de marche des piétons au carrefour de la rue University et du boulevard René-Lévesque.

1. Quel est la taille minimale de l'échantillon nécessaire pour que l'erreur faite sur la moyenne des vitesses soit inférieure à 0.05 m/s avec un niveau de confiance de 95 % et 99 %. Des études précédentes dans le centre ville de Montréal indiquent que l'écart-type sur les vitesses de marche est typiquement de 0.3 m/s.
2. Le recueil des données (en m/s) par sexe est présenté dans le tableau suivant

	Hommes	Femmes
moyenne	1.23	1.16
écart-type	0.24	0.22
nombre d'observations	65	78

Peut-on conclure que les hommes marchent plus vite que les femmes à cet endroit ?

Solution

1. La taille de l'échantillon nécessaire pour atteindre la précision demandée est de $\frac{k^2 \sigma^2}{n^2} = \frac{1.96^2 \times 0.3^2}{0.05^2} = 138.29 \approx 139$ à 95 % et $\frac{k^2 \sigma^2}{n^2} = \frac{2.57^2 \times 0.3^2}{0.05^2} = 237.77 \approx 238$ à 99 %.

2. L'hypothèse nulle H_0 à tester est que les hommes et les femmes marchent à la même vitesse, contre l'hypothèse alternative H_a que les hommes marchent plus vite. La statistique du test est

$$Z_0 = \frac{1.23 - 1.16}{\sqrt{\frac{0.24^2}{65} + \frac{0.22^2}{78}}}$$

Sous l'hypothèse d'approximation normale, la statistique du test suit une loi normale. Pour une variable aléatoire z de loi normale, on a $P(z < Z_0) = 0.9641$, ce qui est supérieur au niveau de confiance de 95 % typiquement utilisé. On rejette l'hypothèse nulle avec un risque de première espèce de 3.6 % et on conclut que les hommes marchent plus vite que les femmes selon cet échantillon de données.

Exercice 8 Une étude d'un parc de stationnement de 60 places a été conduite par intervalles de 5 min sur des périodes de 2 h pendant 5 jours. Le nombre cumulé de places de stationnement libres observé pendant l'ensemble de la période est de 200. En supposant que le nombre de places de stationnement libres par intervalle de 5 min suive une loi de Poisson, quelle est la probabilité qu'une place de stationnement soit libre dans un intervalle de 5 min ?

Solution

La variable aléatoire est le nombre de place de stationnement libre par intervalle de 5 min, et m est le nombre moyen de places de stationnement libre par intervalle de 5 min. L'étude a été conduite sur $12 \times 5 \times 2 = 120$ intervalles de temps, d'où $m = 200/120 = 5/3 = 1.67$ places libres par intervalle de 5 min. La probabilité qu'une place soit libre est $1 - P(0) = 1 - 0.18 = 0.82$.

La question est toujours ambigu et donner la probabilité qu'exactly une place soit libre a aussi été acceptée.

Question 9 (non corrigé)

La distribution de la gravité des accidents au Québec et en Montérégie pour les années 2000-2010 sont présentées dans le tableau suivant.

Gravité	Distribution des accidents au Québec (%)	Nombre d'accidents en Montérégie
Dommages mineurs	50.0	542
Dommages majeurs	40.0	375
Blessure légère	8.0	73
Blessure grave	1.5	16
Accident mortel	0.5	6

Effectuer un test statistique pour déterminer si la répartition de la gravité des accidents en Montérégie suit la distribution de tout le Québec d'après ces chiffres.

Exercice 10

70 min (/9 pts)

Vous travaillez pour la ville de Montréal et devez faire une étude de circulation dans une rue résidentielle à la suite de plaintes des citoyens à propos de la circulation, du nombre de véhicules grandissant passant dans la rue et de leur vitesse.

- Proposez deux méthodes pour collecter des données de vitesses et de comptages et discutez laquelle est la plus appropriée au contexte. (2 pts)
- Discutez en quoi la problématique est liée aux différentes fonctions d'une rue. (1 pt)
- Dans le cadre de l'étude de circulation, on fait des comptages du nombre de véhicules par intervalle de 1 min qui sont présentés dans le tableau suivant :

Nombre de véhicules par intervalle de 1 min	Nombre d'observations
0	2
1	6
2	19
3	20
4	19
5	17
6	6
7	7
8	4

L'écart-type du nombre de véhicules est fourni pour simplifier les calculs : il est de 1,936 véhicules.

- Calculez l'intervalle de confiance de la moyenne du nombre de véhicules par intervalle de 1 min au niveau de confiance de 95 %. (1 pt)
- La taille de l'échantillon est-elle suffisante pour atteindre une précision (tolérance) de 0,3 véh sur la moyenne du nombre de véhicules avec un niveau de confiance de 95 % ? Si ce n'est pas le cas, calculez la taille de l'échantillon. (1 pt)
- Déterminez à l'aide d'un test statistique si la vitesse suit la loi de Poisson. (2 pts)
- Suite à l'étude de circulation, il est décidé d'ajouter des panneaux pour détourner la circulation de transit. De nouveaux comptages sont faits : l'échantillon contient 125 observations (intervalles de 1 min), de moyenne 3,5 véhicules et écart-type 2,1 véhicules. Déterminez à l'aide d'un test statistique si le nombre moyen de véhicules a baissé. Calculez les temps inter-véhiculaires moyens correspondants. (2 pts)

Solution

- Deux méthodes pour collecter des données de vitesses et comptages
 - On peut utiliser des radars ou capteurs magnétique posés sur ou enfouis dans la chaussée pour mesurer la vitesse.
 - On peut utiliser des tubes pneumatique ou des observateurs humains avec une application pour effectuer des comptages.
 - Puisqu'il s'agit d'une étude limitée dans le temps, il faut choisir des méthodes temporaires, des capteurs faciles à installer et retirer après la collecte. Pour la vitesse, un radar à main ou un capteur magnétique posé sur la chaussée sont adaptés. Ces deux capteurs sont assez dispendieux. Le radar n'est pas très discret et pourrait influencer les usagers qui se comporteraient de façon plus sécuritaire. Pour les comptages, les tubes pneumatiques ou les observateurs humains sont de bonnes méthodes temporaires, relativement discrètes et bon marché.

2. Les deux fonctions d'une route sont le transit (la mobilité des personnes/marchandises dont la destination n'est pas sur la route) et l'accès aux propriétés adjacentes. On considère, surtout pour une rue, de plus en plus la fonction de place (lieu) pour les activités et la socialisation. L'augmentation de la circulation et des vitesses (liées à la fonction de transit) entre en conflit avec les fonctions privilégiées d'une rue, à savoir l'accès et la place. Par exemple, des parents pourraient avoir peur pour la sécurité de leurs enfants qui jouent sur les trottoirs voire sur la rue.
- 3.
4. Le nombre moyen de véhicules par intervalle de 1 min est 3.85. L'intervalle de confiance de la moyenne du nombre de véhicules au niveau de confiance de 95 % est $3.82 \pm 1.98 \frac{1.936}{\sqrt{100}}$ soit l'intervalle [3.44, 4.20] véhicules (on utilise 1.98 et non 1.96 car l'expression $\frac{\bar{x}-\mu}{\hat{\sigma}/\sqrt{n}}$ tend vers la loi de Student à 99 degrés de liberté puisque l'écart-type est estimé à partir de l'échantillon, mais c'est très proche du résultat avec la loi normale).
5. Si on calcule la tolérance sur la moyenne de l'échantillon actuel $e = t_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ pour un niveau de confiance de 95 % ($1 - \alpha$), on obtient 0.384 véhicules, ce qui est supérieur à la précision (tolérance) demandée. Il faudrait un échantillon d'au moins 160 observations pour une précision de 0.3 sur la moyenne du nombre de véhicules par intervalle de 1 min avec un niveau de confiance de 95 %.
6. Il faut utiliser le test du χ^2 entre l'échantillon des comptages et la loi de Poisson (de moyenne 3.82). Après regroupement des catégories pour lesquelles il y a moins de 5 observations, on obtient le tableau suivant

