

# OÙ ON EN EST

- I) Introduction: définition et utilité de la thermodynamique
- II) Notions de base et définitions
- III) 1<sup>er</sup> principe de la thermodynamique (systèmes fermés)
- IV) *Propriétés des corps purs, simples et compressibles***

heure 9



- *Postulat d'état*
- *Relations P-v-T*
- *Propriétés thermodynamiques*
- *Gaz Parfait*

- V) 1<sup>er</sup> principe de la thermodynamique (systèmes ouverts)
- VI) 2<sup>ème</sup> principe de la thermodynamique
- VII) Entropie
- VIII) Cycles thermodynamiques communs
- IX) Mélanges non réactifs



# IV) PROPRIÉTÉS DES CORPS PURS, SIMPLES ET COMPRESSIBLES

## Révision

- i) Substance pure : substance de composition chimique uniforme et constante (dans l'espace) (éléments purs ou mélanges chimiquement uniformes)
- ii) Phase : quantité de matière physiquement homogène (solide, liquide, gaz) et de composition chimique uniforme
- iii) État : l'état d'un système thermodynamique est défini par la valeur de ses propriétés. *Il faut noter que les propriétés ne sont pas toutes indépendantes les unes des autres. Donc, on peut spécifier un nombre limité de propriétés pour définir un état.*

**1) Postulat d'état:** établit le nombre maximal de propriétés pouvant être fixées de façon indépendante pour spécifier un état.



# 1) POSTULAT D'ÉTAT

- Pour un système de composition chimique constante, le nombre de propriétés intensives indépendantes ( $n$ ) pouvant fixer un état est:

$$n = m + 1$$

- $m$  est le nombre de forces généralisées (pression, gravitation, électrique, ...) pouvant effectuer un travail quasi-statique.
- **Systeme simple et compressible:** système sans effet gravitationnel, électrique, magnétique, cinétique et tension de surface..., la seule force pouvant effectuer un travail quasi-statique est la pression :  $m=1 \rightarrow n=2$

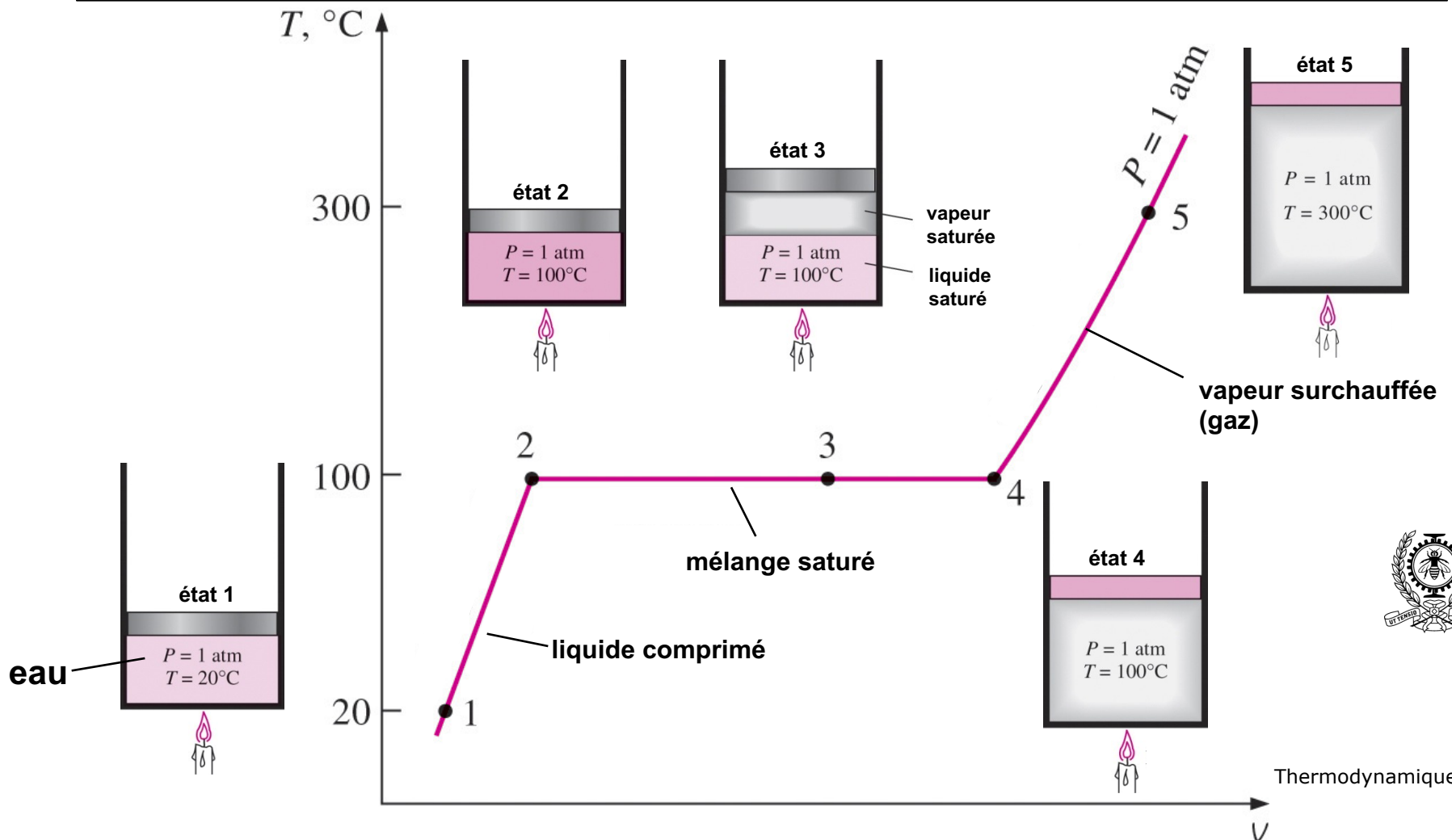
*Pour un système simple et compressible, un état peut être spécifié par deux propriétés intensives indépendantes (exemples :  $P$  et  $T$ , ou  $P$  et  $\rho$ , ou  $T$  et  $\rho$ ; soit  $u=f(P,T)$ ,  $f(P,\rho)$  ou  $f(T,\rho)$  )*

