# Contrôle périodique

Nicolas Saunier
nicolas.saunier@polymtl.ca

8 mars 2022

Notez le barème (la note totale est sur 20) et le temps indicatif à consacrer à chaque exercice. Veuillez indiquer clairement les numéros des questions que vous traitez et vos réponses correspondantes (et souligner ou encadrer les résultats numériques). Veuillez apporter une attention particulière à la rédaction et à la définition des notations que vous employez.

Seule une feuille personnelle de notes recto-verso est permise. Des tables statistiques sont incluses à la fin de l'énoncé.

**Exercice 1** 70 min ( /9 pts)

Vous travaillez pour la ville de Montréal et devez faire une étude de circulation dans une rue résidentielle à la suite de plaintes des citoyens à propos de la circulation, du nombre de véhicules grandissant passant dans la rue et de leur vitesse.

1. Proposez deux méthodes pour collecter des données de vitesses et de comptages et discutez laquelle est la plus appropriée au contexte. (2 pts)

2. Discutez en quoi la problématique est liée aux différentes fonctions d'une rue. (1 pt)

3. Dans le cadre de l'étude de circulation, on fait des comptages du nombre de véhicules par intervalle de 1 min qui sont présentés dans le tableau suivant:

| Nombre de véhicules par intervalle de 1 min | Nombre d'observations |
|---|---|
| 0 | 2 |
| 1 | 6 |
| 2 | 19 |
| 3 | 20 |
| 4 | 19 |
| 5 | 17 |
| 6 | 6 |
| 7 | 7 |
| 8 | 4 |

L'écart-type du nombre de véhicules est fourni pour simplifier les calculs: il est de 1,936 véhicules.

4. Calculez l'intervalle de confiance de la moyenne du nombre de véhicules par intervalle de 1 min au niveau de confiance de 95 %. (1 pt)

5. La taille de l'échantillon est-elle suffisante pour atteindre une précision (tolérance) de 0,3 véh sur la moyenne du nombre de véhicules avec un niveau de confiance de 95 %? Si ce n'est pas le cas, calculez la taille de l'échantillon. (1 pt)
6. Déterminez à l'aide d'un test statistique si la vitesse suit la loi de Poisson. (2 pts)
7. Suite à l'étude de circulation, il est décidé d'ajouter des panneaux pour détourner la circulation de transit. De nouveaux comptages sont faits: l'échantillon contient 125 observations (intervalles de 1 min), de moyenne 3,5 véhicules et écart-type 2,1 véhicules. Déterminez à l'aide d'un test statistique si le nombre moyen de véhicules a baissé. Calculez les temps inter-véhiculaires moyens correspondants. (2 pts)

**Solution**

1. Deux méthodes pour collecter des données de vitesses et comptages
   - On peut utiliser des radars ou capteurs magnétique posés sur ou enfouis dans la chaussée pour mesurer la vitesse.
   - On peut utiliser des tubes pneumatique ou des observateurs humains avec une application pour effectuer des comptages.
   - Puisqu'il s'agit d'une étude limitée dans le temps, il faut choisir des méthodes temporaires, des capteurs faciles à installer et retirer après la collecte. Pour la vitesse, un radar à main ou un capteur magnétique posé sur la chaussée sont adaptés. Ces deux capteurs sont assez dispendieux. Le radar n'est pas très discret et pourrait influencer les usagers qui se comporteraient de façon plus sécuritaire. Pour les comptages, les tubes pneumatiques ou les observateurs humains sont de bonnes méthodes temporaires, relativement discrètes et bon marché.
2. Les deux fonctions d'une route sont le transit (la mobilité des personnes/marchandises dont la destination n'est pas sur la route) et l'accès aux propriétés adjacentes. On considère, surtout pour une rue, de plus en plus la fonction de place (lieu) pour les activités et la socialisation. L'augmentation de la circulation et des vitesses (liées à la fonction de transit) entre en conflit avec les fonctions privilégiées d'une rue, à savoir l'accès et la place. Par exemple, des parents pourraient avoir peur pour la sécurité de leurs enfants qui jouent sur les trottoirs voire sur la rue.
3. 
4. Le nombre moyen de véhicules par intervalle de 1 min est 3.85. L'intervalle de confiance de la moyenne du nombre de véhicules au niveau de confiance de 95 % est $3.82 \pm 1.98\frac{1.936}{\sqrt{100}}$ soit l'intervalle $[3.44, 4.20]$ véhicules (on utilise 1.98 et non 1.96 car l'expression $\frac{\bar{x}-\mu}{\hat{\sigma}/\sqrt{n}}$ tend vers la loi de Student à 99 dégrés de liberté puisque l'écart-type est estimé à partir de l'échantillon, mais c'est très proche du résultat avec la loi normale).
5. Si on calcule la tolérance sur la moyenne de l'échantillon actuel $e = t_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ pour un niveau de confiance de 95 % ($1-\alpha$), on obtient 0.384 véhicules, ce qui est supérieur à la précision (tolérance) demandée. Il faudrait un échantillon d'au moins 160 observations pour une précision de 0.3 sur la moyenne du nombre de véhicules par intervalle de 1 min avec un niveau de confiance de 95 %.