Nombre de véhicules (par intervalle de 1 min)	Nombre d'observations	Nombre d'observations selon la loi de Poisson
≤ 1	10.57	8
2	16.00	19
3	20.37	20
4	19.46	19
5	14.86	17
6	9.46	6
≥ 7	9.28	11

L'hypothèse nulle H_0 est que le nombre de véhicules suit la loi de Poisson de paramètre 3.82. La statistique du test vaut 2.78, ce qui correspond à un risque de première espèce de 0.27 (pour une distribution du χ^2 à $n - 1 - p = 7 - 1 - 1 = 5$ degrés de liberté) : on ne peut donc pas rejeter l'hypothèse nulle que le nombre de véhicules par intervalle de 1 min sur cette rue suit la loi de Poisson. Si on fixe un risque de première espèce de 0.1, la valeur seuil d'une distribution du χ^2 à 5 degré de liberté est 9.24.

7. L'hypothèse nulle H_0 est que les nombres moyens de véhicules avant et après la campagne sont identiques et l'hypothèse alternative est que le nombre moyen de véhicules a baissé. La statistique du test est $Z_0 = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\hat{\sigma}_1^2}{n_1} + \frac{\hat{\sigma}_2^2}{n_2}}} = 1.19$ (avec \bar{x}_i

la moyenne, $\hat{\sigma}_i$ l'écart-type et n_i le nombre d'observations avant ($i = 1$) et après ($i = 2$)). Sous l'hypothèse nulle, en considérant les variances inconnues, puisque la taille des échantillons est assez grande, la statistique Z_0 suit la loi normale centrée réduite. La probabilité d'obtenir une valeur inférieure ou égale à 1.18 est 0.88, soit un risque de première espèce supérieur à 0.1. On ne peut donc pas rejeter

l'hypothèse nulle et on ne peut donc pas conclure que les panneaux ont eu un effet significatif pour détourner le trafic dans la rue.

Les temps inter-véhiculaires correspondant respectivement à 3.82 et 3.5 véhicules par intervalle de 1 min (soit 60 s) sont $60/3.82 = 15.7$ s et 17.14 s.

5 Études de circulation

Question 1 Les comptages suivants ont été obtenus sur une autoroute de la région de Montréal.

Début de période	Fin de période	Nombre de véhicules
17 :00 :00	17 :05 :00	201
17 :05 :00	17 :10 :00	208
17 :10 :00	17 :15 :00	217
17 :15 :00	17 :20 :00	232
17 :20 :00	17 :25 :00	219
17 :25 :00	17 :30 :00	220
17 :30 :00	17 :35 :00	205
17 :35 :00	17 :40 :00	201
17 :40 :00	17 :45 :00	195
17 :45 :00	17 :50 :00	210
17 :50 :00	17 :55 :00	190
17 :55 :00	18 :00 :00	195

Calculer

1. le débit horaire
2. le facteur de pointe horaire pour 5 min
3. le facteur de pointe horaire pour 15 min

Solution

1. Le débit horaire est 2493 véh/h.
2. Le facteur de pointe horaire pour 5 min est $2493/(12 \times 232) = 0.90$.
3. Le facteur de pointe horaire pour 15 min est $2493/(4 \times 671) = 0.93$.

Exercice 2 Un carrefour de Montréal (carrefour 1) a eu 9.35 collisions par million de véhicules entrants pendant les 3 dernières années. La ville de Montréal a recensé 8 carrefours avec des caractéristiques similaires (désigné comme le groupe de référence), dont les taux de collisions pour la même période sont : 7.89, 9.24, 7.09, 8.67, 7.20, 7.93, 9.94, 6.68

Calculer l'intervalle de confiance à 95 % du nombre de collisions par million de véhicules entrants pour le groupe de référence. Comparer le taux de collision du carrefour 1 à cet intervalle de confiance pour conclure s'il s'y déroule un nombre de collisions anormalement élevé.

Solution Le nombre moyen de collisions par million de véhicules entrants pour le groupe de référence est 8.08, avec un écart-type de 1.13 (utiliser la formule avec $n - 1 = 7$ carrefours). L'intervalle de confiance à 95 % correspondant est de [7.07, 9.09] collisions par million de véhicules entrants (en utilisant la loi de Student puisque l'écart-type est estimé à partir de l'échantillon). Le nombre de collisions par million de véhicules entrants dans le carrefour 1 est plus élevé que la moyenne du groupe de référence et tombe en dehors de l'intervalle de confiance : il peut être considéré comme anormalement élevé et il faudrait envisager une étude des accidents plus approfondie.

Exercice 3 Une autoroute sur du terrain vallonné a une composition de 10 % de camions et 5 % de motorisés. Quel est le débit en équivalent véhicules particuliers (uvp) d'un débit de 3500 véh/h? Les coefficients d'équivalence sont fournis dans le tableau suivant :

Coefficient	Plat	Vallonné	Montagneux
e_C (camion)	1.5	2.5	4.5
e_M (motorisé)	1.2	2.0	4.0

Solution On applique la formule de conversion vue dans la section sur la théorie de la circulation

$$Q_{uwp} = Q(1 + \sum (e_i - 1)p_i) = Q(1 + p_C(e_C - 1) + p_M(e_M - 1)) = \frac{Q}{f_{PL}}$$

où Q est le débit, p_C et p_M sont respectivement les proportions de camion et de motorisés dans la circulation. On obtient donc un débit en unité de véhicules particuliers $Q_{uwp} = 3500(1 + 0.1(2.5 - 1) + 0.05(2.0 - 1)) = 3500 * 1.2 = 4200$ uvp/h.

Exercice 4 Une vieille autoroute urbaine (sans carrefour, "freeway") à quatre voies (deux voies dans chaque direction) a les caractéristiques suivantes : des voies larges de 3.3 m, pas de dégagement latéral, une densité d'échangeurs de 1.2 échangeurs par km, une circulation composée de 5 % de camions et aucun motorisé, un facteur de pointe horaire de 0.9 et un terrain vallonné. La demande de pointe est actuellement de 2200 véh/h, et la croissance attendue de la circulation est de 3 % par an. Quel est le niveau de service actuel? Quel sera-t-il dans 5, 10, 20 ans? Pour éviter la saturation complète de l'autoroute, quand devra-t-on apporter des améliorations significatives à l'autoroute ou construire de nouvelles routes?

Un extrait du HCM est disponible sur le site moodle pour fournir les références nécessaires à cet exercice.