**Notes** : Deux propriétés sont indépendantes si on peut varier une, en gardant l'autre constante. Si on incluait la gravité, il faudrait spécifier une propriété additionnelle, soit la hauteur



## 2) RELATIONS P-v-T

**Exemple :** le chauffage de 1 kg d'eau à *pression atmosphérique constante* dans un cylindre et piston:



# RELATIONS P-V-T, CHAUFFAGE DE L'EAU À PRESSION CONSTANTE

États 1 à 2: L'eau est sous forme de **liquide comprimé**, c'est-à-dire un liquide qui n'est **pas** sur le point de s'évaporer (ex.: eau à 1 atm, en bas de 100°C).

- **La température augmente** (la chaleur fournie augmente l'énergie sensible).

État 2: L'eau commence à vaporiser (changement de phase liquide-gaz)

États 2 à 4: Il y a deux phases de l'eau (liquide, gaz) qui co-existent en équilibre, dont:

- i) **liquide saturé**: liquide sur le point de vaporiser
- ii) **vapeur saturée**: gaz sur le point de condenser

- La température reste constante pendant le changement de phase (la chaleur fournie casse les liens entre molécules caractérisant la phase liquide)

- **Énergie latente de vaporisation**: énergie absorbée par unité de masse vaporisée

- Le taux de vaporisation dépend du taux de chaleur ajoutée ( $dQ/dt$ ).

État 4: L'eau liquide vient d'être entièrement évaporée

États 4 à 5: L'eau est sous forme de **vapeur surchauffée**, c'est-à-dire un gaz qui n'est **pas** sur le point de se condenser (ex.: eau à 1 atm, en haut de 100°C).

