
Représentation et opérations sur les nombres décimaux à virgule fixe



Pierre Langlois

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.5/ca/>

Représentation de nombres décimaux à virgule fixe

Sujets de ce thème

- Pourquoi utiliser la représentation décimale en binaire
- Comment représenter un nombre en format BCD
- L'addition BCD
- La soustraction BCD

Pourquoi BCD?

- L'encodage de nombres dans un format binaire décimal remonte au début de l'ère informatique.
- L'avantage principal est la facilité d'affichage des données pour les humains, sans besoin d'opérations de conversion.
- Un avantage reconnu plus récemment est la possibilité de faire des calculs exacts pour des transactions financières puisque la plupart des monnaies ont des divisions en centièmes.
- Les désavantages de l'encodage BCD en binaire sont une plus faible densité d'entreposage et le besoin de faire des opérations supplémentaires en arithmétique.

Représentation sur 4 bits

- En BCD, chaque chiffre d'un nombre peut prendre une valeur entre 0 et 9, inclusivement, et est encodé sur quatre bits : {0000, 0001, 0010, 0011, 0100, 0101, 0110, 0111, 1000, 1001}.
- La densité du code est donc de 10/16, soit 62.5%.
- Un nombre de plusieurs chiffres décimaux est formé en groupant des quartets:
 - 1234: 0001 0010 0011 0100
 - 991: 1001 1001 0001
- Le format 'Packed BCD' groupe deux quartets par octet.
- Il existe des formats beaucoup plus efficaces, dont le format *Densely Packed Decimal* qui représente trois chiffres avec 10 bits.

Addition BCD

- Pour additionner correctement deux chiffres BCD, on utilise un additionneur binaire à 4 bits et une retenue.
- Il y a deux cas possible:
 - la somme est un chiffre BCD valide (0 à 9); ou,
 - la somme est égale ou supérieure à dix.
- Dans le premier cas, aucune action n'est requise.
- Dans le deuxième cas, il faut ajouter +6 à la somme obtenue. La combinaison de la retenue et de la somme finale produit alors un résultat correct.

Exemple : addition 3 + 4 en BCD :

$$\begin{array}{r} 3 \quad 0011 \\ +4 \quad +0100 \\ \hline 07 \quad 0|0111 \end{array} \quad \leftarrow \text{somme inférieure à dix, résultat correct (retenue 0, somme 7)}$$

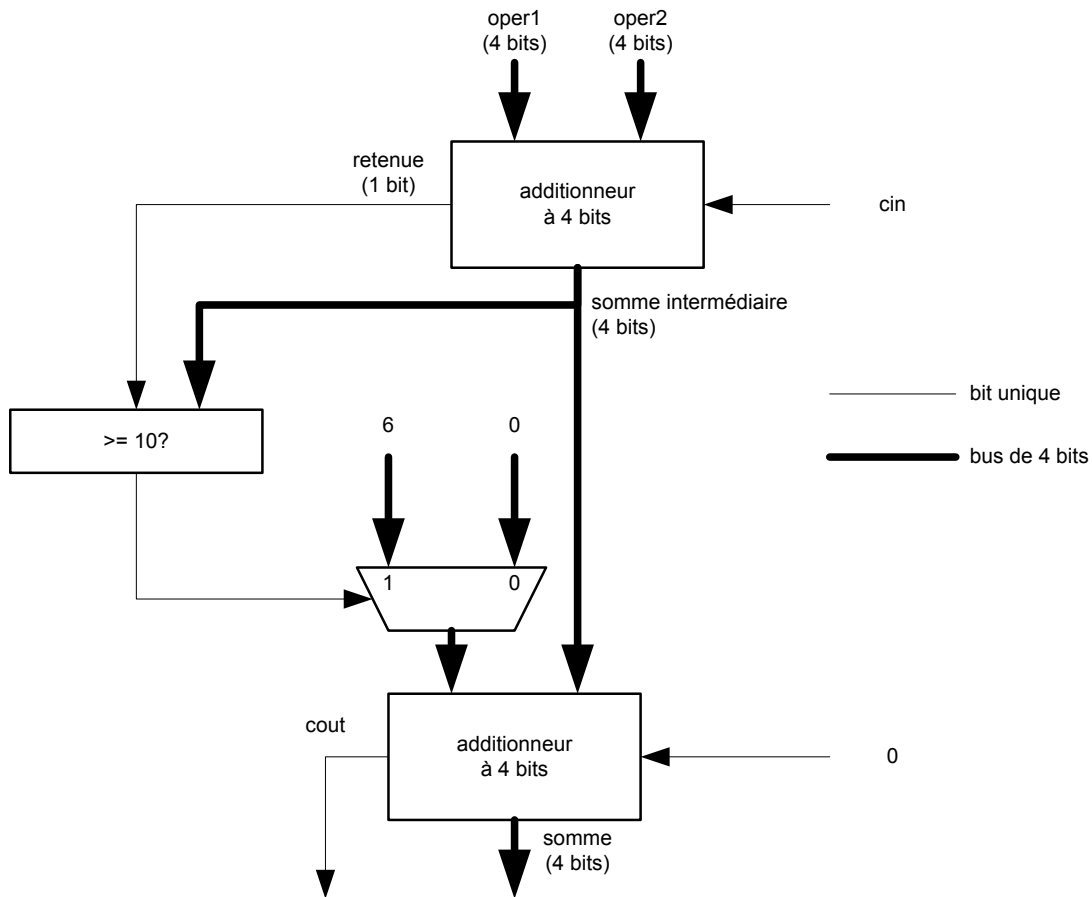
Exemple : addition 7 + 8 en BCD :