Solution On calcule la vitesse libre VL :

$$VL = VLB - f_{LV} - f_{DL} - f_N - f_{DE} \\ = 110 - 3.1 - 5.8 - 7.3 - 12.1 = 81.7 \text{ km/h}$$

Le facteur PL est $f_{PL} = \frac{1}{1+0.05(2.5-1)} = 0.93$. On calcule le débit d'analyse q_p (le facteur de population est pris par défaut à 1.0) :

$$q_p = \frac{Q}{FPH \times N \times f_{PL} \times f_p} \\ = \frac{2200}{0.9 \times 2 \times 0.93 \times 1.0} = 1314 \text{ uvp/h/voie}$$

Avec un débit d'analyse de 1314 uvp/h/voie, la vitesse moyenne sera égale à la vitesse libre, et on en déduit la densité $k = \frac{1314}{81.7} = 16.1$ uvp/km/voie. Le niveau de service actuel est donc D.

Dans n années, la demande de pointe sera de 2200×1.03^n . On en déduit le débit d'analyse, la vitesse moyenne et la densité et le niveau de service pour 5, 10, 15 et 20 ans :

Année de prévision	débit d'analyse (uvp/h/voie)	vitesse (km/h)	densité (uvp/km/voie)	NS
5	1523	81.7	18.6	D
10	1766	81.7	21.6	D
15	2047	79.6	25.2	E
20	2208	78.9	28.0	F

En utilisant les formules du HCM, on trouve que la vitesse est égale à la vitesse libre pour des débits d'analyse inférieurs à $3100 - 15 \times VL = 1874.5$ km/h/voie. Pour la prévision à 20 ans, la capacité de l'autoroute est $1800 + 5 \times VL = 2208$ véh/h/voie (la demande atteint 2373 véh/h/voie, mais le débit d'analyse ne peut dépasser la capacité de l'autoroute) et la vitesse vaut 78.9 km/h. On vérifie bien que la densité atteint le seuil de saturation pour ces valeurs. Lorsque la demande dépasse la capacité, il y a d'autres méthodes d'analyse décrites dans le HCM permettant de prédire l'accumulation des véhicules et la propagation de la saturation dans un réseau. La capacité est atteinte entre la 16^{ème} et 17^{ème} année, et il faut donc intervenir avant.

6 Dispositif de contrôle

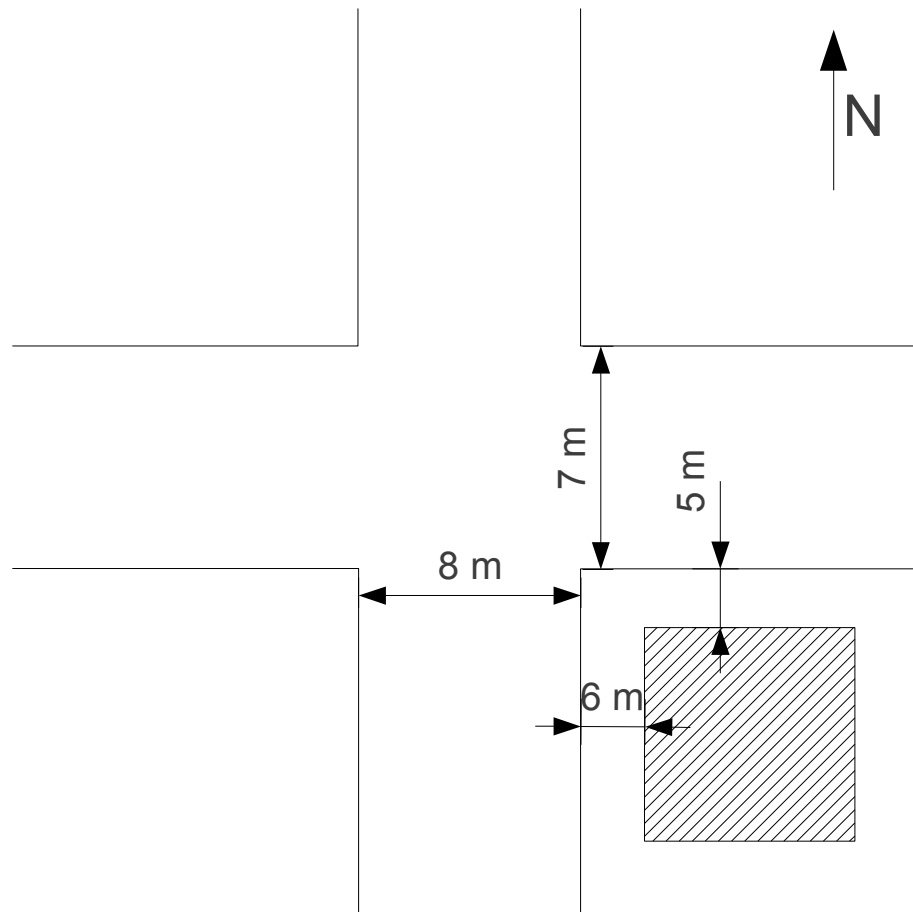
Exercice 1 Citez deux caractéristiques discriminantes de panneaux de signalisation qui permettent de distinguer leur signification. Indiquez pourquoi la signalisation symbolique est préférée aux messages écrits.

Solution Les discriminants utilisés dans la signalisation sont : la forme, la couleur, le symbole, la matière, la lumière, la légende, le mouvement, l'orientation. Par exemple, les panneaux de danger et travaux sont respectivement jaune et orange. La forme des panneaux d'arrêt et de cédez-le-passage leur sont respectivement uniques.

La signalisation symbolique est perçue et comprise plus rapidement par les usagers de la route. De plus, elle peut être comprise par des usagers qui ne comprennent pas le langage dans lequel un message est écrit.

7 Les carrefours

Question 1 On étudie les besoins de contrôle du carrefour décrit ci-dessous avec ses dimensions. Le carrefour a deux voies de circulation (une dans chaque sens) et un seul bâtiment au coin sud est qui peut gêner la visibilité. La vitesse limite est 50 km/h sur les approches. En considérant un temps de perception réaction de 2.5 s et un freinage maximal de -3 m/s^2 , proposer un contrôle adapté de la circulation.



Solution On calcule la distance de freinage pour un véhicule circulant à 50 km/h, $d = TPR \times v_o - \frac{v_o^2}{2a} = 66.9 \text{ m}$. Un véhicule sur l'approche sud est à $a = 2 + 6 = 8 \text{ m}$ du bâtiment, tandis qu'un véhicule sur l'approche est à $b = 3 * 1.75 + 5 = 10.25 \text{ m}$ du bâtiment. Le dernier instant où le véhicule sur l'approche sud peut freiner normalement pour éviter une collision est lorsque le véhicule est à une distance $d_{sud} = 66.9 \text{ m}$ du carrefour. À cet instant, le second véhicule (sur l'approche est) sera à une distance $d_{est} = \frac{ad_A}{d_A - b} = 9.44 \text{ m}$ du carrefour. Cette distance est bien plus faible que la distance du carrefour à laquelle il pourrait s'arrêter avant d'entrer dans le carrefour.

Le premier niveau de contrôle (selon les règles de la route : priorité au véhicule venant de la droite) ne sont pas suffisantes dans ces conditions. Les solutions possibles sont :

- déplacer ou supprimer le bâtiment ;
- diminuer la vitesse sur les approches ;
- mettre des panneaux d'arrêt ou des feux de signalisation.

