

MEC1210 THERMODYNAMIQUE

ENSEIGNANT: Slimane Benneceur
BUREAU: B-452
COURRIEL: slimane.benneceur@polymtl.ca

D'après les notes de cours des Prs. Huu Duc Vo et Ramdane Younsi

Chapitre 9: Mélanges non réactifs

OBJECTIFS

- Définir les paramètres qui décrivent la composition d'un mélange gazeux;
- Définir les règles et estimer les variables thermodynamiques des mélanges gazeux;
- Distinguer l'air sec de l'air atmosphérique;
- Définir et calculer l'humidité absolue et relative de l'air atmosphérique;
- Calculer le point de rosée de l'air atmosphérique

1) Composition d'un mélange

a) Analyse molaire et gravimétrique

On doit connaître la composition du mélange gazeux pour déterminer ses variables thermodynamiques.

- **Analyse Molaire**: la composition du mélange en termes du nombre de Moles
- **Analyse gravimétrique**: la composition en termes de masse de chaque constituant

Soit un mélange composé de k gaz (k nombre entier), m_i la masse de chacun des gaz, m_m la masse du mélange, N_m le nombre de moles du mélange et N_i le nombre de moles de chacun des gaz .

i) fraction de masse: mf_i $m_m = \sum_{i=1}^k m_i \Rightarrow mf_i \equiv \frac{m_i}{m_m}$

$$\sum_{i=1}^k mf_i = 1$$

ii) fraction molaire: y_i $N_m = \sum_{i=1}^k N_i \Rightarrow y_i \equiv \frac{N_i}{N_m}$

$$\sum_{i=1}^k y_i = 1$$

1) Composition d'un mélange (cont.)

Quelle est la masse molaire du mélange?

La masse m d'une substance peut être exprimée en termes du nombre de moles N et de sa masse molaire M :

$$m = N \cdot M$$

$$M_m = \frac{m_m}{N_m} = \frac{\sum_{i=1}^k m_i}{N_m} = \frac{\sum_{i=1}^k N_i M_i}{N_m} = \sum_{i=1}^k y_i M_i$$

M (kg/kmol) est la masse molaire

On Peut aussi la réécrire sous la forme:

$$M_m = \frac{m_m}{N_m} = \frac{m_m}{\sum_{i=1}^k m_i / M_i} = \frac{1}{\sum_{i=1}^k m_i / (m_m M_i)} = \frac{1}{\sum_{i=1}^k \frac{mf_i}{M_i}}$$

La relation entre les fractions massiques et molaires d'un mélange :

$$mf_i = \frac{m_i}{m_m} = \frac{N_i M_i}{N_m M_m} = y_i \frac{M_i}{M_m}$$

Exemple 1 (exercice 13.13 C&B page 624)

Déterminez les fractions volumiques (molaires) d'un mélange gazeux dont la fraction massique d'oxygène est de 20%, celle de l'azote est de 30% et celle du gaz carbonique, de 50%.

Déterminez également la constante du gaz. ($R_u = 8.314 \text{ kJ/kmol.K}$)

Masse molaires: O_2 , N_2 et CO_2 sont 32.0, 28, et 44.0 kg/kmol respectivement

Solution (en classe)

$$Y_{O_2} = 22.1\%$$

$$Y_{N_2} = 37.8\%$$

$$Y_{CO_2} = 40.1\%$$

$$R_m = 0.235 \text{ kJ/kg.K}$$

On n'a pas la masse du mélange, on suppose une valeur 100kg par exemple (pas d'importance la valeur, on verra plus bas pourquoi)

Analysis For convenience, consider 100 kg of the mixture. Then the number of moles of each component and the total number of moles are

$$m_{\text{O}_2} = 20 \text{ kg} \longrightarrow N_{\text{O}_2} = \frac{m_{\text{O}_2}}{M_{\text{O}_2}} = \frac{20 \text{ kg}}{32 \text{ kg/kmol}} = 0.625 \text{ kmol}$$

$$m_{\text{N}_2} = 30 \text{ kg} \longrightarrow N_{\text{N}_2} = \frac{m_{\text{N}_2}}{M_{\text{N}_2}} = \frac{30 \text{ kg}}{28 \text{ kg/kmol}} = 1.071 \text{ kmol}$$

$$m_{\text{CO}_2} = 50 \text{ kg} \longrightarrow N_{\text{CO}_2} = \frac{m_{\text{CO}_2}}{M_{\text{CO}_2}} = \frac{50 \text{ kg}}{44 \text{ kg/kmol}} = 1.136 \text{ kmol}$$

$$N_m = N_{\text{O}_2} + N_{\text{N}_2} + N_{\text{CO}_2} = 0.625 + 1.071 + 1.136 = 2.832 \text{ kmol}$$

mass
20% O ₂
30% N ₂
50% CO ₂

Noting that the volume fractions are same as the mole fractions, the volume fraction of each component becomes

$$y_{\text{O}_2} = \frac{N_{\text{O}_2}}{N_m} = \frac{0.625 \text{ kmol}}{2.832 \text{ kmol}} = 0.221 \text{ or } \mathbf{22.1\%}$$

$$y_{\text{N}_2} = \frac{N_{\text{N}_2}}{N_m} = \frac{1.071 \text{ kmol}}{2.832 \text{ kmol}} = 0.378 \text{ or } \mathbf{37.8\%}$$

$$y_{\text{CO}_2} = \frac{N_{\text{CO}_2}}{N_m} = \frac{1.136 \text{ kmol}}{2.832 \text{ kmol}} = 0.401 \text{ or } \mathbf{40.1\%}$$