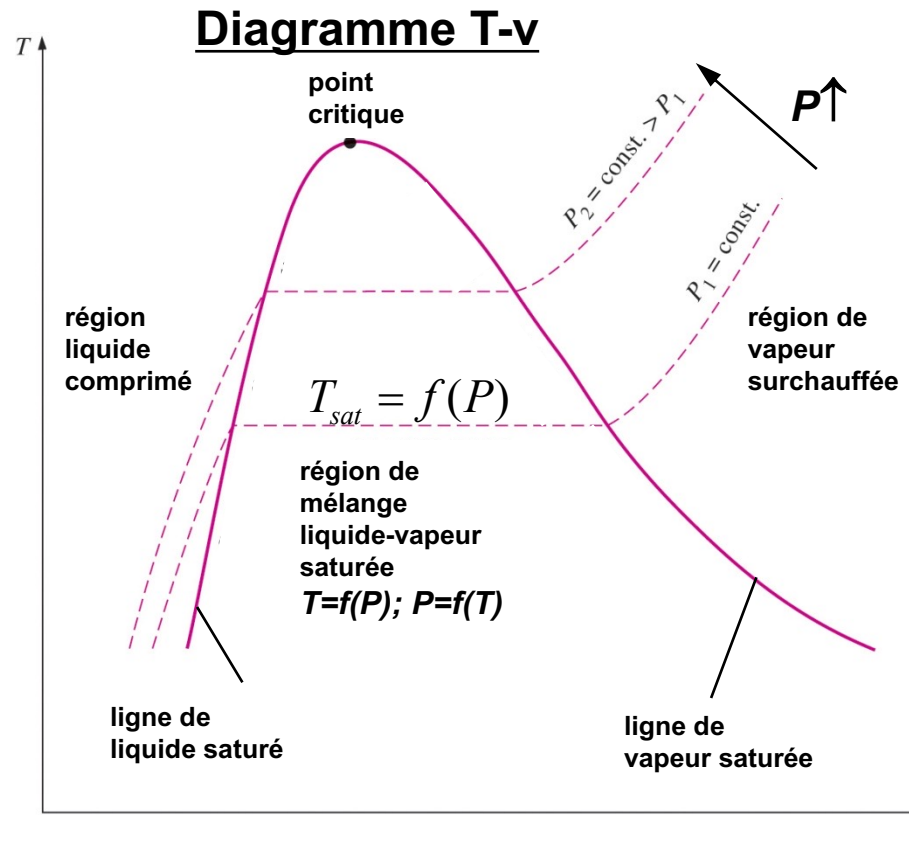
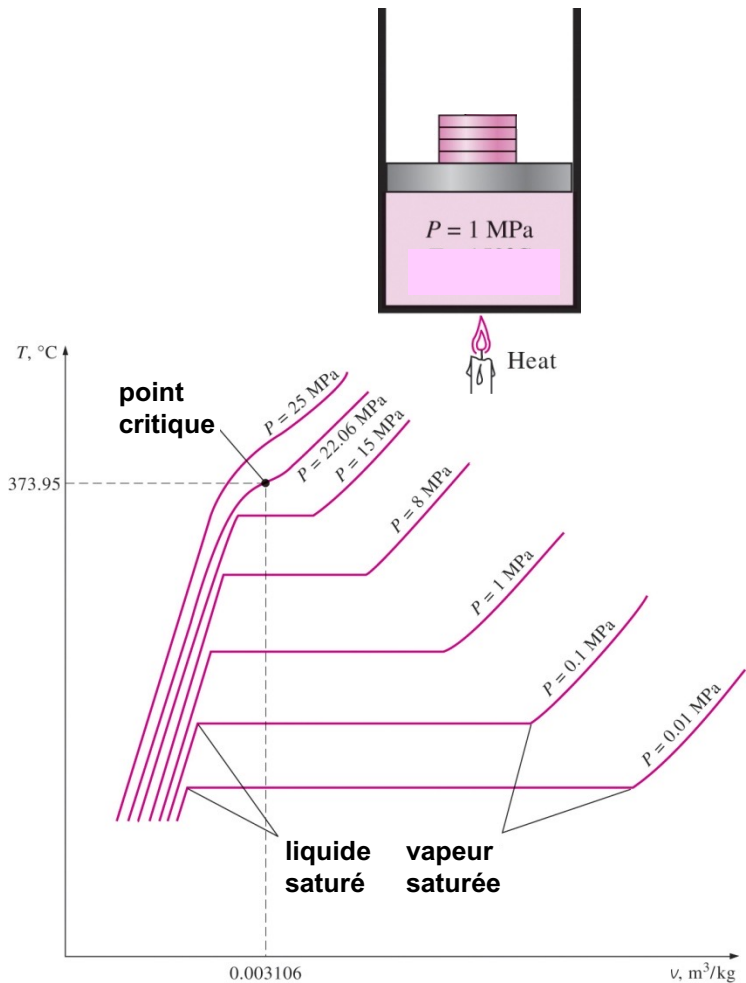
- **La température augmente** (la chaleur fournie augmente l'énergie sensible)

**Note:** Si on enlève de la chaleur à partir de l'état 5, l'évolution 5-1 reprend le même chemin en direction inverse



# A) DIAGRAMME T-v

On répète l'exercice précédent, à chaque fois avec une pression constante différente, en changeant la masse du piston.



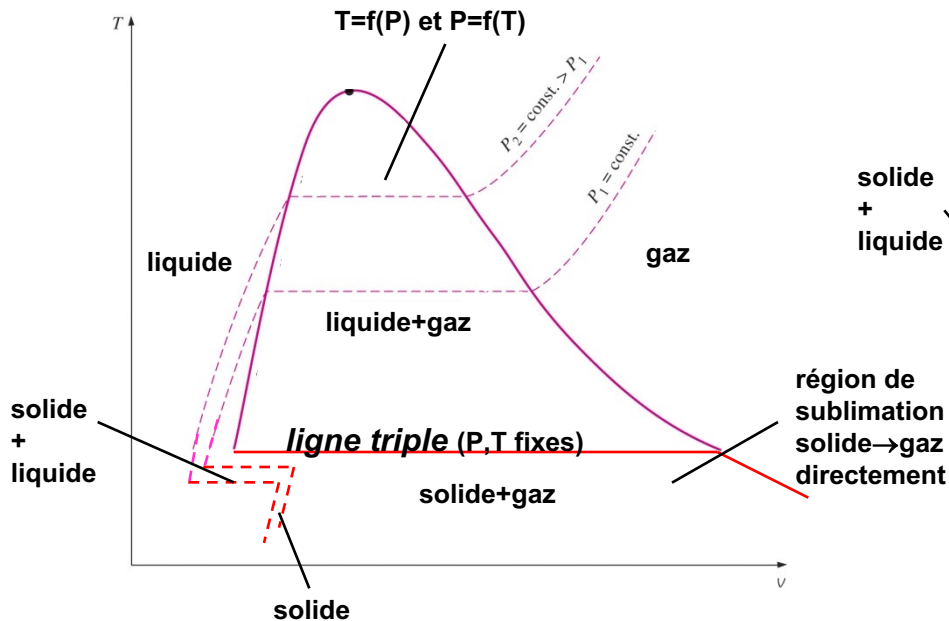
# DIAGRAMME T-v

**Température de saturation ( $T_{sat}$ ):** température à laquelle une substance pure change de phase, sujette à une certaine pression.