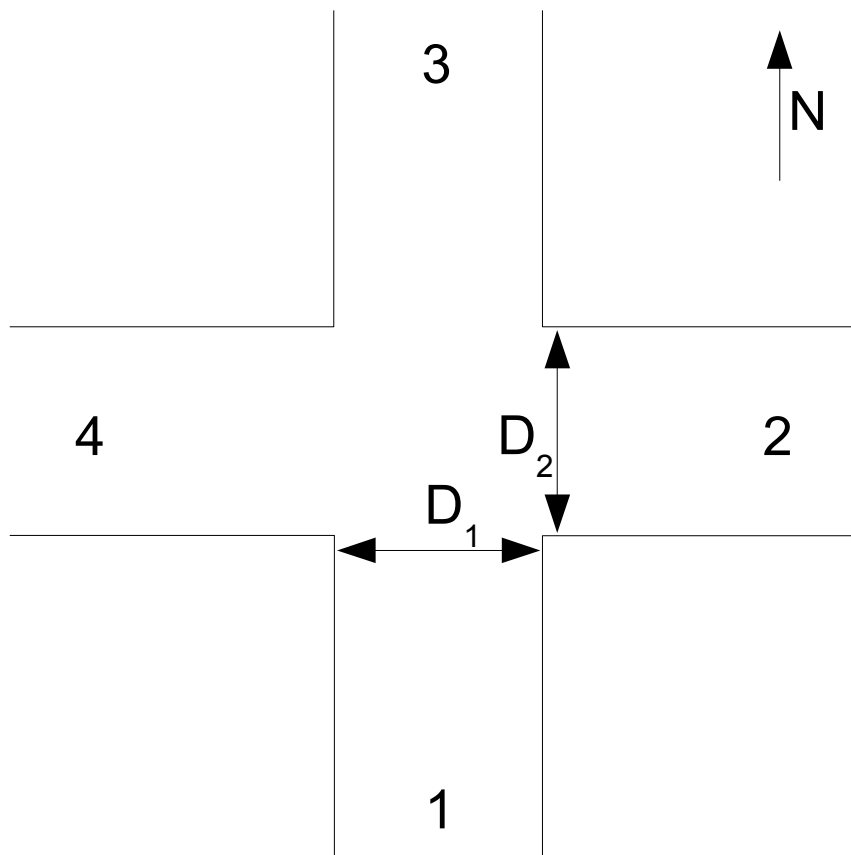
Exercice 2

1. Tracer et compter les points de conflit par catégorie (croisement, convergence et divergence) dans un carrefour en T (trois branches à deux voies, avec une voie par direction).
2. Discuter le niveau de contrôle approprié pour un tel carrefour en T.
3. Comparer les points de conflits à un carrefour en T et à un carrefour giratoire avec les mêmes branches.
4. Décrire (brièvement) la signalisation à un carrefour giratoire. Quel est le niveau de contrôle d'un carrefour giratoire ?

Solution

1. Il y a trois points de conflit de chaque catégorie dans un carrefour en T.
2. Le niveau de contrôle dépend de la demande et de la visibilité au carrefour. Les trois niveaux de contrôle sont possible. S'il est attendu que les conducteurs et autres usagers sont capables de gérer les conflits à ce carrefour, le niveau 1 pourrait s'avérer suffisant.
3. Un carrefour giratoire a trois points de conflit de convergence et trois de divergence (aucun point de conflit de croisement).
4. La signalisation à un carrefour giratoire implique du marquage au sol (lignes axiales pour la canalisation des mouvements) et des panneaux de cedez le passage à l'entrée (avec les lignes correspondantes au sol à l'entrée) : il s'agit d'un contrôle de niveau 2.

Exercice 3



origine \ destination	1	2	3	4
1	/	440	308	132
2	36	/	0	204
3	175	75	/	250
4	0	275	49	/

Sur l'axe 1-3, il y a deux voies disponibles, une première pour les virages à gauche et mouvements tout droit, une seconde pour les virages à droite et mouvements tout droits. Il y a une seule voie disponible sur l'axe 2-4. Il y a 10 % de camions dans la circulation (avec coefficient d'équivalence de 1.5). Les coefficients d'équivalence des virages à gauche et à droite sont respectivement 1.6 et 1.0.

La vitesse d'approche des véhicules est 40 km/h, leur décélération 5 m/s^2 ($a = -5 \text{ m/s}^2$) et le temps de perception-réaction des conducteurs 1 s. Le facteur de pointe horaire est 0.85. Les piétons marchent à une vitesse de 1 m/s et ont un temps de perception-réaction de 5 s. Les autres paramètres des axes sont les suivants (la longueur moyenne d'un VP est 6.1 m) :

axe	largeur des routes (m)	débits de saturation (uvpd/h)	temps perdu au démarrage (s)	temps perdu en fin de phase (s)
1-3	18	1740	3.7	1.1
2-4	12	1850	3.7	1.6

Solution Pour tenir compte des camions, il faut multiplier les débits par $0.9 + 0.1 * 1.5 = 1.05$ pour les convertir en équivalent véhicule particulier. Il faut de plus multiplier les débits des virages à gauche par 1.6. Les débits résultants sont donc :

- Approche 1 : $132 \times 1.05 \times 1.6 + 748 * 1.05 = 1007 \text{ uvpd/h}$, soit $1007/2 = 503 \text{ uvpd/h/voie}$
- Approche 3 : $75 \times 1.68 + 425 \times 1.05 = 572 \text{ uvpd/h}$, soit $572/2 = 286 \text{ uvpd/h/voie}$
- Approche 2 : $36 \times 1.68 + 204 \times 1.05 = 274 \text{ uvpd/h}$
- Approche 4 : $49 \times 1.68 + 275 \times 1.05 = 371 \text{ uvpd/h}$

Le plan de feu proposé est en deux phases. Les temps nécessaires pour les piétons pour traverser pendant que les véhicules venant de 1 et 3 peuvent traverser le carrefour (phase 1) est $\theta_1 = TPR_p + D/v_p = 5 + 12/1 = 17 \text{ s}$. De même, pendant le mouvement des véhicules venant de 2 et 4 (phase 2), $\theta_2 = 23 \text{ s}$.

Les temps de jaune J et rouge intégral RI sont les suivants :

- phase 1 (axe 1-3) : $J_1 + RI_1 = TPR_c - \frac{v_c}{2a} + \frac{D+L}{v_c} = 1 + \frac{40}{3.6 \times 2 \times 5} + \frac{(12+6.1)3.6}{40} = 3.7 \text{ s}$
- phase 2 (axe 2-4) : $J_2 + RI_2 = 1 + \frac{40}{3.6 \times 2 \times 5} + \frac{(18+6.1)3.6}{40} = 4.3 \text{ s}$

Les débits de saturation sont $s_1 = 1740 \text{ uvpd/h/voie}$ (axe 1-3) et $s_2 = 1850 \text{ uvpd/h/voie}$ (axe 2-4). Les approches critiques sont respectivement 1 et 4. Les temps perdus sont de 3.7 s au démarrage sur les deux approches. Les temps perdus en fin de phase sont 1.1 s sur les approches 1 et 3 et 1.6 s sur les approches 2 et 4. Le temps perdu total par phase est $t_{p1} = 4.8 \text{ s}$ pour la phase 1 et $t_{p2} = 5.3 \text{ s}$ pour la phase 2, et le temps perdu total par cycle est donc $T = t_{p1} + t_{p2} = 10.1 \text{ s}$.

Les charges des entrées critiques sont $y_1 = \frac{503}{0.85 \times 1740} = 0.340$ et $y_2 = \frac{371}{0.85 \times 1850} = 0.236$. On en déduit la durée du cycle optimal $C_o = \frac{1.5T+5}{1-0.576} = 48 \text{ s}$.