The molar mass and the gas constant of the mixture are determined from their definitions,

$$M_m = \frac{m_m}{N_m} = \frac{100 \text{ kg}}{2.832 \text{ kmol}} = 35.31 \text{ kg/kmol}$$

and

$$R_m = \frac{R_u}{M_m} = \frac{8.314 \text{ kJ/kmol} \cdot \text{K}}{35.31 \text{ kg/kmol}} = \mathbf{0.235 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}}$$

b) Mélange de gaz parfaits

- Désormais, on considère seulement les mélanges de composition constante (non-réactifs) dont chaque composante est un gaz parfait.
- Pour un gaz parfait, l'espace entre les molécules est assez vaste pour que le comportement des molécules ne soit influencé par la présence des autres.
- Le comportement P-V-T des mélanges gazeux s'appuie habituellement sur les 2 lois suivantes:

-**Loi de Dalton:** La pression d'un mélange gazeux dans un volume donné est la somme des pressions que chaque constituant exercerait s'il occupait à lui seul le volume, sa température étant égale à celle du mélange

$$P_m = \sum_{i=1}^k P_i(T_m, V_m)$$

$$\frac{P_i(T_m, V_m)}{P_m} = \frac{N_i R_u T_m / V_m}{N_m R_u T_m / V_m} = \frac{N_i}{N_m} = y_i \Rightarrow P_i = y_i P_m$$

$$\sum_{i=1}^k P_i = \sum_{i=1}^k y_i P_m = P_m \sum_{i=1}^k y_i = P_m \cdot 1 = P_m$$

b) Mélange de gaz parfaits(cont.)

-Loi de D'Amagat: Le volume d'un mélange gazeux est la somme des volumes que chaque constituant occuperait s'il se trouvait à la même pression et à la même température que celles du mélange

$$V_m = \sum_{i=1}^k V_i(P_m, T_m)$$

$$\frac{V_i(P_m, T_m)}{V_m} = \frac{N_i R_u T_m / P_m}{N_m R_u T_m / P_m} = \frac{N_i}{N_m} = y_i \Rightarrow V_i = y_i V_m$$

$$\sum_{i=1}^k V_i = \sum_{i=1}^k y_i V_m = V_m \sum_{i=1}^k y_i = V_m \cdot 1 = V_m$$

Notes : Les lois de Dalton et d'Amagat sont exactes et identiques pour les gaz parfaits. Elles sont approximatives pour les mélanges de gaz réels.

c) Variables thermodynamique de mélanges de gaz parfaits

La masse totale d'un mélange, qui est une variable thermodynamique extensive, est la somme des masses des constituants. Il en est de même pour les autres variables, U , H , S :

$$U_m = \sum_{i=1}^k U_i = \sum_{i=1}^k m_i u_i = \sum_{i=1}^k N_i \bar{u}_i$$

$$H_m = \sum_{i=1}^k H_i = \sum_{i=1}^k m_i h_i = \sum_{i=1}^k N_i \bar{h}_i$$

$$S_m = \sum_{i=1}^k S_i = \sum_{i=1}^k m_i s_i = \sum_{i=1}^k N_i \bar{s}_i$$

De même pour les variations

$$\Delta U_m = \sum_{i=1}^k \Delta U_i = \sum_{i=1}^k m_i \Delta u_i = \sum_{i=1}^k N_i \Delta \bar{u}_i$$

$$\Delta H_m = \sum_{i=1}^k \Delta H_i = \sum_{i=1}^k m_i \Delta h_i = \sum_{i=1}^k N_i \Delta \bar{h}_i$$

$$\Delta S_m = \sum_{i=1}^k \Delta S_i = \sum_{i=1}^k m_i \Delta s_i = \sum_{i=1}^k N_i \Delta \bar{s}_i$$

c) Variables thermodynamique de mélanges de gaz parfaits (cont.)

On peut déterminer l'énergie interne, l'enthalpie et l'entropie d'un mélange gazeux par unité de masse ou par mole

$$u_m = \frac{U_m}{m_m} = \sum_{i=1}^k \frac{m_i}{m_m} u_i = \sum_{i=1}^k mf_i u_i \quad \text{kJ/kg} \quad \text{et} \quad \bar{u}_m = \frac{U_m}{N_m} = \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{N_m} \bar{u}_i = \sum_{i=1}^k y_i \bar{u}_i \quad \text{kJ/kmol}$$

$$h_m = \frac{H_m}{m_m} = \sum_{i=1}^k \frac{m_i}{m_m} h_i = \sum_{i=1}^k mf_i h_i \quad \text{kJ/kg} \quad \text{et} \quad \bar{h}_m = \frac{H_m}{N_m} = \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{N_m} \bar{h}_i = \sum_{i=1}^k y_i \bar{h}_i \quad \text{kJ/kmol}$$

$$s_m = \frac{S_m}{m_m} = \sum_{i=1}^k \frac{m_i}{m_m} s_i = \sum_{i=1}^k mf_i s_i \quad \text{kJ/kg.K} \quad \text{et} \quad \bar{s}_m = \frac{S_m}{N_m} = \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{N_m} \bar{s}_i = \sum_{i=1}^k y_i \bar{s}_i \quad \text{kJ/kmol.K}$$

De même, les chaleurs massiques sont estimées selon:

$$c_{v,m} = \sum_{i=1}^k mf_i c_{v,i} \quad \text{kJ/kg.K} \quad \text{et} \quad \bar{c}_{v,m} = \sum_{i=1}^k y_i \bar{c}_{v,i} \quad \text{kJ/kmol.K}$$

$$c_{p,m} = \sum_{i=1}^k mf_i c_{p,i} \quad \text{kJ/kg.K} \quad \text{et} \quad \bar{c}_{p,m} = \sum_{i=1}^k y_i \bar{c}_{p,i} \quad \text{kJ/kmol.K}$$

c) Variables thermodynamique de mélanges de gaz parfaits (cont.)