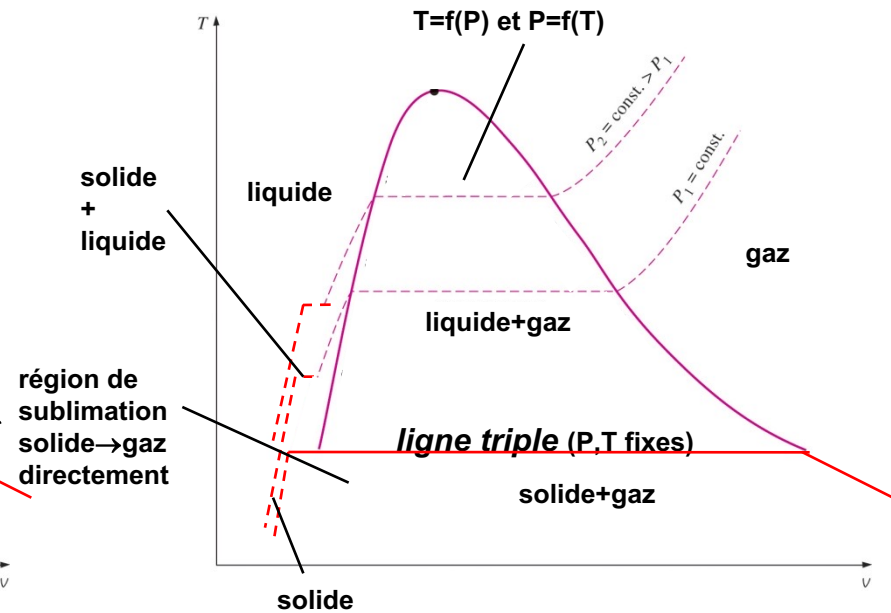
$$T_{sat} = f(P)$$

**Point critique:** point au-dessus duquel il n'y a pas de distinction entre liquide et vapeur saturée.

Substance qui s'expand sur congélation



Substance qui se contracte sur congélation



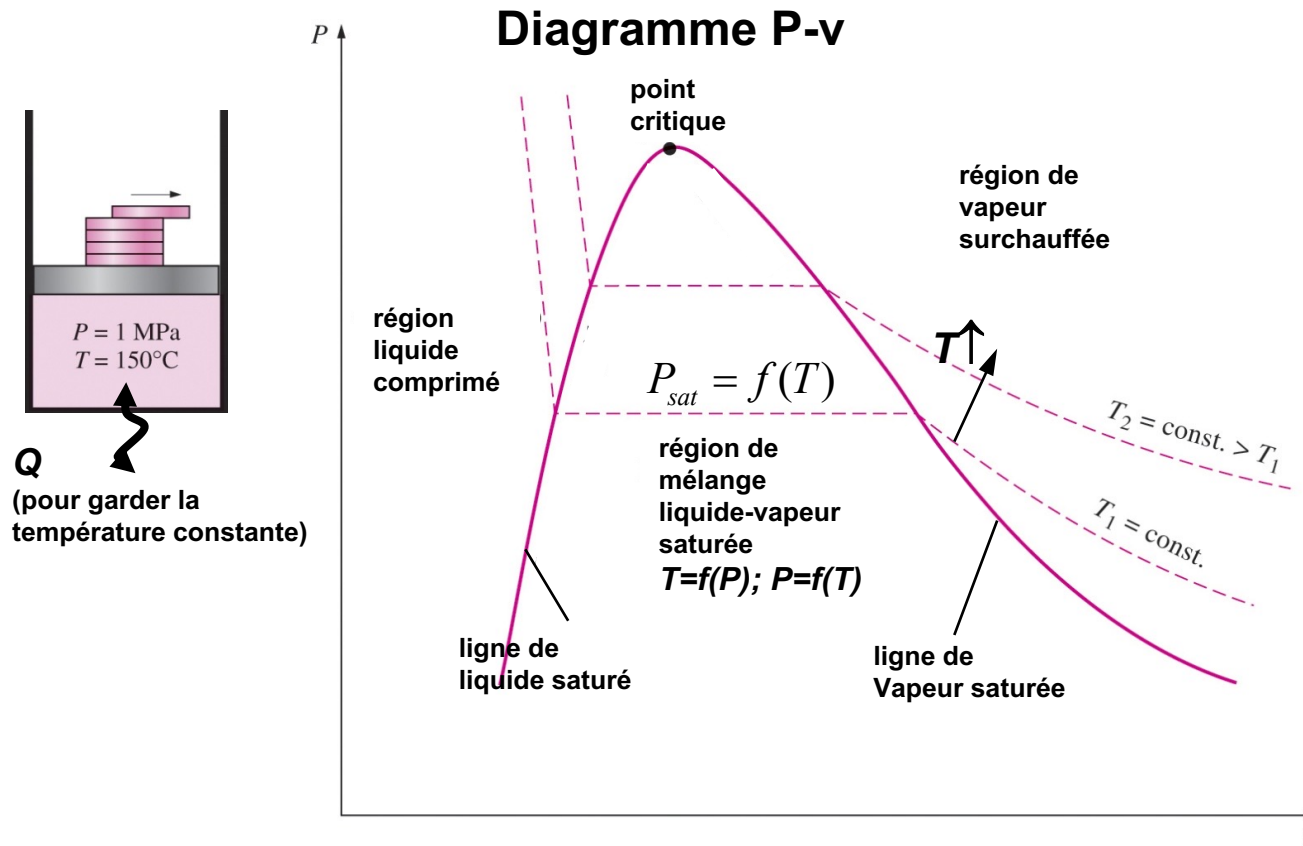
- La phase solide peut être incluse dans le diagramme T-v:

- **Ligne triple:** ligne où les trois phases coexistent (P et T y sont fixes)



# B) DIAGRAMME P-v

Obtenu en enregistrant le changement de volume spécifique associé à une lente variation de pression, à température constante.



**Exemple :** Eau dans un cylindre/piston, pression changée lentement en enlevant des petites masses sur le piston, température gardée constante en laissant l'eau échanger de la chaleur avec l'environnement.

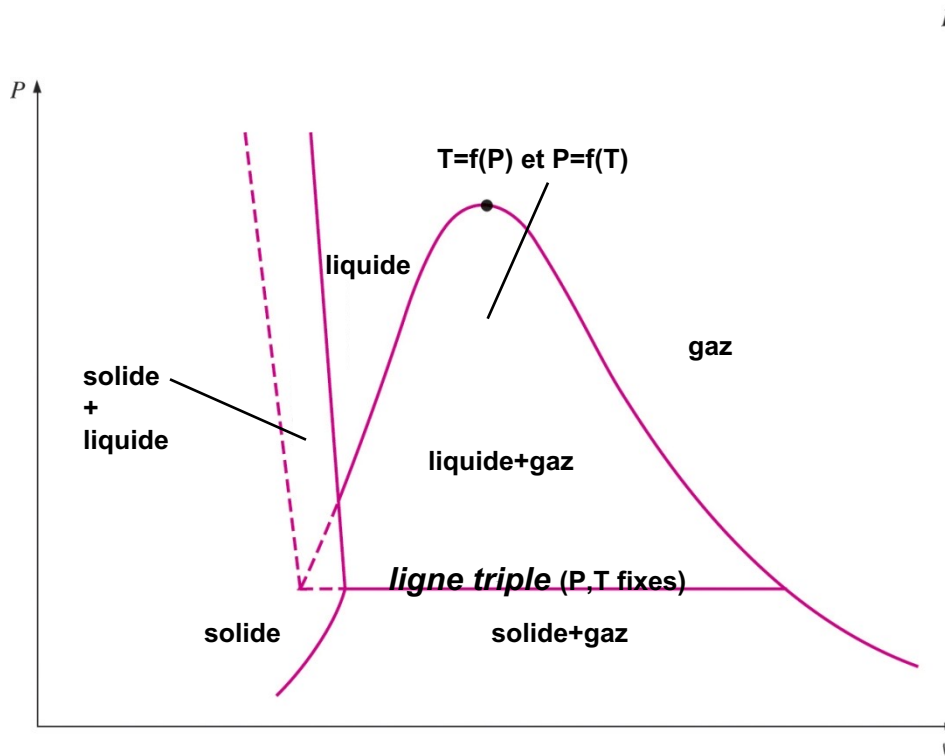