Le temps de vert utile par cycle est donc $C_o - T = 48 - 10.1 = 37.9 \text{ s}$. On en déduit le temps de vert utile et affiché :

- phase 1 (axe 1-3) : $V_{e1} = 37.9 \times \frac{0.340}{0.576} = 22.4$ s et $V_1 = V_{e1} + t_{p1} - (J_1 + RI_1) = 22.4 + 4.8 - 3.7 = 23.5$ s
- phase 2 (axe 2-4) : $V_{e2} = 37.9 \times \frac{0.236}{0.576} = 15.5$ s et $V_2 = V_{e2} + t_{p2} - (J_2 + RI_2) = 15.5 + 5.3 - 4.3 = 16.5$ s

Le temps disponible pour la traversée des piétons est insuffisant sur l'axe 2-4

- phase 1 (axe 1-3) : $V_1 + J_1 + RI_1 = 23.5 + 3.7 = 27.2$ s $>$ $\theta_1 = 17$ s (pas de problème)
- phase 2 (axe 2-4) : $V_2 + J_2 + RI_2 = 16.5 + 4.3 = 20.8$ s $<$ $\theta_2 = 23$ s

Il est donc nécessaire d'augmenter le temps de vert de la phase 2. Le nouveau cycle est calculé à partir de la nouvelle durée de vert pour la phase 2 : $V_2^* + J_2 + RI_2 = 23$, soit $V_2^* = 18.7$ s.

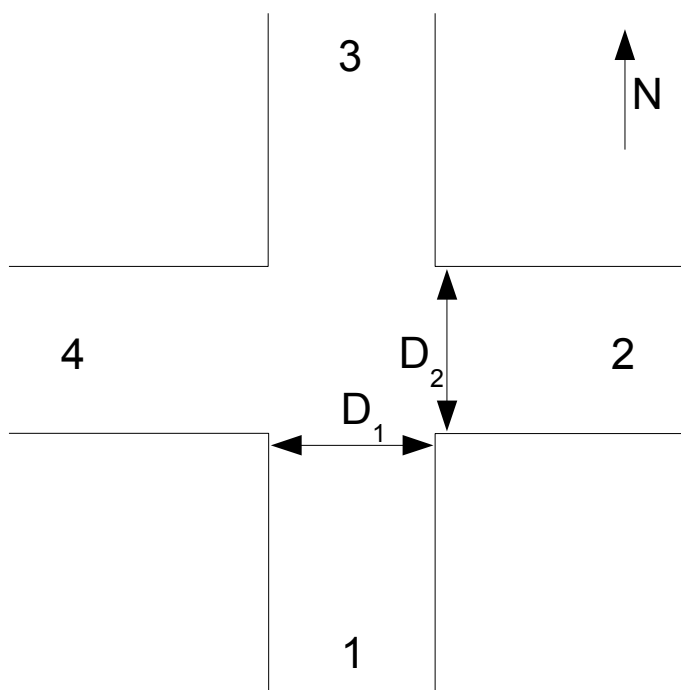
Le nouveau vert utile est $V_{e2}^* = \theta_2 - t_{p2} = 23 - 5.3 = 17.7$ s et $V_{e1}^* = V_{e1} \frac{V_{e2}^*}{V_{e2}} = 22.4 \frac{17.7}{15.5} = 25.6$ s. Le nouveau temps de vert de la phase 1 est donc $V_1^* = V_{e1}^* + t_{p1} - (J_1 + RI_1) = 25.6 + 4.8 - 3.7 = 26.7$ s.

Le nouveau cycle a une durée $C^* = V_1^* + V_2^* + J_1 + RI_1 + J_2 + RI_2 = 26.7 + 18.7 + 3.7 + 4.3 = 53.4$ s. Si on doit arrondir, le cycle serait ajusté à 54 ou 55 s, et les temps de vert devraient être réajustés en conséquence (proportionnellement aux charges critiques de chaque phase).

Exercice 4 (tiré d'un TP)

Dans cette séance, vous allez modéliser un carrefour à feux et évaluer son fonctionnement. Les caractéristiques du carrefour sont les suivantes :

- deux voies dans chaque sens (soit 4 voies en tout pour chaque rue)
- les rues sont numérotées sur la figure suivante et les débits sont indiqués dans le tableau suivant (en véh/h)
- le débit de saturation est de 1615 uvpd/h/voie.
- la circulation comprend 5 % de véhicules lourds (camion/bus) provenant de 3 et 1, et 7 % provenant de 2 et 4 (coefficient d'équivalence de 1.5)
- il n'est pas permis de tourner à droite pendant le rouge
- il n'y a pas de pente particulière sur le carrefour, la largeur des rues est $D_1 = 18$ m et $D_2 = 16$ m (largeur de voie par défaut de 3.6 m)
- la vitesse d'approche est 50 km/h sur toutes les approches
- la longueur moyenne des véhicules est 6 m
- les débits piétons sont négligeables
- le temps de perception-réaction pour les conducteurs est $TPR = 1.5$ s
- la limite de vitesse est 50 km/h et la décélération maximale des véhicules -3 m/s²
- le temps perdu au démarrage est 2 s par phase et le temps utile pendant le jaune est 2 s par phase



origine \ destination	1	2	3	4
1	/	85	700	50
2	25	/	50	500
3	800	60	/	75
4	70	610	35	/

1. Proposer un plan de feux pour le carrefour dans les conditions actuelles.
2. On anticipe que dans le futur les débits des virages à gauche provenant de 1 et 3 augmentent respectivement à 220 véh/h et 175 véh/h. Proposer une solution pour ces conditions futures, en modifiant la géométrie et/ou le plan de feu.

Solution

Conditions actuelles La première étape consiste à évaluer le besoin pour une phase protégée pour les mouvements tourne-à-gauche (les tourne-à-droite sont rarement protégés, et les débits piétons sont très faibles ici). Dans les conditions actuelles, aucune des deux conditions (débit tourne-à-gauche q_{tg} supérieur à 200 véh/h ou $q_{tg} \times \frac{q_o}{N_o} \geq 50000$ véh/h avec q_o débit du courant opposé) sur les débits ne sont vérifiées. Un simple plan de feux à deux phases est donc examiné : les entrées 1 et 3 ont le vert pendant la phase A, les entrées 2 et 4 ont le vert pendant la phase B.

La seconde étape consiste à convertir les débits sur chaque approche en nombre d'équivalents de nombre véhicules particuliers en mouvement tout droit par heure (uvpd/h). Il faut utiliser les tableaux fournis pour déterminer les équivalents pour les mouvements tournants. Le coefficient multiplicateur pour convertir les débits en unités de véhicules particuliers est $0.95 \times 1 + 0.05 \times 1.5 = 1.025$ pour les approches 1 et 3 et 1.035 pour la composition des véhicules sur les approches 2 et 4. On trouve les débits équivalents :

- approche 1 : $1.025 \times (50 \times 8 + 700 \times 1 + 85 \times 1.18) \approx 1230$ uvpd/h
- approche 2 : $1.035 \times (25 \times 5.15 + 500 \times 1 + 50 \times 1.18) \approx 711$ uvpd/h

- approche 3 : $1.025 \times (60 \times 6.5 + 800 \times 1 + 75 \times 1.18) \approx 1310$ uvpd/h
- approche 4 : $1.035 \times (35 \times 4 + 610 \times 1 + 70 \times 1.18) \approx 862$ uvpd/h

Les charges prépondérantes pour chaque phase sont

- phase A : $y_{pA} = \frac{1310}{2 \times 1615} \approx 0.406$ (correspondant à l'approche 3)
- phase B : $y_{pB} \approx 0.267$ (correspondant à l'approche 4)