6. Il faut utiliser le test du $\chi^2$ entre l'échantillon des comptages et la loi de Poisson (de moyenne 3.82). Après regroupement des catégories pour lesquelles il y a moins de 5 observations, on obtient le tableau suivant

| Nombre de véhicules (par intervalle de 1 min) | Nombre d'observations | Nombre d'observations selon la loi de Poisson |
|---|---|---|
| $\leq 1$ | 10.57 | 8 |
| 2 | 16.00 | 19 |
| 3 | 20.37 | 20 |
| 4 | 19.46 | 19 |
| 5 | 14.86 | 17 |
| 6 | 9.46 | 6 |
| $\geq 7$ | 9.28 | 11 |

L'hypothèse nulle $H_0$ est que le nombre de véhicules suit la loi de Poisson de paramètre 3.82. La statistique du test vaut 2.78, ce qui correspond à un risque de première espèce de 0.27 (pour une distribution du $\chi^2$ à $n-1-p=7-1-1=5$ degrés de liberté): on ne peut donc pas rejeter l'hypothèse nulle que le nombre de véhicules par intervalle de 1 min sur cette rue suit la loi de Poisson. Si on fixe un risque de première espèce de 0.1, la valeur seuil d'une distribution du $\chi^2$ à 5 degré de liberté est 9.24.

7. L'hypothèse nulle $H_0$ est que les nombres moyens de véhicules avant et après la campagne sont identiques et l'hypothèse alternative est que le nombre moyen de véhicules a baissé. La statistique du test est $Z_0 = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\hat{\sigma}_1^2}{n_1}+\frac{\hat{\sigma}_2^2}{n_2}}} = 1.19$ (avec $\bar{x}_i$ la moyenne, $\hat{\sigma}_i$ l'écart-type et $n_i$ le nombre d'observations avant ($i=1$) et après ($i=2$)). Sous l'hypothèse nulle, en considérant les variances inconnues, puisque la taille des échantillons est assez grande, la statistique $Z_0$ suit la loi normale centrée réduite. La probabilité d'obtenir une valeur inférieure ou égale à 1.18 est 0.88, soit un risque de première espèce supérieur à 0.1. On ne peut donc pas rejeter l'hypothèse nulle et on ne peut donc pas conclure que les panneaux ont eu un effet significatif pour détourner le trafic dans la rue.
   Les temps inter-véhiculaires correspondant respectivement à 3.82 et 3.5 véhicules par intervalle de 1 min (soit 60 s) sont $60/3.82 = 15.7$ s et 17.14 s.

**Exercice 2** 20 min ( /3 pts)

Cette question porte sur les caractéristiques des usagers de la route et leurs comportements. Veuillez répondre aux questions suivantes:

1. En prenant des exemples de votre expérience personnelle, décrivez comment plusieurs caractéristiques physiques et cognitives des usagers varient dans la population et affectent leurs comportements dans la circulation (par ex. comment la vitesse de marche des piétons et leur acuité visuelle varient et ont un impact lors de la traversée de la rue). (1 pt)

2. Discutez si les caractéristiques mentionnées à la question précédente sont, au mieux de vos connaissances, prises en compte dans les modèles microscopiques de la circulation. (1 pt)

3. En supposant que des données sont disponibles sur les comportements des usagers discutés précédemment, décrivez les processus de calibration et validation de modèles de ces comportements. (1 pt)