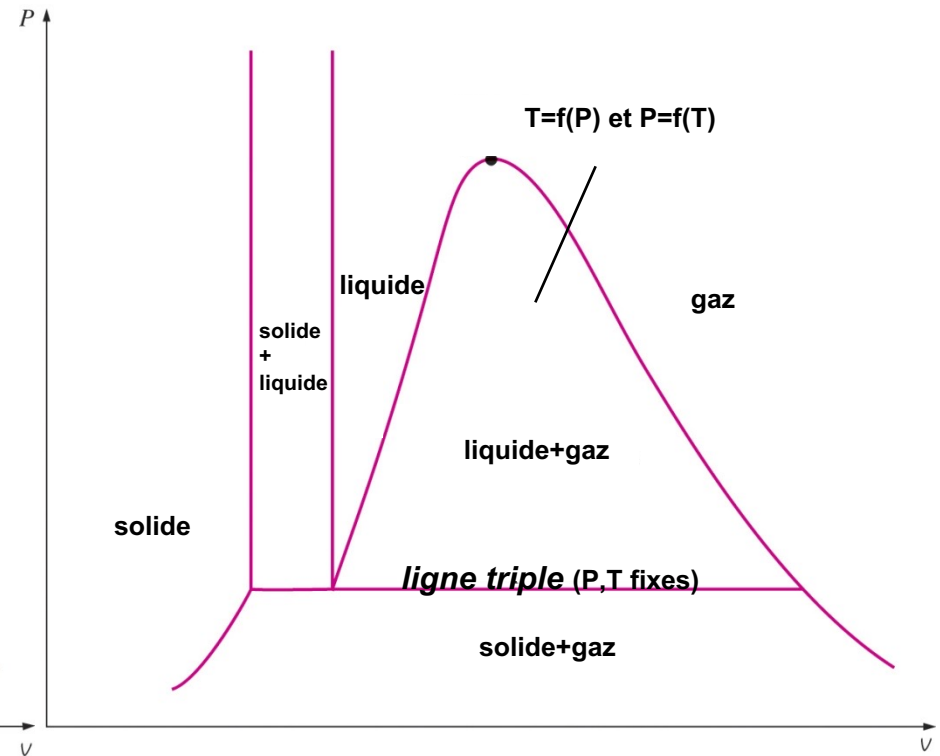
# DIAGRAMME P-v

**Pression de saturation ( $P_{sat}$ ):** pression à laquelle une substance pure change de phase, pour une certaine température.  
 $P_{sat} = f(T)$

Substance qui s'expand sur congélation



Substance qui se contracte sur congélation

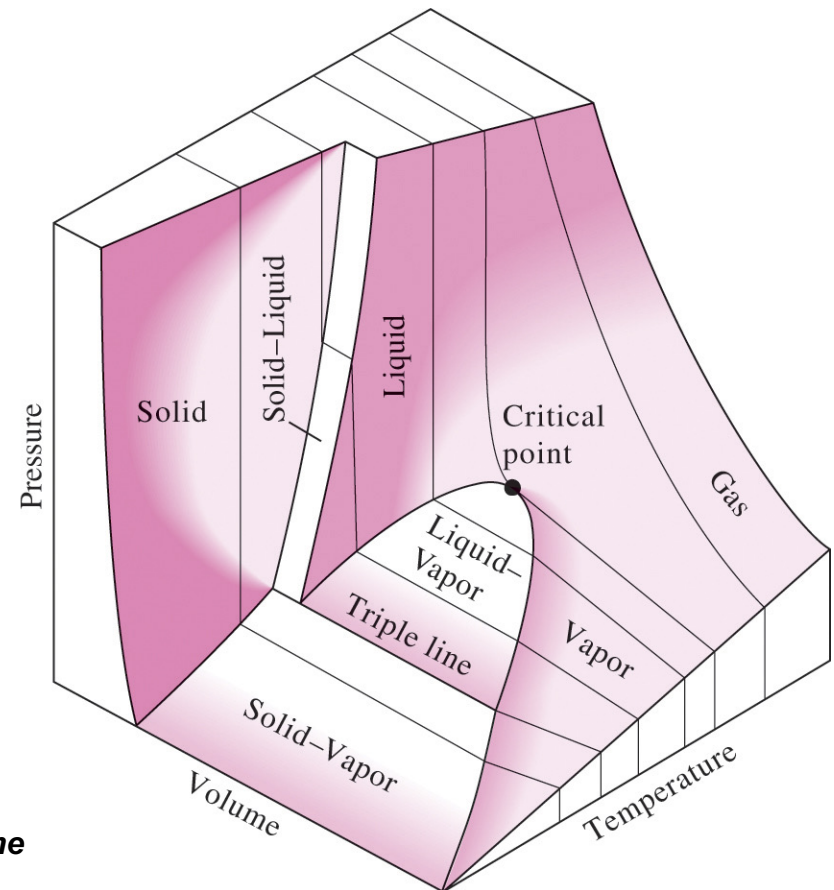
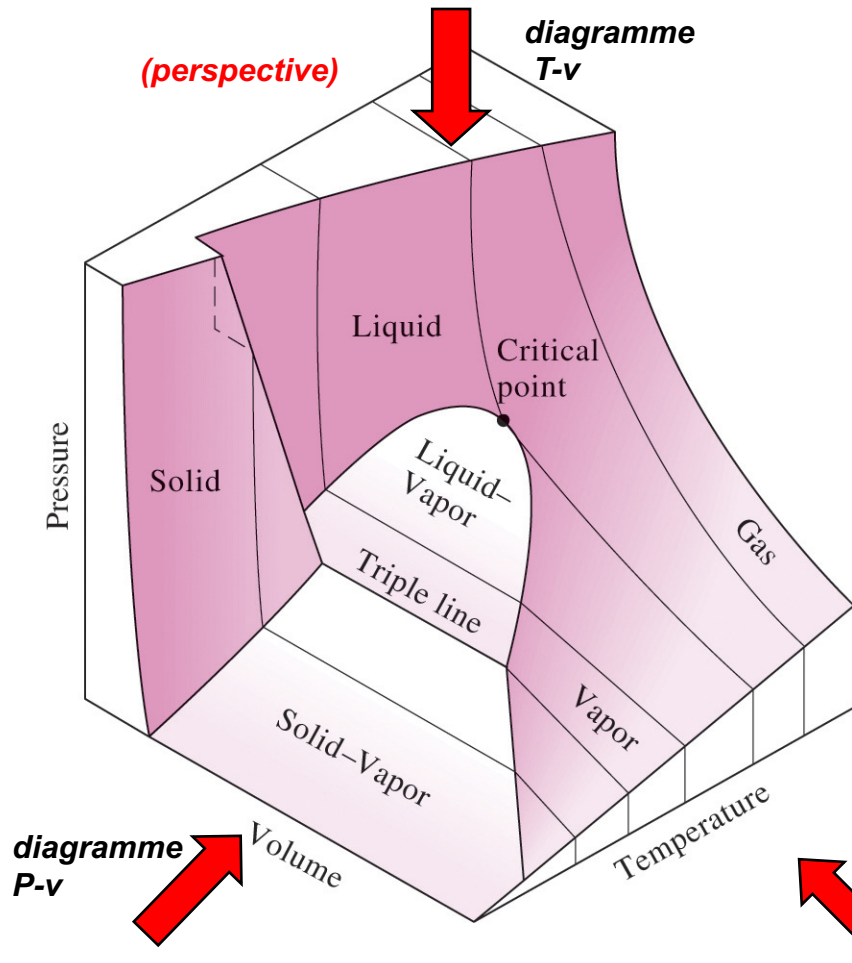