D'autre part, on calcule les temps de jaune et de rouge intégral pour chaque phase. Le temps de jaune J est le même pour les deux phases puisque la vitesse d'approche v_0 est 50 km/h sur toutes les approches, soit $J = TPR + \frac{v_0}{2a} = 3.8$ s (avec le temps de perception-réaction $TPR = 1.5$ s et la décélération $a = 3$ m/s²). Avec une longueur moyenne L de 6 m pour les véhicules, on a

- phase A : $RI_A = \frac{D_2 + L}{v_0} \approx 1.6$ s
- phase B : $RI_A = \frac{D_1 + L}{v_0} \approx 1.7$ s

Il est donné que le temps perdu au démarrage est $t_{p,dem} = 2$ s par phase et le temps utile pendant le jaune est $j_u = 2$ s par phase. On en déduit le temps perdu pour chaque phase :

- phase A : $t_{pA} = t_{p,dem} + J + RI_A - j_u \approx 5.4$ s
- phase B : $t_{pB} \approx 5.5$ s

Le temps perdu total par cycle est donc $T = 10.9$ s. La charge globale du carrefour est $Y = 0.673$. On en déduit la longueur du cycle optimal $C_0 = \frac{1.5T + 5}{1 - Y} \approx 65.3$ s, arrondi à 66 s. Les temps de vert effectif sont alloués à chaque phase :

- phase A : $V_{eA} = \frac{(C_0 - T)y_{pA}}{Y} \approx 33.2$ s
- phase B : $V_{eB} \approx 21.9$ s

Finalement, on obtient les temps de vert affichés pour chaque phase

- phase A : $V_A = V_{eA} + t_{pA} - J - RI_A = 33.2 + 5.4 - 3.8 - 1.6 = 33.2$ s
- phase B : $V_B = 21.9$ s

Puisque les mouvements piétons étaient considérés comme négligeables, il n'était pas demandé de vérifier les temps de traversée nécessaires pour les piétons. Le phasage est dans tous les cas suffisant pour les temps nécessaires à la traversée des piétons : $3.2 + 16 = 19.2$ s pour la phase A et $3.2 + 18 = 21.2$ s pour la phase B.

Conditions futures Lorsque les mouvements de tourne-à-gauche augmentent sur les approches 1 et 3, les critères indiquent qu'il faut protéger ces mouvements et leur donner une voie réservée (si on fait le calcul des charges avec deux phases, les charges sont très supérieures à 1), ce qui implique de construire des voies réservées supplémentaires pour ces mouvements. On propose un plan de feu en trois phases, avec une première phase pour les tourne-à-gauche protégés venant de 1 et 3 (phase A1), puis les mouvements tout droit et tourne-à-droite venant encore de 1 et 3 (phase A2), puis la phase B identique à précédemment.

Il faut recompter les débits en équivalents de véhicules particuliers en mouvement tout droit par heure. Il faut noter que les mouvements tourne-à-gauche protégés ne sont plus en conflit dans le carrefour, auquel cas leur équivalent n'est plus que 1.05. On obtient les charges prépondérantes pour chaque phase

- phase A1 : débits 237 uvpd/h pour l'entrée 1 et 188 uvpd/h pour l'entrée 3, d'où $y_{pA1} \approx 0.146$
- phase A2 : débits 820 uvpd/h pour l'entrée 1 et 911 uvpd/h pour l'entrée 3, d'où $y_{pA2} \approx 0.282$
- phase B : $y_{pB} \approx 0.267$

Le temps perdu par cycle devient $T = 5.4 + 5.4 + 5.5 = 16.3$ s. La charge globale est $Y = 0.695$. On en déduit $C_0 \approx 97$ s, puis les durées de vert effectif et affiché (qui sont

égales comme précédemment puisque le temps perdu au démarrage est compensé par le temps utile en début de jaune) :

- phase A1 : $V_{e_{A1}} = V_{A1} \approx 17.0$ s
- phase A2 : $V_{e_{A2}} = V_{A2} \approx 32.7$ s
- phase B : $V_{e_B} = V_B \approx 31.0$ s

Une alternative plus efficace est de supprimer l'intervalle entre les verts des phases A1 et A2 puisque les mouvements tourne-à-gauche de la phase A1 peuvent être permis dans la phase A2. Dans ce cas, le temps perdu est diminué et redevient $T = 10.9$. On a toujours $Y = 0.695$, d'où $C_0 \approx 71$ s et

- phase A1 : $V_{e_{A1}} = V_{A1} \approx 12.7$ s
- phase A2 : $V_{e_{A2}} = V_{A2} \approx 24.4$ s
- phase B : $V_{e_B} = V_B \approx 23.1$ s

Néanmoins, ce type de phase composée (tourne-à-gauche protégé puis permis sans temps de jaune et rouge intégral intermédiaire) doit être signalisé différemment et peut créer de la confusion chez les conducteurs. Les gains en temps perdu et sur la durée de cycle sont cependant importants.

Une autre solution consiste à simplement construire une voie réservée pour les mouvements de tourne-à-gauche sur les approches 1 et 3, sans modifier le plan de feux.

Question 5 On considère un carrefour isolé de deux rues à sens unique, dont la demande de pointe projetée est estimée à 1600 uvp/h pour l'axe est-ouest et 900 uvp/h pour l'axe nord-sud. On suppose qu'il n'y a pas de mouvements tournants et que les débits de saturation respectifs pour les axes est-ouest et nord-sud sont 1850 uvp/h et 1800 uvp/h. En faisant des hypothèses raisonnables sur la durée des phases de jaune et de rouge intégral,

1. déterminer le nombre de voies nécessaires, la durée du cycle optimal et le diagramme des feux (avec les durées de chaque phase) ;
2. en déduire le retard moyen et le niveau de service par approche et pour l'ensemble du carrefour.

Solution

1. Si on ne considère pas de mouvements tournants, on propose un plan de feux en deux phases, une pour chaque axe. Il est clair qu'une seule voie par axe n'est pas suffisante pour répondre à la demande sur ce carrefour (charge globale de 1.35). Le carrefour pourrait fonctionner (degré de saturation inférieur à 1) avec deux voies pour l'axe est-ouest, mais on préfère avoir deux voies aussi sur l'axe nord-sud pour diminuer les retards. La charge globale du carrefour est alors de $1600/(2 \times 1850) + 900/(2 \times 1800) = 0.43 + 0.25 = 0.68$.

En absence d'indication, on suppose un temps de jaune de 3 s, un temps de rouge intégral de 1 s, et un temps perdu par phase de 4 s par phase (2 s au début du vert, 2 s de jaune utile). On calcule alors le cycle optimal avec la formule de Webster, soit $(1.5 \times 8 + 5)/(1 - 0.68) = 53.1 \approx 53$ s. Il y donc $53 - 8 = 45$ s disponibles à allouer pour chaque phase, soit 28 s pour l'axe nord-sud et 17 s pour l'axe est-ouest, qui correspondent aussi aux temps de vert affichés respectifs.

2. On calcule le degré de saturation, les retards uniforme et incrémental moyen (par véhicule) pour l'approche 1, soit respectivement 0.82, 10.4 s et 8.1 s : le retard moyen total est donc 18.5 s et le niveau de service B. De la même façon, le degré de saturation, les retards uniforme et incrémental moyen (par véhicule) pour

l'approche 2 sont respectivement 0.78, 16.3 s et 10.7 s : le retard moyen total est donc 27.0 s et le niveau de service C. On en déduit le retard moyen sur le carrefour (en pondérant par les débits de chaque approche) $\frac{1600 \times 18.5 + 900 \times 27.0}{1600 + 900} = 21.6$ s, soit un niveau de service de C pour l'ensemble du carrefour.