Pour la variation d'entropie du constituant i , comme c'est un gaz parfait:

$$\Delta s_i = s_{i,2}^o - s_{i,1}^o - R_i \ln \frac{P_{i,2}}{P_{i,1}} \cong c_{p,i} \ln \frac{T_{i,2}}{T_{i,1}} - R_i \ln \frac{P_{i,2}}{P_{i,1}}$$

ou

$$\Delta \bar{s}_i = \bar{s}_{i,2}^o - \bar{s}_{i,1}^o - R_u \ln \frac{P_{i,2}}{P_{i,1}} \cong \bar{c}_{p,i} \ln \frac{T_{i,2}}{T_{i,1}} - R_u \ln \frac{P_{i,2}}{P_{i,1}}$$

Avec

$$P_{i,2} = y_{i,2} P_{m,2} \quad \text{et} \quad P_{i,1} = y_{i,1} P_{m,1}$$

Note: la pression partielle P_i de chaque constituant est utilisée pour estimer la variation d'entropie et non la pression de mélange P_m

Exemple 2 CB&L 13.3, p.613

Soit un réservoir indéformable et isolé, qui est divisé en deux parties par une paroi. Le volume de gauche renferme 7kg d'oxygène à 100kPa et à 40°C. Le volume de droite contient 4kg d'azote à 150kPa et à 20°C. La paroi est soudainement retirée, et les deux gaz se mélangent.

Déterminez:

- La température du mélange;
- La pression du mélange une fois l'équilibre thermodynamique atteint de 2 façons différentes.
- S_{gen}

$$M_{O_2}=32\text{kg/kmol}, \quad M_{N_2}=28\text{kg/kmol}$$

$$R_u=8.314\text{kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kmol}\cdot\text{K}$$

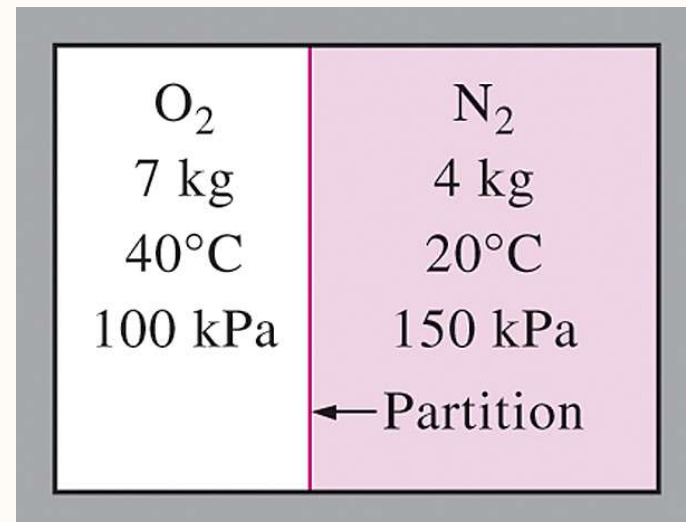
$$C_{v_{O_2}}=0.658\text{kJ/kg}\cdot\text{K}, \quad C_{v_{N_2}}=0.743\text{kJ/kg}\cdot\text{K}$$

Solution (en classe)

$$\text{a) } T_m=32.2 \text{ } ^\circ\text{C}$$

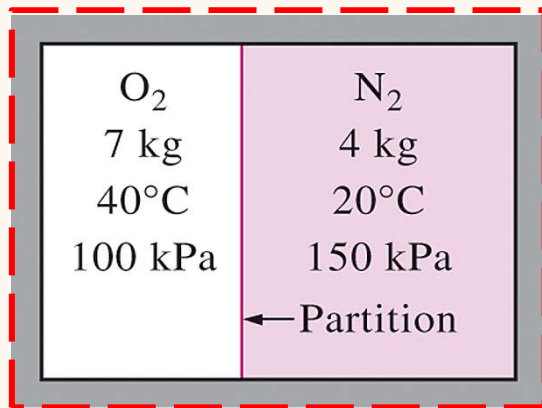
$$\text{b) } P_m=114.5\text{kPa}$$

$$\text{c) } S_{gen}=2.1 \text{ kJ/K}$$

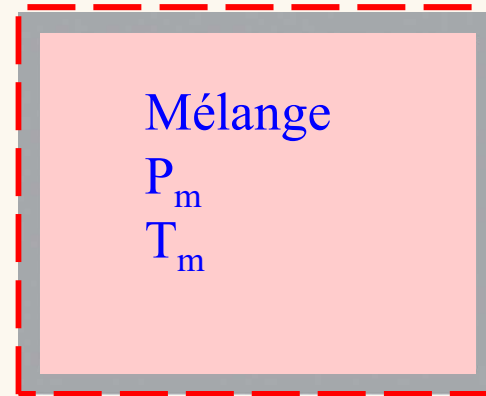


Solution

a) On applique la première loi pour un système fermé pour calculer la température du mélange (**système tout**)