**Solution**

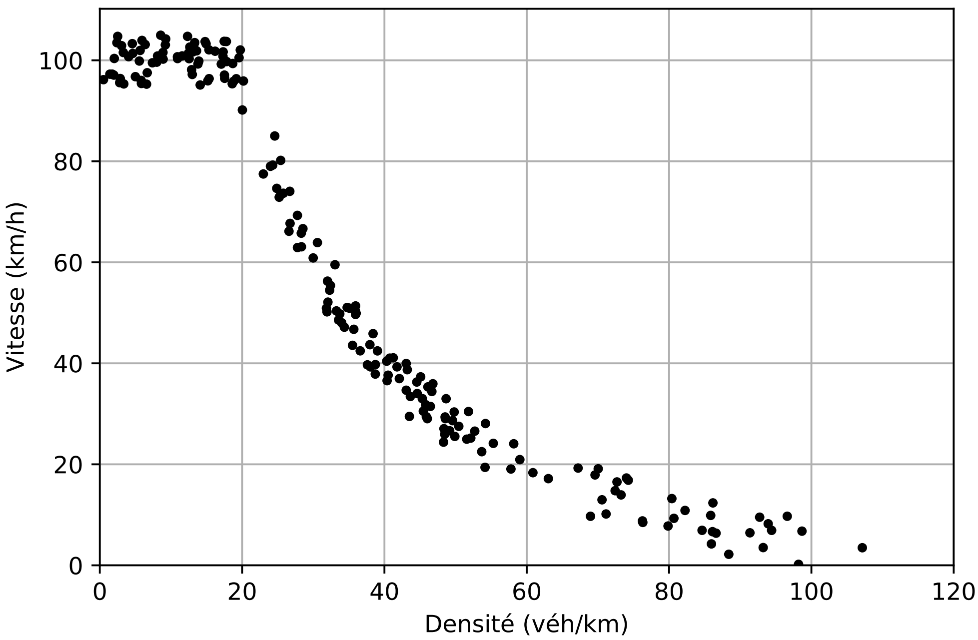
1. On pouvait discuter plusieurs caractéristiques comme le temps de perception et de réaction, la vitesse de marche des piétons ou la capacité de pédaler d'un cycliste, ainsi que tous les sens impliqués dans les déplacements. Le temps de perception et de réaction aux feux de circulation fait perdre du temps de vert affiché (temps perdu) pour tous les modes (voiture (conducteur), vélo ou marche). Dans de la circulation dense (tout mode), une plus faible réactivité augmente la gêne des autres usagers et leur fait perdre du temps. La variation de différentes caractéristiques physiques et cognitives dans la population entraîne des variations dans leurs réactions à une même situation, ce qui peut créer des accidents si des usagers à proximité réagissent différemment (le meneur freine alors que le suiveur n'a pas encore réagi ou même accélère).

2. Les processus cognitifs ne sont pas représentés directement dans les modèles microscopiques courants, hormis peut être le temps de perception et de réaction. Les capacités physiques ne sont pas non plus généralement représentées, hormis peut être la vitesse des usagers des modes actifs.

3. Les paramètres des modèles microscopiques doivent être ajustés pour reproduire les comportements observés. Si des données microscopiques existent, par exemple sur la vitesse des usagers pour plusieurs périodes de temps (périodes d'une heure pour différents jours de la semaine), la première phase sera la calibration où une partie de ces données sera utilisée avec un algorithme d'optimisation pour trouver de bons paramètres ayant une faible erreur sur des indicateurs extraits de ces données (par exemple des statistiques des vitesses pour les données de chaque période utilisée). Dans la seconde phase, la validation, l'erreur du modèle avec les paramètres trouvés lors de la calibration sera calculée sur les données de périodes non utilisées en calibration.