Question 6 (non corrigé)

Une approche à un feu (à temps fixe) a un débit de saturation de 1700 véh/h. La durée du cycle est de 60 s et le vert effectif de l'approche est 20 s. Pendant 3 cycles consécutifs, 15 véhicules arrivent dans le premier, 8 dans le second et 4 dans le troisième. Déterminer le retard uniforme total sur les 3 cycles, et le retard moyen pour ces véhicules.

Question 7 On considère une approche à une voie avec un feu de circulation, qui a le droit de passage pendant un temps de vert utile de 30 s sur un cycle de 60 s. Le débit de saturation de l'approche est 1800 uvpd/h. On considère trois cycles où arrivent successivement 12, 17 et 12 véhicules. En supposant des arrivées déterministes (à intervalle de temps constant) par cycle, tracez les courbes des nombres de véhicules arrivés et servis sur ces trois cycles et calculez le retard uniforme total et moyen par véhicule. En supposant des arrivées uniformes de 41 véhicules par trois cycles sur une heure entière, calculez le degré de saturation, le retard uniforme moyen et le retard aléatoire moyen.

Commencez la résolution avec l'intervalle rouge sans aucune file au feu.

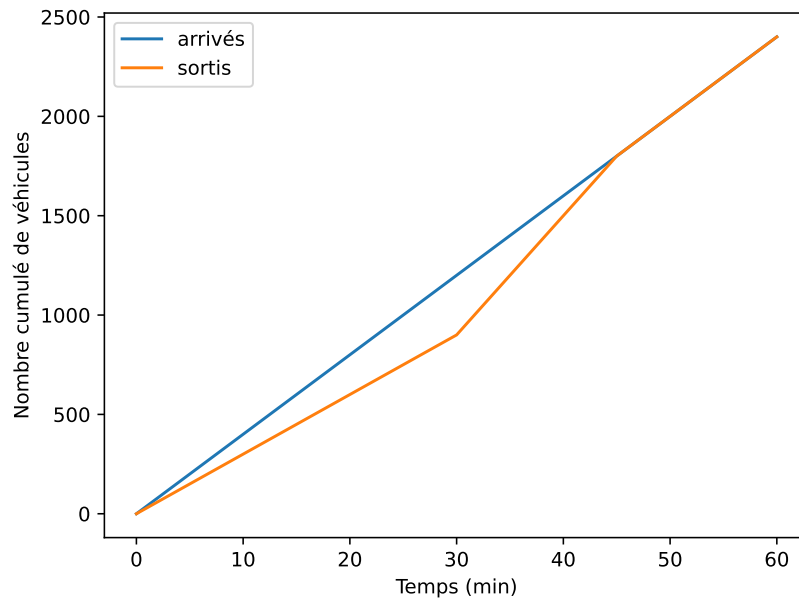
Solution Une solution est présentée dans une capsule en ligne.

Question 8 Le débit observé dans une direction sur une autoroute à deux voies est de 2400 uvp/h. La capacité par voie de circulation est 1800 uvp/h. Un accident bloque une voie de circulation pendant 30 min. En supposant la file d'attente comme ponctuelle,

1. tracer le diagramme du nombre cumulé de véhicules passés au niveau du goulot et calculer le retard total et moyen par véhicule affecté ;
2. refaire les calculs dans le cas où la route est dégagée plus vite (en 20 au lieu de 30 min) et comparer.

Solution

1. Soit $s = 1800$ uvp/h la capacité d'une voie de circulation et $q = 2400$ uvp/h le débit observé sur cette route. Le débit est inférieure à la capacité de la route avant l'accident ($2 \times s = 3600$ uvp/h). Ça change après l'accident : la file d'attente, supposée ponctuelle, croit au rythme de $q - s = 600$ uvp/h, alors que 1800 uvp/h sont servis. Au moment de la réouverture de la route (fin de l'accident), il y a donc $Q_{max} = 0.5(q - s) = 300$ uvp dans la file. Après la réouverture, le nombre de véhicules sortant de la file est égal à sa capacité : il faut trouver l'instant t_{fin} auquel la file d'attente a disparu. Il correspond à l'instant où la file aura disparu. Le nombre de véhicules arrivés dans la file à t est égal à $Q_{max} + tq$ (depuis la réouverture de la route), tandis que le nombre sortis est égal à $t s$: la file aura disparu lorsque ces deux nombres sont égaux, soit $Q_{max} + t_{fin}q = 2st_{fin}$. On obtient $t_{fin} = \frac{Q_{max}}{2s - q} = 0.25$ h, soit 15 min. Le diagramme du nombre cumulé de véhicules est présenté ci-dessous.



Le retard total D est égal à l'aire entre les courbes des véhicules arrivés et sortis de la file sur la période d'existence de la file de 30+15 min. C'est égal à la somme des aires de deux triangles $D = \frac{1}{2}0.5 \times Q_{max} + \frac{1}{2}0.25 \times Q_{max} = 112.5$ uvp.h. Le retard moyen par usager affecté est $d = \frac{D}{0.75q} = 112.5/1800 = 0.0625$ h soit 3 min et 45 s.

2. Dans le cas où la route est dégagée plus vite, on aura $Q_{max} = 200$ uvp et $t_{fin} = 1/6 = 0.167$ h ou 10 min. Le retard total est alors $D = 50$ uvp.h et le retard moyen par usager affecté $d = D/1200 = 2.5$ min. Le retard total est réduit de plus de la moitié (55.5 %) pour une réduction de la durée de blocage de 33 % (1/3).

8 Régulation des réseaux

Question 1 On considère un premier carrefour de deux routes à sens unique. L'approche 1 dans la direction nord a une charge $y_1 = 0.3$ et l'approche 2 dans la direction ouest a une charge $y_2 = 0.2$. Le plan de feux comprend deux phases. La somme des temps de jaune J et de rouge intégral RI est fixé à $J + RI = 4$ s. Les temps perdus sont estimés à 2 s en début de chaque phase et 3 s en fin de phase. La vitesse des véhicules sur les deux approches est $v_0 = 36$ km/h.

On souhaite coordonner deux autres carrefours alignés sur l'axe sud-nord. Les carrefours suivant 2 et 3 ont le même cycle que le premier carrefour et des durées de rouge de 23 s et 21 s respectivement. La distance entre 1 et 2 est 200 m et la distance entre 2 et 3 est 250 m.

1. Calculer le cycle et les décalages entre les cycles des carrefours pour qu'ils soient coordonnés (sans tenir compte de la présence de file d'attente avant le passage au vert);
2. Dessiner le diagramme espace-temps avec les plans de feux pour l'axe coordonné (sur au moins deux cycles) et calculez la capacité de la bande (incluant le temps de jaune, pour un débit de saturation de 1700 uvp/h/voie).

Solution

1. Les phases 1 et 2 sont respectivement les phases pendant lesquelles les véhicules venant de 1 et 2 ont le vert. La charge globale du carrefour est $Y = 0.5$. Le temps perdu est $T_p = 10$ s. On en déduit le cycle optimal $C_0 = 40$ s. Les temps de vert effectifs sont respectivement 18 s et 12 s pour les phases 1 et 2.
2. Pour coordonner les trois carrefours en l'absence de saturation, il faut ajuster le décalage entre les carrefours 1 et 2 à $\theta_{1,2} = 200/10 = 20$ s et le décalage entre les carrefours 2 et 3 à $\theta_{2,3} = 250/10 = 25$ s. La bande pour les trois carrefours sera égale au minimum des temps de vert et de jaune, soit 17 s (pour le carrefour 2). La capacité de la bande est alors $c_b = \frac{b \times N \times S}{C} = 17 \times 1 \times 1700/40 = 722$ uvp/h.