État 1



État m

$$\Delta E = E_{in} - E_{out} \quad \Rightarrow \quad \Delta U = U_2 - U_1 = 0$$

$$m_m u_m - m_{O_2} u_{O_2,1} - m_{N_2} u_{N_2,1} = 0$$

Or $m_m = m_{O_2} + m_{N_2}$ et $u_m = \sum_{i=1}^k m f_i u_i = \frac{m_{O_2}}{m_m} u_{O_2,m} + \frac{m_{N_2}}{m_m} u_{N_2,m}$

$$m_{O_2} (u_m - u_1)_{O_2} + m_{N_2} (u_m - u_1)_{N_2} = 0$$

$$m_{O_2} (Cv(T_m - T_1))_{O_2} + m_{N_2} (Cv(T_m - T_1))_{N_2} = 0$$

$$(4 \text{ kg})(0.743 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K})(T_m - 20^\circ\text{C}) + (7 \text{ kg})(0.658 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K})(T_m - 40^\circ\text{C}) = 0$$

$$T_m = 32.2^\circ\text{C}$$

b) La pression du mélange final

$$P.V = N.R_U.T \quad R_U = 8.314 \text{ kJ / kmol.K}$$

$$P_m V_m = N_m R_u T_m$$

$$P.V = m.R.T \quad R = R_U / M$$

$$N_{\text{O}_2} = \frac{m_{\text{O}_2}}{M_{\text{O}_2}} = \frac{7 \text{ kg}}{32 \text{ kg/kmol}} = 0.219 \text{ kmol}$$

$$N_{\text{N}_2} = \frac{m_{\text{N}_2}}{M_{\text{N}_2}} = \frac{4 \text{ kg}}{28 \text{ kg/kmol}} = 0.143 \text{ kmol}$$

$$N_m = N_{\text{O}_2} + N_{\text{N}_2} = 0.219 + 0.143 = 0.362 \text{ kmol}$$

$$V_{\text{O}_2} = \left(\frac{NR_u T_1}{P_1} \right)_{\text{O}_2} = \frac{(0.219 \text{ kmol})(8.314 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3/\text{kmol} \cdot \text{K})(313 \text{ K})}{100 \text{ kPa}} = 5.70 \text{ m}^3$$

$$V_{\text{N}_2} = \left(\frac{NR_u T_1}{P_1} \right)_{\text{N}_2} = \frac{(0.143 \text{ kmol})(8.314 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3/\text{kmol} \cdot \text{K})(293 \text{ K})}{150 \text{ kPa}} = 2.32 \text{ m}^3$$

$$V_m = V_{\text{O}_2} + V_{\text{N}_2} = 5.70 + 2.32 = 8.02 \text{ m}^3$$

$$P_m = \frac{N_m R_u T_m}{V_m} = \frac{(0.362 \text{ kmol})(8.314 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3/\text{kmol} \cdot \text{K})(305.2 \text{ K})}{8.02 \text{ m}^3} = \mathbf{114.5 \text{ kPa}}$$

Solution

c) La génération totale d'entropie (S_{gen})

Bilan d'Entropie pour un système fermé

(système tout)

$$\Delta S_{système} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + S_{gen} = S_{gen}$$

$$S_{gen} = m_{O_2} (s_2 - s_1)_{O_2} + m_{N_2} (s_2 - s_1)_{N_2}$$

$$(s_2 - s_1)_{O_2} = Cp_{O_2} \ln \frac{T_2}{T_1} - R_{O_2} \ln \frac{P_{O_2,2}}{P_{O_2,1}}$$

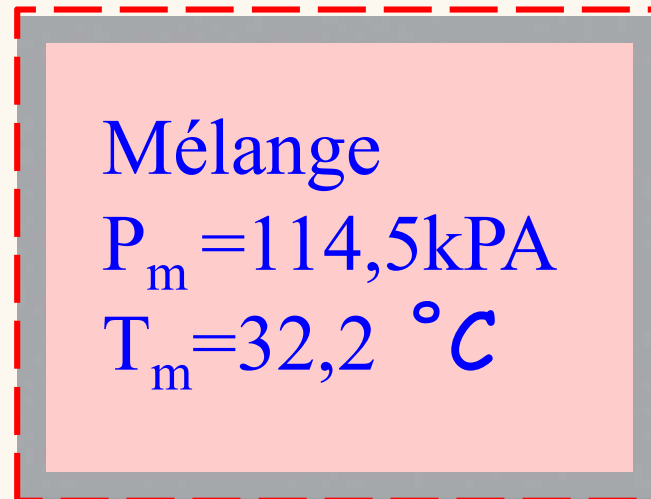
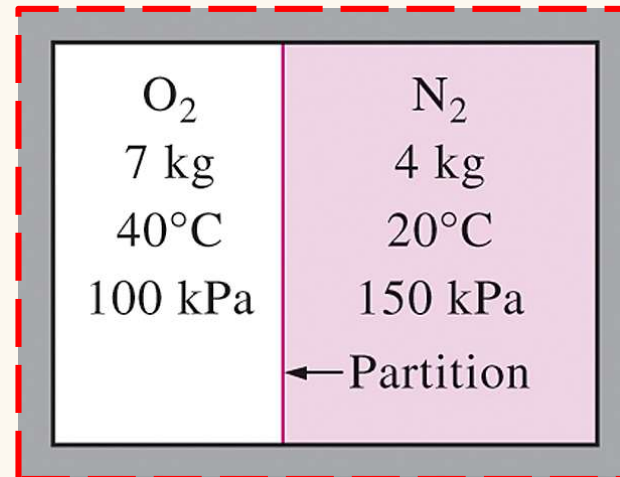
$$(s_2 - s_1)_{O_2} = Cp_{O_2} \ln \frac{T_2}{T_1} - R_{O_2} \ln \frac{y_{O_2} P_2}{P_{O_2,1}}$$

$$(s_2 - s_1)_{N_2} = Cp_{N_2} \ln \frac{T_2}{T_1} - R_{N_2} \ln \frac{P_{N_2,2}}{P_{N_2,1}}$$

$$(s_2 - s_1)_{O_2} = Cp_{O_2} \ln \frac{T_2}{T_1} - R_{O_2} \ln \frac{y_{O_2} P_2}{P_{O_2,1}}$$

$$Cp_{O_2} = Cv_{O_2} + R_{O_2} = Cv_{O_2} + R_u / M_{O_2} = 0.658 + 8.314 / 32 = 0.918 \text{ kJ / kg.K}$$

$$Cp_{N_2} = Cv_{N_2} + R_{N_2} = Cv_{N_2} + R_u / M_{N_2} = 0.743 + 8.314 / 28 = 1.04 \text{ kJ / kg.K}$$