**Exercice 3** 60 min ( /8 pts)

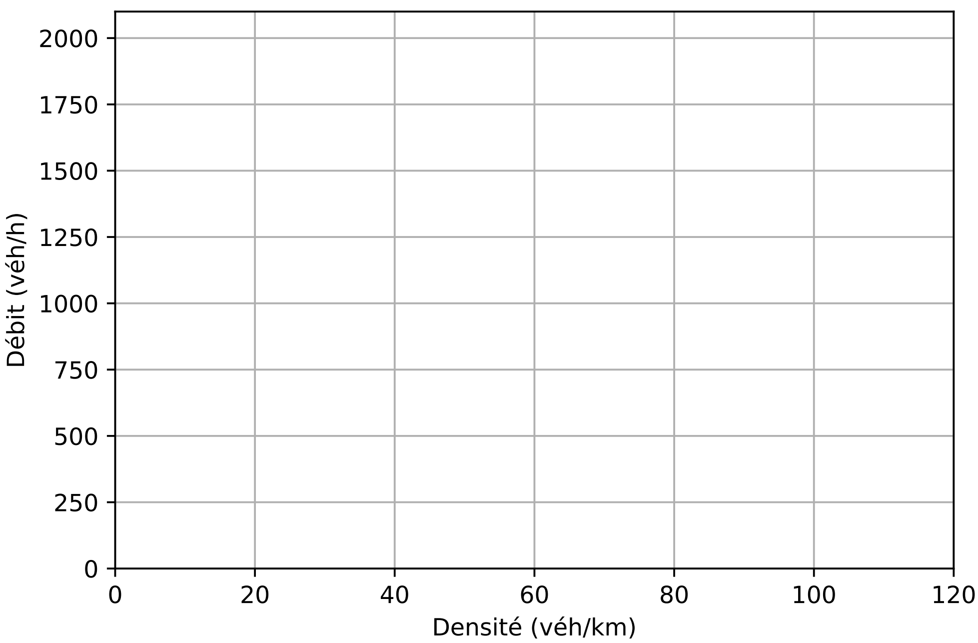
On fait un relevé de données horaires de circulation sur une route à une voie sur plusieurs jours de semaine: la densité et la vitesse moyenne par heure sont affichées ci-dessous.



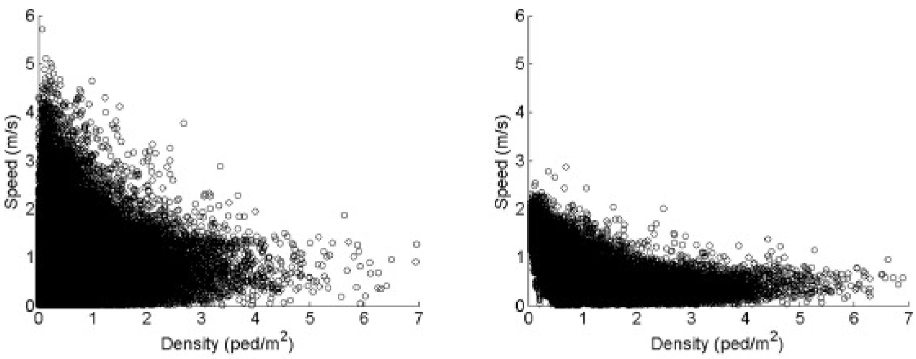

Veuillez répondre aux **trois** questions suivantes:

1. Proposez une forme simple pour la relation de la vitesse moyenne en fonction de la densité et identifier dans le graphique la valeur de deux grandeurs caractéristiques parmi la vitesse libre, la densité critique, le débit maximal et la densité de congestion. (2 pts)

2. Faites une ébauche de la forme des observations correspondantes du débit en fonction de la densité dans le graphique ci-dessous. (1 pt)



3. À partir des diagrammes ci-dessous de la vitesse moyenne en fonction de la densité pour des piétons dans des villes suisses, décrivez les similitudes et différences principales entre la circulation des piétons et des véhicules motorisés. (1 pt)




(a) Lausanne case study (b) Delft case study

Un incident se produit et bloque la route alors que le débit sur la route est de 1000 véh/h. Trois zones de circulation se créent par la suite, présentées de façon schématique ci-dessous.

```
       Incident
----------------------
   3   |    2   |   1
----------------------
       direction ->
```

- état de circulation 1: zone de la route bloquée à cause de l'incident (capacité réduite);
- état de circulation 2: zone de la route en amont de la zone à l'état 1 où se forme une file d'attente;
- état de circulation 3: zone de la route en amont de la zone à l'état 2 où la circulation continue dans l'état initial au débit de 1000 véh/h.

Veuillez répondre aux **quatre** questions suivantes:

4. Quelles sont les catégories des ondes de choc entre les zones de circulation dans les états 1 et 2, et entre les zones dans les états 2 et 3? (1 pt)
5. Calculez les vitesses des ondes de choc entre les états 1 et 2, et entre les états 2 et 3. (1 pt)
6. Quelle sera la taille (en longueur et en nombre de véhicules) de la zone à l'état 2 si rien ne change au bout de 30 min? (1 pt)
7. Décrivez qualitativement ce qui se passera une fois que la circulation sera de nouveau possible sur toutes les voies de circulation dans la zone 1? (1 pt)