Exercice 2 Les feux des carrefours d'une rue à sens unique sont à temps fixe et coordonnés selon le tableau suivant :

Carrefour	Vert	Jaune	Rouge	Décalage par rapport à A	Distance de A
A	40 s	5 s	35 s	0 s	0 m
B	50 s	5 s	25 s	40 s	632 m
C	35 s	5 s	40 s	10 s	1580 m

Étant donnée une vitesse d'approche de 50 km/h, déterminer la bande passante pour ces 3 carrefours.

Solution La méthode la plus simple est de tracer un diagramme espace temps. L'axe du temps commence lorsque le carrefour A passe au vert, et que le premier véhicule part. Il arrive au carrefour B $632 \times 3.6/50 = 45.5$ s après, soit $45.5 - 40 = 5.5$ s après le début du vert au carrefour B. Il arrive au carrefour C $1580 \times 3.6/50 = 113.8$ s, ce qui tombe dans le second cycle du carrefour C : le carrefour C passe au vert à 10 et 90 s, et le véhicule arrive donc $113.8 - 90 = 23.8$ s après le début du vert. Le temps restant

aux carrefours A, B et C est donc respectivement $40 - 0 = 40$ s, $50 - 5.5 = 44.5$ s et $35 - 23.8 = 11.2$ s. La bande passante est donc de 11.2 s avec le réglage proposé. On peut ajouter 5 s si on considère le temps de jaune pour le passage des véhicules. C'est loin d'être optimal. On voit qu'on pourrait décaler mieux le feu C pour avoir plus de 30 s de bande passante. L'optimal serait de 35 s, mais il faut tenir compte des véhicules qui pourraient arriver de stationnement ou de rue transversales qui doivent être écoulés avant l'arrivée des véhicules venant du carrefour amont.

A Questions d'examen

Exercice 1

30 min (/4.5)

Décrivez brièvement

1. les fonctions principales des routes et leur relation
2. une des caractéristiques importantes des êtres humains à prendre en compte dans la gestion de la circulation
3. les composants de l'équation du quatrième modèle microscopique de General Motors
4. un des défis les plus importants auxquels les logiciels de simulation de la circulation font face
5. deux exemples de situations qui génèrent des ondes de choc
6. les avantages et limites d'un des capteurs les plus populaires pour compter les véhicules

Solution

1. Les fonctions principales des routes sont d'assurer la mobilité des usagers et leur accès aux propriétés adjacentes aux routes : ces deux fonctions évoluent en sens opposé (lorsque la mobilité augmente, l'accès diminue)
2. Parmi les caractéristiques importantes des êtres humains, on peut citer leurs aptitudes sensorielles, par exemple les aptitudes visuelles, et le temps de perception et de réaction (TPR).
3. La forme générale des modèles de poursuite de GM est : à chaque instant t , $\text{accélération}(t+\text{TPR}) = \text{stimulus}(t) \times \text{sensibilité}(t)$. Dans le quatrième modèle, le stimulus est le différentiel de vitesse entre le véhicule de tête et le véhicule suiveur, et la sensibilité est fonction du rapport de la vitesse du suiveur sur la distance entre les deux véhicules.
4. L'un des défis les plus importants des logiciels de simulation de la circulation est la calibration et la validation, c'est à dire l'estimation des paramètres de la simulation à partir d'un ensemble d'observation, et la comparaison des résultats de la simulation ainsi paramétrée à des données réelles d'un ensemble supplémentaire indépendant du premier.
5. Des situations qui génèrent des ondes de choc sont les suivantes :
 - un goulot d'étranglement dont la capacité est inférieure à la demande,
 - un véhicule plus lent que la circulation et bloque des véhicules derrière lui,
 - les feux de signalisation : à chaque intervalle de rouge sur chaque approche, les véhicules ne peuvent pas traverser le carrefour et s'accumulent derrière la ligne de feu, créant une onde de choc à l'arrière de la formation de la file d'attente ; lorsque le feu passe au vert, une autre onde de choc de récupération se crée en aval de la file, lorsque les véhicules re-démarrent les uns après les autres.
6. Un des capteurs de circulation les plus populaires est la boucle électromagnétique : ses avantages sont sa précision et la familiarité des utilisateurs avec son fonctionnement ; ses limites et désavantages sont le taux élevé de defectuosité (et les problèmes de qualité des données associés) et la nécessité de couper la chaussée pour enfouir la boucle (et les problèmes de maintenance associés).

Question 2

60 min (/9)

Décrivez brièvement

1. les fonctions principales des routes et leur relation.
2. pourquoi il faut prendre en compte les différents types de véhicules dans la circulation.
3. comment la fonction du nombre cumulé de véhicules $N(x, t)$ passés en un point x à un instant t évolue en fonction du temps et de l'espace.
4. une relation entre une variable macroscopique et une variable microscopique de la circulation.
5. le lien entre la loi de Poisson décrivant l'arrivée aléatoire des véhicules et la distribution des temps inter-véhiculaires.
6. les deux types de modèles microscopiques nécessaires pour simuler la circulation à une échelle microscopique.
7. une limite des logiciels de simulation de la circulation.
8. le principe sur lequel le calcul de la vitesse d'une onde de choc repose.
9. comment déterminer la taille nécessaire à un nouveau parc de stationnement.
10. les mesures sous-jacentes au niveau de service pour deux types d'aménagement routier.
11. un avantage du marquage au sol par rapport aux autres type de signalisation.
12. comment les piétons sont pris en compte dans les carrefours à feux.

Solution

1. Les fonctions principales des routes sont d'assurer la mobilité des usagers et leur accès aux propriétés adjacentes aux routes : ces deux fonctions évoluent en sens opposé (lorsque la mobilité augmente, l'accès diminue)
2. caractéristiques spatiale et dynamique différente : par exemple les camions sont plus gros et accélèrent plus lentement que les véhicules particuliers
3. $N(x, t)$ croît en fonction du temps, diminue en fonction de l'espace
4. Le débit est l'inverse du temps inter-véhiculaire moyen
5. Si les instants d'arrivée des véhicules suit une loi de Poisson, leurs temps inter-véhiculaires suit une loi exponentielle négative (soit X le nombre de véhicule arrivant dans un intervalle de temps de longueur t : si X suit une loi de Poisson de moyenne m , $P(X = n) = m^n e^{-m} / n!$, et la distribution du temps intervéhiculaire h est tel que $P(h > t) = P(X = 0) = e^{-m}$ avec $m = \lambda t$).
6. loi de poursuite et loi de changement de voie
7. calibration et validation à partir de données réelles, modèles mis en oeuvre inconnus ("boîtes noires"), replicabilité difficile
8. la conservation du nombre de véhicules
9. Il faut utiliser les formules du guide de génération des stationnements de l'ITE.
10. le niveau de service est déterminé par la densité pour les autoroutes, le retard moyen par véhicule pour les carrefours.
11. Il n'est pas nécessaire de détourner les yeux pour percevoir les informations.
12. Il faut vérifier qu'ils ont le temps de traverser pendant la phase qui leur permet.