Il faut calculer les fractions molaires

$$y_{O_2} \equiv \frac{N_{O_2}}{N_m}, \quad y_{N_2} \equiv \frac{N_{N_2}}{N_m} \quad \text{avec} \quad N_m = \sum_{i=1}^k N_i$$

$$N_{O_2} = \frac{m_{O_2}}{M_{O_2}} = \frac{7}{32} = 0.21875 \text{ kmol}, \quad N_{N_2} = \frac{m_{N_2}}{M_{N_2}} = \frac{4}{28} = 0.14285 \text{ kmol} \quad N_m = N_{O_2} + N_{N_2} = 0.3616 \text{ kmol}$$

$$y_{O_2} \equiv \frac{0.21875}{0.3616} = 0.605, \quad y_{N_2} \equiv \frac{0.14285}{0.3616} = 0.395 \quad \sum y_i = 1 \quad \text{OK}$$

$$(s_2 - s_1)_{O_2} = 0.918 \ln \frac{32.2 + 273}{40 + 273} - (8.314 / 32) \ln \frac{0.605 * 114.5}{100} = 0.0722 \text{ kJ / kg.K}$$

$$(s_2 - s_1)_{N_2} = 1.04 \ln \frac{32.2 + 273}{20 + 273} - (8.314 / 28) \ln \frac{0.395 * 114.5}{150} = 0.3984 \text{ kJ / kg.K}$$

$$S_{gen} = 7 * 0.0722 + 4 * 0.3984 = 2.1 \text{ kJ / K}$$

Exemple 3

Un réservoir rigide et isolé qui contient 1kg d'oxygène à 15°C et à 300kPa est relié à une soupape à un autre réservoir rigide non isolé qui contient 2m³ d'azote à 50°C et à 500kPa. La soupape est ouverte, et les deux gaz se mélangent. Si la température d'équilibre est de 25 °C ,

Déterminez:

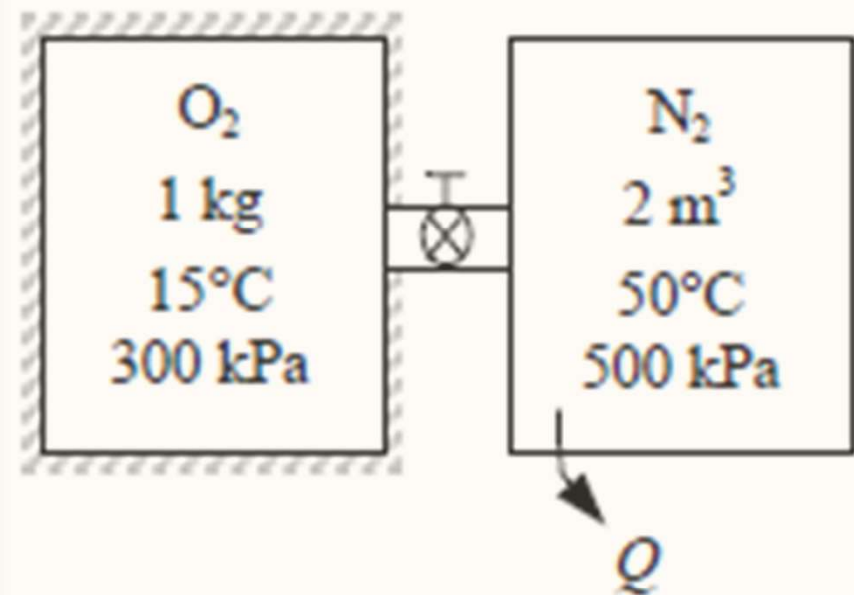
- La pression du mélange;
- La quantité de chaleur Q ;
- La génération d'entropie en kJ/K.

$$M_{O_2}=32\text{kg/kmol}, \quad M_{N_2}=28\text{kg/kmol}$$

$$R_u=8.314\text{kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kmol}\cdot\text{K}$$

$$C_{v_{O_2}}=0.658\text{kJ/kg}\cdot\text{K}, \quad C_{v_{N_2}}=0.743\text{kJ/kg}\cdot\text{K}$$

$$R_{O_2}=0.2598\text{kJ/kg}\cdot\text{K}, \quad R_{N_2}=0.2968\text{kJ/kg}\cdot\text{K}$$



Solution (en classe)

- $P_m=446.6 \text{ kPa}$
- $Q=187.2 \text{ kJ}$
- $S_{gen}=0.962 \text{ kJ/K}$

Solution

Properties The constant volume specific heats of O_2 and N_2 are $0.658 \text{ kJ/kg}\cdot^\circ\text{C}$ and $0.743 \text{ kJ/kg}\cdot^\circ\text{C}$, respectively. (Table A-2).