# C) DIAGRAMME P-v-T

Diagrammes T-v et P-v assemblés en 3-D donnent le diagramme P-v-T

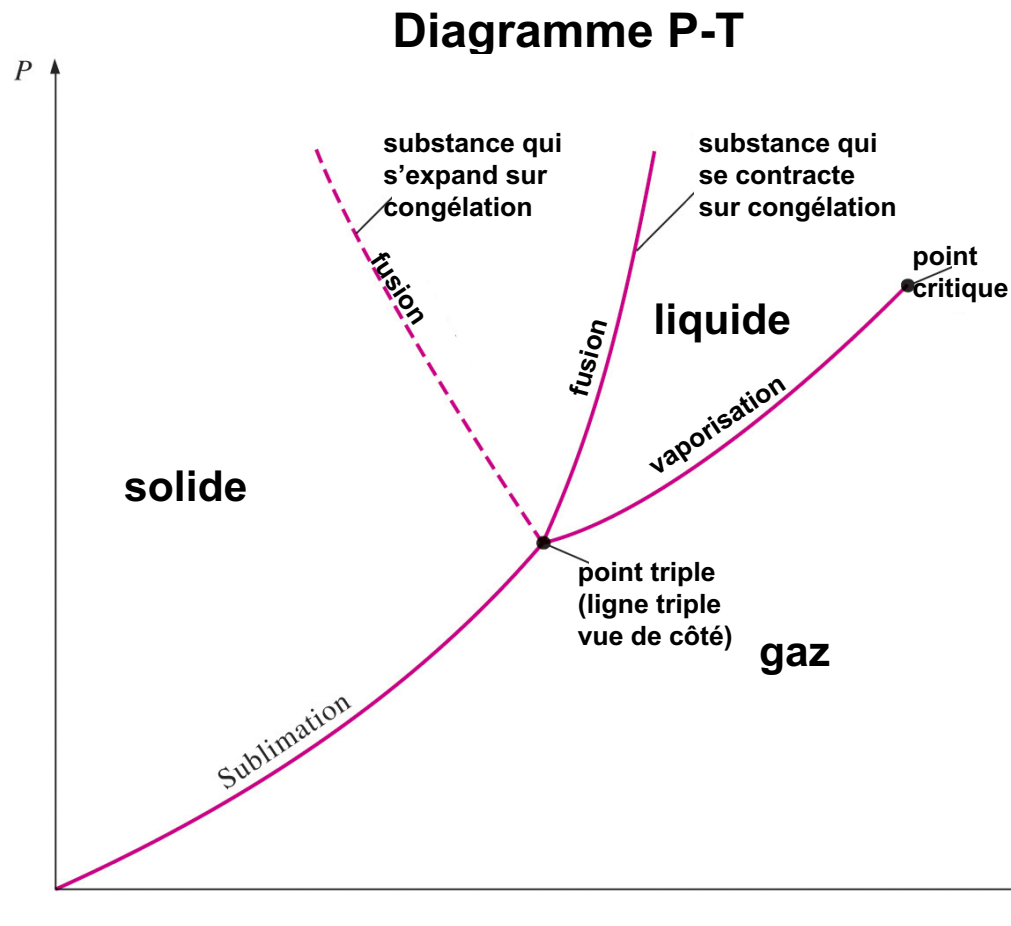
Substance qui s'expand sur congélation

Substance qui se contracte sur congélation



# D) DIAGRAMME P-T

*Diagramme de phase: Diagramme P-v-T vu de côté.*

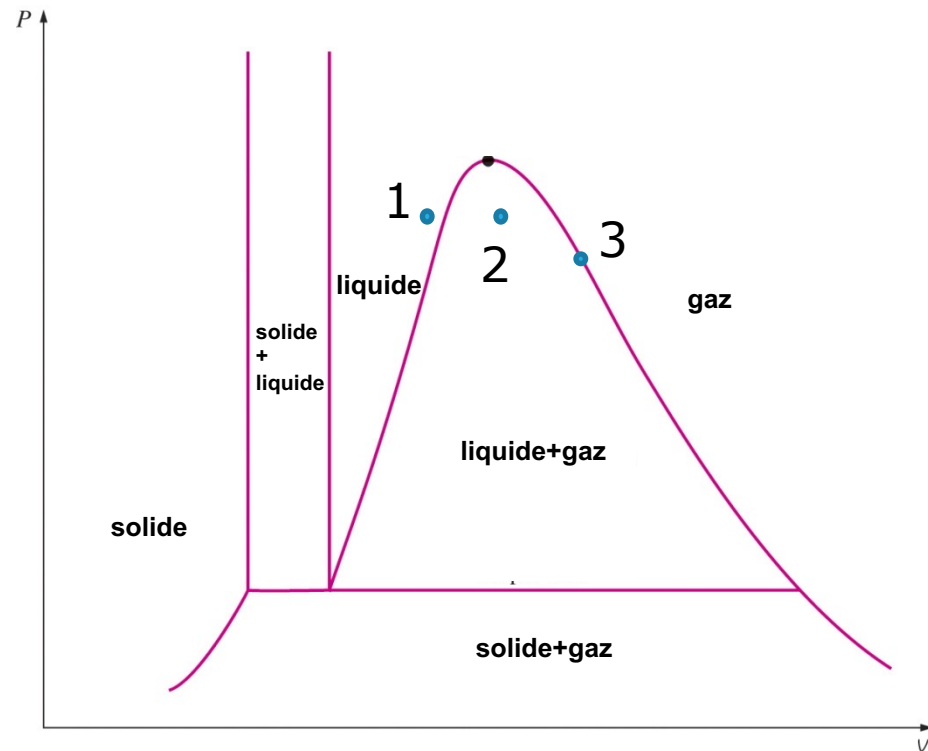


# QUESTION CONCEPTUELLE

## DIAGRAMMES P-V

Lequel des états décrits dans le diagramme P-v a la température la plus élevée ?

- A) 1
- B) 2
- C) 3



# OÙ ON EN EST

- I) Introduction: définition et utilité de la thermodynamique
- II) Notions de base et définitions
- III) 1<sup>er</sup> principe de la thermodynamique (systèmes fermés)
- IV) *Propriétés des corps purs, simples et compressibles***

- *Postulat d'état*
- *Relations P-v-T*
- ***Propriétés thermodynamiques***
- ***Gaz Parfait***

heures 10,11