$$\begin{array}{r} 7 \quad 0111 \\ +8 \quad +1000 \\ \hline 15 \quad 0|1111 \end{array} \quad \leftarrow \text{somme supérieure à 9, il faut ajouter +6}$$
$$\begin{array}{r} +0110 \quad +6 \\ \hline 1 \quad | \quad 0101 \end{array} \quad \leftarrow \text{résultat correct, retenue de 1, somme de 5}$$

Exemple : addition 9 + 8 en BCD :

$$\begin{array}{r} 9 \quad 1001 \\ +8 \quad +1000 \\ \hline 17 \quad 1|0001 \end{array} \quad \leftarrow \text{somme supérieure à 9, il faut ajouter +6}$$
$$\begin{array}{r} +0110 \quad +6 \\ \hline 1 \quad | \quad 0111 \end{array} \quad \leftarrow \text{résultat correct, retenue de 1, somme de 7}$$

Addition BCD: chemin des données et code VHDL



```

library IEEE;
use ieee.std_logic_1164.all;
use ieee.numeric_std.all;

entity addBCD is
    port (
        oper1, oper2 : in unsigned(3 downto 0);
        somme : out unsigned(3 downto 0);
        cout : out std_logic
    );
end addBCD;

architecture arch1 of addBCD is
begin
    process(oper1, oper2)
        variable t : unsigned(4 downto 0);
    begin
        t := ('0' & oper1) + ('0' & oper2);
        if (t > 9) then
            t := t + 6;
        end if;
        somme <= t(3 downto 0);
        cout <= t(4);
    end process;
end arch1;
    
```

Soustraction BCD

- Comme dans le cas des nombres binaires signés, la soustraction BCD peut se faire sous la forme d'une addition.
- On doit prendre le complément à 10 du nombre à soustraire et l'ajouter.
- Le complément à 10 se trouve en prenant le complément à 9 de chaque chiffre et en ajoutant 1 au nombre résultant.
- On laisse tomber toute retenue.
- Le chiffre le plus significatif du nombre indique son signe: positif de 0 à 4, négatif de 5 à 9.
- Avec trois chiffres, on peut donc représenter les nombres de -500 à +499.

301	
-264	
<hr/>	
301	
+735	
+1	
<hr/>	
1037	

085	
-095	
<hr/>	
085	
+904	
+1	
<hr/>	
009	
+1	
<hr/>	
010	

Chiffre	Complément à 9
0	9
1	8
2	7
3	6
4	5
5	4
6	3
7	2
8	1
9	0

Vous devriez maintenant être capable de ...

- Connaître et utiliser la représentation BCD sur 4 bits. (B2, B3)
- Décrire et utiliser l'addition et la soustraction pour ces nombres. (B2, B3)

Code	Niveau (http://fr.wikipedia.org/wiki/Taxonomie_de_Bloom)
B1	Connaissance - mémoriser de l'information.
B2	Compréhension – interpréter l'information.
B3	Application – confronter les connaissances à des cas pratiques simples.
B4	Analyse – décomposer un problème, cas pratiques plus complexes.
B5	Synthèse – expression personnelle, cas pratiques plus complexes.