Analysis (a) The volume of the O_2 tank and mass of the nitrogen are

$$V_{1,O_2} = \left(\frac{mRT_1}{P_1} \right)_{O_2} = \frac{(1 \text{ kg})(0.2598 \text{ kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{K})(288 \text{ K})}{300 \text{ kPa}} = 0.25 \text{ m}^3$$

$$m_{N_2} = \left(\frac{P_1 V_1}{RT_1} \right)_{N_2} = \frac{(500 \text{ kPa})(2 \text{ m}^3)}{(0.2968 \text{ kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{K})(323 \text{ K})} = 10.43 \text{ kg}$$

$$V_{\text{total}} = V_{1,O_2} + V_{1,N_2} = 0.25 \text{ m}^3 + 2.0 \text{ m}^3 = 2.25 \text{ m}^3$$

Also,

$$m_{O_2} = 1 \text{ kg} \longrightarrow N_{O_2} = \frac{m_{O_2}}{M_{O_2}} = \frac{1 \text{ kg}}{32 \text{ kg/kmol}} = 0.03125 \text{ kmol}$$

$$m_{N_2} = 10.43 \text{ kg} \longrightarrow N_{N_2} = \frac{m_{N_2}}{M_{N_2}} = \frac{10.43 \text{ kg}}{28 \text{ kg/kmol}} = 0.3725 \text{ kmol}$$

$$N_m = N_{N_2} + N_{O_2} = 0.3725 \text{ kmol} + 0.03125 \text{ kmol} = 0.40375 \text{ kmol}$$

Thus,
$$P_m = \left(\frac{NR_u T}{V} \right)_m = \frac{(0.40375 \text{ kmol})(8.314 \text{ kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kmol}\cdot\text{K})(298 \text{ K})}{2.25 \text{ m}^3} = 444.6 \text{ kPa}$$

(b) We take both gases as the system. No work or mass crosses the system boundary, and thus this is a closed system with $W = 0$. Taking the direction of heat transfer to be from the system (will be verified), the energy balance for this closed system reduces to

$$E_{\text{in}} - E_{\text{out}} = \Delta E_{\text{system}}$$

$$-Q_{\text{out}} = \Delta U = \Delta U_{O_2} + \Delta U_{N_2} \longrightarrow Q_{\text{out}} = [mc_v(T_1 - T_m)]_{O_2} + [mc_v(T_1 - T_m)]_{N_2}$$

Using c_v values at room temperature (Table A-2), the heat transfer is determined to be

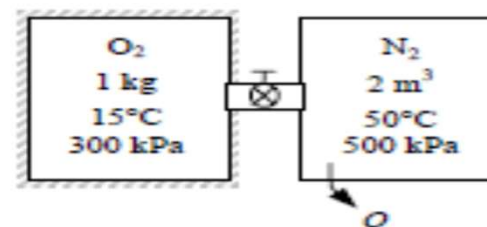
$$Q_{\text{out}} = (1 \text{ kg})(0.658 \text{ kJ/kg}\cdot^\circ\text{C})(15 - 25)^\circ\text{C} + (10.43 \text{ kg})(0.743 \text{ kJ/kg}\cdot^\circ\text{C})(50 - 25)^\circ\text{C} \\ = 187.2 \text{ kJ} \quad (\text{from the system})$$

(c) For an *extended system* that involves the tanks and their immediate surroundings such that the boundary temperature is the surroundings temperature, the entropy balance can be expressed as

$$S_{\text{in}} - S_{\text{out}} + S_{\text{gen}} = \Delta S_{\text{system}}$$

$$-\frac{Q_{\text{out}}}{T_{b,\text{surr}}} + S_{\text{gen}} = m(s_2 - s_1)$$

$$S_{\text{gen}} = m(s_2 - s_1) + \frac{Q_{\text{out}}}{T_{\text{surr}}}$$



The mole fraction of each gas is

$$y_{O_2} = \frac{N_{O_2}}{N_m} = \frac{0.03125}{0.40375} = 0.077$$

$$y_{N_2} = \frac{N_{N_2}}{N_m} = \frac{0.3725}{0.40375} = 0.923$$

Thus,

$$\begin{aligned}(s_2 - s_1)_{O_2} &= \left(c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{y P_{m,2}}{P_1} \right)_{O_2} \\ &= (0.918 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}) \ln \frac{298 \text{ K}}{288 \text{ K}} - (0.2598 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}) \ln \frac{(0.077)(444.6 \text{ kPa})}{300 \text{ kPa}} \\ &= 0.5952 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(s_2 - s_1)_{N_2} &= \left(c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{y P_{m,2}}{P_1} \right)_{N_2} \\ &= (1.039 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}) \ln \frac{298 \text{ K}}{323 \text{ K}} - (0.2968 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}) \ln \frac{(0.923)(444.6 \text{ kPa})}{500 \text{ kPa}} \\ &= -0.0251 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}\end{aligned}$$

Substituting,

$$S_{\text{gen}} = (1 \text{ kg})(0.5952 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}) + (10.43 \text{ kg})(-0.0251 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}) + \frac{187.2 \text{ kJ}}{298 \text{ K}} = 0.962 \text{ kJ/K}$$

Exemple 4 : (CB&L 13.50, p.627)

De l'Éthane (C_2H_6) à $20^\circ C$ et 200 kPa et du Méthane (CH_4) à $45^\circ C$ et 200 kPa entrent dans une chambre de mélange adiabatique. Le débit massique de l'Éthane est de 9 kg/s qui est deux fois plus que celui du Méthane. La pression du mélange à la sortie est de 200 kPa.