**Solution**

1. On voit clairement que la vitesse moyenne reste égale à la vitesse maximale ou vitesse à l'écoulement libre $v_f$ égale à 100 km/h pour des densité inférieure ou égale à 20 véh/km. La vitesse diminue ensuite selon une courbe qui semble suivre l'inverse de la densité. La densité critique $k_c$ semble donc autour de 20 véh/km. Le débit maximal correspondant est de $q_{max} = k_c v_f = 2000$ véh/h. La vitesse tend vers 0 pour une densité d'environ 100 véh/km, soit la densité de congestion $k_j$. Une forme simple de relation entre la vitesse moyenne et la densité serait une relation linéaire, mais qui ne reflète pas bien le plateau pour la circulation fluide (de densité inférieure à la densité critique) ni la forme de la courbe en circulation saturée, ni le débit maximal. S'il s'agit du diagramme triangulaire, la courbe est d'abord linéaire (vitesse constante) jusqu'à la densité critique, puis en inverse de la densité entre la densité critique et de congestion.

2. Sans faire d'hypothèse sur la forme de la relation entre le débit et la densité, il faut s'assurer que chaque point sur le graphique correspond aux valeurs du graphique de la vitesse en fonction de la densité. Pour chaque densité $k$, on note la vitesse $v$ sur le premier graphique, ce qui donne un point de coordonnées $(k, q = vk)$ sur le second graphique. Cela donne une courbe à peu près linéaire de pente $v_f$ pour la partie fluide, puis une second courbe à peu près linéaire de pente négative entre les points $(k_c, q_{max})$ et $(k_j, 0)$.

3. On note une tendance des valeurs maximales de vitesse à la décroissance à peu près linéaire (ou en inverse de la densité) en fonction de la densité, comme pour la circulation des véhicules motorisés. La différence principale visible dans les graphiques est que la grande variabilité des comportements des piétons: pour chaque niveau de densité, on trouve toutes les valeurs de vitesses moyennes entre 0 et la valeur maximale observée. Cela est lié au fait que les différences physiques entre les personnes, selon l'âge et les capacités liées à des handicaps par exemple, se traduisent directement dans la vitesse de marche, alors que les mêmes personnes peuvent généralement atteindre les mêmes vitesses au volant d'un véhicule motorisé. Une autre différence qui ne se voit que dans l'unité de la densité est le fait que les piétons se déplacent dans un environnement à deux dimensions (d'où la densité en piétons/m$^2$) alors que les véhicules motorisés (surtout les voitures) se déplacent le long de voies de circulation (d'où la densité en véh/km par exemple).

4. L'onde de choc entre les états 1 et 2 est une onde stationnaire avant: c'est le début du goulot d'étranglement, les débits dans les zones 2 et 3 sont les mêmes et l'onde est à l'avant de la zone 2 saturée. L'onde de choc entre les états 2 et 3 est une onde de formation arrière (stockage de la demande excédentaire par expansion de la zone saturée).

5. La vitesse de l'onde de choc entre les états 1 et 2 est $\omega_{1,2} = 0$ (onde stationnaire au début du goulot).
   La vitesse de l'onde de choc entre les états 2 et 3 est $\omega_{2,3} = \frac{q_3 - q_2}{k_3 - k_2}$ où $q_i$ et $k_i$ sont respectivement le débit et la densité dans la zone $i$. L'énoncé spécifie que $q_3 = 1000$ véh/km et on observe que la vitesse $v_3$ est égale à la vitesse maximale $v_f$ en circulation fluide, donc $k_3 = q_3/v_3 \approx 10$ véh/km. Pour l'état 2, il s'agit de circulation complètement arrêtée puisque la route est bloquée en aval (état 1), donc $v_2 = 0$, $q_2 = 0$ et $k_2 = k_j$. On obtient donc $\omega_{2,3} = -11.1$ km/h

6. La zone à l'état 2 croit par l'arrière puisque l'onde avant est stationnaire. Elle croit donc à $-\omega_{2,3} = -11.1$ km/h. Après 30 min, elle mesurera donc $L_2 = 11.1 \times 0.5 = 5.55$ km et contientra $L_2 k_2 = 555$ véhicules.

7. Une fois que le goulot d'étranglement aura disparu, une nouvelle zone de circulation 4 caractérisée par la capacité (totale) de la route $q_{max}$ se crée en aval de 2. L'onde de choc entre 2 et 4 est une onde de récupération arrière. Ce n'était pas demandé, on peut calculer sa vitesse $\omega_{2,4} = \frac{q_4 - q_2}{k_4 - k_2} = \frac{q_{max} - q_2}{k_c - k_2} = -25$ km/h $< \omega_{2,3}$, ce qui veut dire que la zone 2 disparaîtra lorsque les deux ondes se rencontreront.