

TD6 (Chapitre 13) – Réponses et ‘comment faire’ des exercices/problèmes recommandés

13.4 (13-4) Réponse: Les fractions de masse seraient égales, mais pas les fractions molaires

13.8 (13-8) Réponse: Oui, car  $M_{CO_2} = M_{N_2O} = M_m = 44 \text{ kg/kmol}$  :  $mf_i = \frac{m_i}{m_m} = \frac{M_i N_i}{M_m N_m} = \frac{N_i}{N_m} = y_i$

13.45) Réponse: Il faut utiliser les pressions partielles dans le calcul du changement d'entropie des  
 (13.46) composantes de mélanges de gaz parfait.  
 (13-53)

13.50) Réponses: a) 29.7°C                      b) 3.353 kW/K  
 (13.51)

(13-58) Comment:- La conservation de la masse et le bilan d'énergie donnent  $T_{sortie}$  (on peut utiliser les chaleurs massiques constantes prises à 300K)  
 - Le bilan d'entropie donne le taux de génération d'entropie. Ceci requiert le calcul du changement d'entropie pour chaque gaz. Attention, il faut utiliser le rapport des pressions partielles pour chaque gaz, ce qui nécessite dans ce cas le calcul des fractions molaires.

[13-57] Réponse: 781.8 kJ/kg

Comment:- Comme c'est le même mélange à l'entrée et à la sortie, on peut faire ce problème comme si c'était un seul gaz parfait, pour lequel il faudrait obtenir les propriétés  $c_{p,m}, c_{v,m}$  à partir de celles des composantes. (On peut utiliser les chaleurs massiques constantes prises à 300K pour chaque composante)

- Pour une évolution isentropique,  $s_2 - s_1 = c_{p,m} \ln \frac{T_2}{T_1} - R_m \ln \frac{P_2}{P_1} = 0$ , ce qui se simplifie en la relation isentropique connue :  $TP^{\frac{1-k_m}{k_m}} = const.$  qui permet de calculer la température finale  $T_2$ . Notons que  $k_m \equiv \frac{c_{p,m}}{c_{v,m}}$ , avec  $c_{p,m} = \sum_{i=1}^n mf_i c_{p,i}$

et  $c_{v,m} = \sum_{i=1}^n mf_i c_{v,i}$  (pour  $n$  composantes, ici  $n=2$ ) en obtenant les fractions

massiques par  $mf_i = \frac{\dot{m}_i}{\dot{m}_m} = \frac{\dot{N}_i M_i}{\dot{N}_m M_m} = y_i \frac{M_i}{M_m} = \frac{y_i M_i}{\sum_{i=1}^n y_i M_i}$ .

- Le bilan d'énergie donnent  $\frac{\dot{W}_{turbine,out}}{\dot{m}} = c_{p,m} (T_1 - T_2)$ , ce qui permet de trouver la réponse.

- Alternativement, on aurait pu faire le problème en considérant chaque composantes. Cependant on peut démontrer par algèbre que ce cas ci se

simplifierait aux mêmes équations utilisés ci-dessus en considérant le mélange comme un seul gaz parfait. En considérant chaque composante, on a, en premier lieu, pour l'évolution isentropique:

$$s_2 - s_1 = \sum_{i=1}^n mf_i s_{i,2} - \sum_{i=1}^n mf_i s_{i,1} = \sum_{i=1}^n mf_i (s_{i,2} - s_{i,1}) = 0$$

Ceci va se réduire à l'expression isentropique simple  $TP^{\frac{1-k_m}{k_m}} = const.$  comme démontré ci-dessous:

$$\begin{aligned} s_2 - s_1 &= \sum_{i=1}^n mf_i (s_{i,2} - s_{i,1}) = \sum_{i=1}^n mf_i (c_{p,i} \ln \frac{T_{i,2}}{T_{i,1}} - R_i \ln \frac{P_{i,2}}{P_{i,1}}) = \sum_{i=1}^n mf_i (c_{p,i} \ln \frac{T_2}{T_1} - \frac{R_u}{M_i} \ln \frac{y_i P_2}{y_i P_1}) \\ &= \sum_{i=1}^n mf_i c_{p,i} \ln \frac{T_2}{T_1} - \sum_{i=1}^n mf_i \frac{R_u}{M_i} \ln \frac{P_2}{P_1} = \left( \sum_{i=1}^n mf_i c_{p,i} \right) \ln \frac{T_2}{T_1} - \sum_{i=1}^n \left( \frac{\dot{N}_i M_i}{\dot{N}_m M_m} \right) \frac{R_u}{M_i} \ln \frac{P_2}{P_1} \\ &= c_{p,m} \ln \frac{T_2}{T_1} - \left( \sum_{i=1}^n \frac{\dot{N}_i}{\dot{N}_m} \right) \frac{R_u}{M_m} \ln \frac{P_2}{P_1} = c_{p,m} \ln \frac{T_2}{T_1} - \left( \sum_{i=1}^n y_i \right) R_m \ln \frac{P_2}{P_1} \\ 0 &= c_{p,m} \ln \frac{T_2}{T_1} - (1) R_m \ln \frac{P_2}{P_1} \rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{R_m}{c_{p,m}}} = \frac{c_{p,m} - c_{v,m}}{c_{p,m}} = 1 - \frac{1}{k_m} = \frac{k_m - 1}{k_m} \rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1-k_m}{k_m}} \end{aligned}$$

En deuxième lieu, pour le bilan d'énergie, on a:

$$\frac{\dot{W}_{turbine,out}}{\dot{m}} = \sum_{i=1}^n mf_i h_{i,1} - \sum_{i=1}^n mf_i h_{i,2} = \sum_{i=1}^n mf_i (h_{i,1} - h_{i,2})$$

Ceci va se réduire, comme suit, à l'expression simple obtenue plus tôt:

$$\frac{\dot{W}_{turbine,out}}{\dot{m}} = \sum_{i=1}^n mf_i (h_{i,1} - h_{i,2}) = \sum_{i=1}^n mf_i c_{p,i} (T_1 - T_2) = \left( \sum_{i=1}^n mf_i c_{p,i} \right) (T_1 - T_2) = c_{p,m} (T_1 - T_2)$$

[13-61] Réponses: a) 444.6 kPa    b) 187.2 kJ    c) 0.962 kJ/K

- Comment: - Partie (a) Méthode 1 : la pression finale du mélange est la somme des pressions partielles de chacun des deux gaz, chacun occupant le volume total ( $V_{total}$ ) des deux contenants à la température finale. Ce volume total est la somme des deux volumes initiaux. Méthode 2 : la pression finale du mélange est obtenue avec  $N_{total} R_u T_2 / V_{total}$  avec  $N_{total} = (N_{O_2} + N_{N_2})$  étant le nombre total de moles,  $V_{total}$  le volume total et  $R_u$  la constante universelle des gaz (8.314 kJ/kmol·K).
- Le bilan d'énergie donne la chaleur dissipée à l'environnement.

- Le bilan d'entropie donne la génération d'entropie. Pour calculer le changement d'entropie de chaque gaz on peut utiliser une des deux méthodes suivant:

Méthode 1:  $s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1}$

, où  $P_1$  et  $P_2$  sont les pressions initiale et finale de chaque gaz (notez dans ce cas que les pressions finales sont des pressions partielles).

Méthode 2:  $s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1} = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1}$

, où  $V_1$  et  $V_2$  sont les volumes initial et final de chaque gaz  
En notant que  $V_2 = V_{mélange} = V_{total}$