Déterminez:

- La température du mélange;
 - Le taux de génération d'entropie en kW/K
- Prenez $T_0 = 25^\circ C$

$$M_{CH_4} = 16 \text{ kg/kmol}, \quad M_{C_2H_6} = 30 \text{ kg/kmol}$$

$$R_u = 8.314 \text{ kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kmol}\cdot\text{K}$$

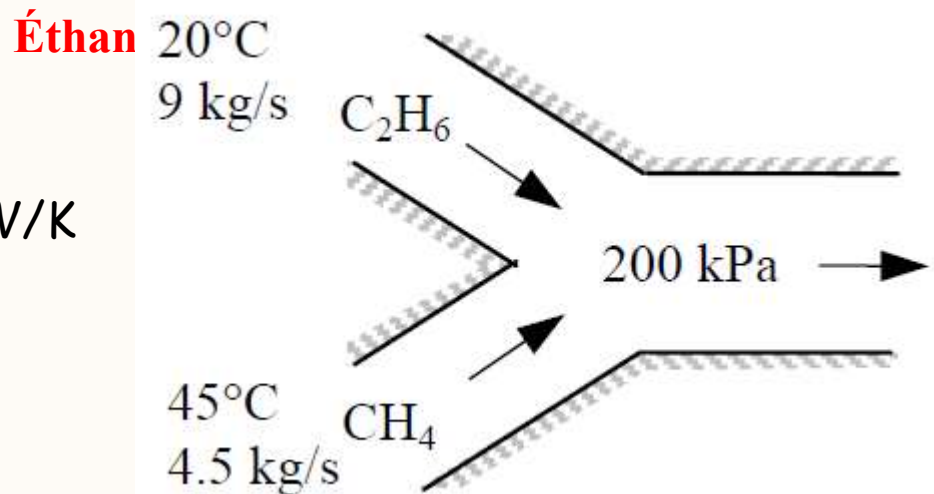
$$C_{p_{CH_4}} = 2.2537 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}, \quad C_{p_{C_2H_6}} = 1.7662 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$$

$$R_{CH_4} = 0.5182 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}, \quad R_{C_2H_6} = 0.2765 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$$

Solution (en classe)

$$\text{a) } T_m = 29.7^\circ C$$

$$\text{b) } S_{gen} = 3.353 \text{ kW/K}$$



Méthane

Température ambiante $T_0 = 25^\circ C$

Solution

a) Température du mélange

Système ouvert, on fait un bilan d'énergie sur **tout le système**

$$\dot{Q}_{in} + \dot{W}_{in} + \sum_{\#entrées} \dot{m}_{in} \theta_{in} \equiv \dot{Q}_{out} + \dot{W}_{out} + \sum_{\#sorties} \dot{m}_{out} \theta_{out}$$

$$\dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_2 h_2 = \dot{m}_3 h_3 = (\dot{m}_1 + \dot{m}_2) h_3$$

or
$$h_m = \sum_{i=1}^k m f_i h_i = \frac{\dot{m}_1}{\dot{m}_1 + \dot{m}_2} h_{1,3} + \frac{\dot{m}_2}{\dot{m}_1 + \dot{m}_2} h_{2,3}$$

D'où
$$\dot{m}_1 (h_1 - h_3)_{C_2H_6} + \dot{m}_2 (h_2 - h_3)_{CH_4} = 0$$

$$\dot{m}_1 (C_p(T_1 - T_3))_{C_2H_6} + \dot{m}_2 (C_p(T_2 - T_3))_{CH_4} = 0$$

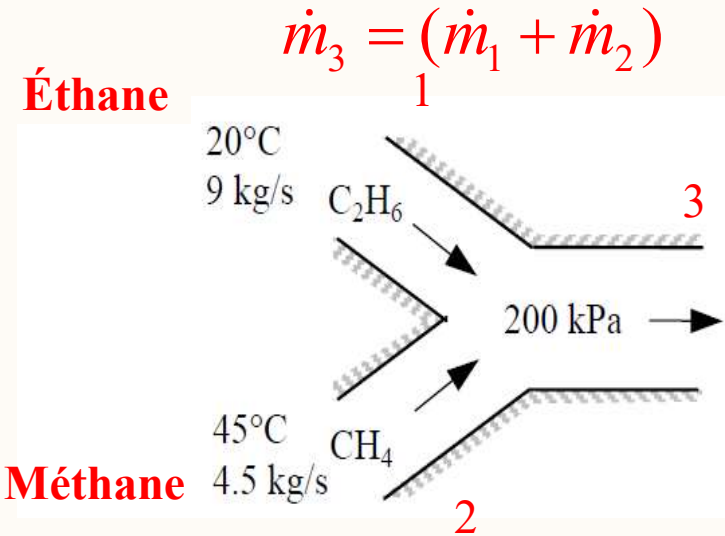
D'où

$$T_3 = 29.7 \text{ °C} = 302,7\text{K}$$

b) Le taux de génération d'entropie en kW/K (Prenez $T_0 = 25 \text{ °C}$)

Système ouvert, on fait un bilan d'entropie sur **tout le système**

$$\dot{S}_{gén} = -\frac{\dot{Q}}{T_{amb}} + \sum \dot{m}_{out} s_{out} - \sum \dot{m}_{in} s_{in}$$



$$\dot{S}_{g\acute{e}n} = \dot{m}_3 s_3 - \dot{m}_1 s_1 - \dot{m}_2 s_2 = (\dot{m}_1 + \dot{m}_2) s_3 - \dot{m}_1 s_1 - \dot{m}_2 s_2$$

$$\dot{S}_{g\acute{e}n} = \dot{m}_1 (s_3 - s_1)_{C_2H_6} + \dot{m}_2 (s_3 - s_2)_{CH_4}$$

$$(s_3 - s_1)_{C_2H_6} = Cp_{C_2H_6} \ln \frac{T_3}{T_1} - R_{C_2H_6} \ln \frac{P_{C_2H_6}^3}{P_{C_2H_6}^1}$$

$$(s_3 - s_1)_{C_2H_6} = Cp_{C_2H_6} \ln \frac{T_3}{T_1} - R_{C_2H_6} \ln \frac{y_{C_2H_6} P_3}{P_{C_2H_6}^1}$$

$$(s_3 - s_2)_{CH_4} = Cp_{CH_4} \ln \frac{T_3}{T_2} - R_{CH_4} \ln \frac{P_{CH_4}^3}{P_{CH_4}^1}$$

$$(s_3 - s_2)_{CH_4} = Cp_{CH_4} \ln \frac{T_3}{T_2} - R_{CH_4} \ln \frac{y_{CH_4} P_3}{P_{CH_4}^1}$$

Il faut calculer les fractions molaires

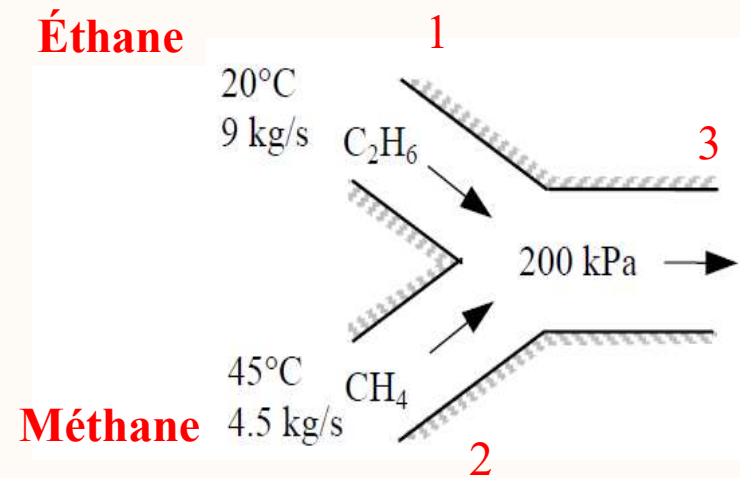
$$y_{CH_4} \equiv \frac{\dot{N}_{CH_4}}{\dot{N}_m} \quad y_{C_2H_6} \equiv \frac{\dot{N}_{C_2H_6}}{\dot{N}_m} \quad \text{avec} \quad \dot{N}_m = \sum_{i=1}^k \dot{N}_i$$

$$\dot{N}_{C_2H_6} = \frac{\dot{m}_{C_2H_6}}{M_{C_2H_6}} = \frac{9}{30} = 0.3 \text{ kmol/s} \quad \dot{N}_{CH_4} = \frac{\dot{m}_{CH_4}}{M_{CH_4}} = \frac{4.5}{16} = 0.2813 \text{ kmol/s} \quad \dot{N}_m = \dot{N}_{C_2H_6} + \dot{N}_{CH_4} = 0.5813 \text{ kmol/s}$$

$$y_{C_2H_6} \equiv \frac{0.3}{0.5813} = 0.516 \quad y_{CH_4} \equiv \frac{0.2813}{0.5813} = 0.484$$

$$\sum y_i = 1 \quad \text{OK}$$

22



$$(s_3 - s_1)_{C_2H_6} = 1.7662 \ln \frac{302.7}{293} - 0.2765 \ln \frac{0.516 * 200}{200} = 0.24 \text{ kJ / kg.K}$$

$$(s_3 - s_2)_{CH_4} = 2.2537 \ln \frac{302.7}{318} - 0.5182 \ln \frac{0.484 * 200}{200} = 0.265 \text{ kJ / kg.K}$$

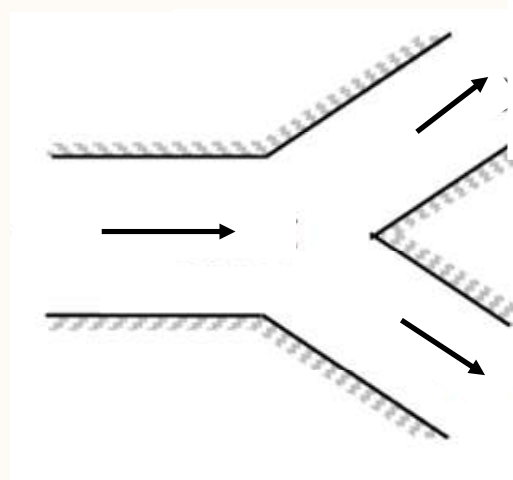
$$\dot{S}_{\text{gén}} = 9 * (0.240) + 4.5 * (0.265) = 3.353 \text{ kW / K}$$

$\dot{S}_{\text{gén}} > 0$ (toujours doit être positif)

Attention à la position du mélange!

Mélange
 $T_3 = ?$
 $P_3 = 200 \text{ kPa}$

1



3

Méthane
 9kg/s
 $T_3 = 20 \text{ °C}$
 $P_3 = 200 \text{ kPa}$

Éthane
 4,5kg/s
 $T_2 = 45 \text{ °C}$
 $P_2 = 200 \text{ kPa}$

2

LECTURE SECTION DU LIVRE

Sections 13.1 à 13.3 du livre, «THERMODYNAMIQUE, une approche pragmatique», Y.A. Çengel, M.A. Boles et M. Lacroix, Chenelière-McGraw-Hill, 2ed 2014