- V) 1<sup>er</sup> principe de la thermodynamique (systèmes ouverts)
- VI) 2<sup>ème</sup> principe de la thermodynamique
- VII) Entropie
- VIII) Cycles thermodynamiques communs
- IX) Mélanges non réactifs



# 3) PROPRIÉTÉS THERMODYNAMIQUES

- a) Propriétés intensives de base: P, T, v et  $\rho$ : déjà vues  
 b)

**Enthalpie** (h): Une propriété dérivée pour des raisons pratiques, utile dans plusieurs problèmes thermodynamiques, surtout les systèmes ouverts.

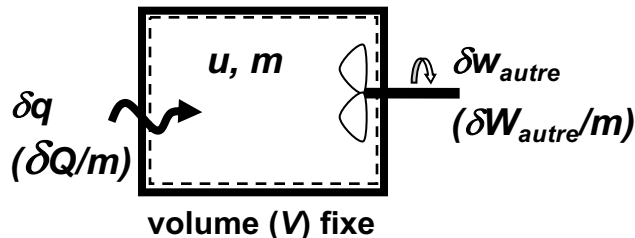
$$\begin{aligned}
 H &= U + PV && \text{(forme extensive) (notez que } \mathbf{U} \text{ et } \mathbf{PV} \text{ ont la} \\
 h &= u + Pv && \text{(forme intensive) même unité)}
 \end{aligned}$$

c)

**Chaleurs spécifiques** ( $c_p$ ,  $c_v$ ): Énergie requise pour augmenter la température d'une unité de masse d'une substance de un degré. C'est donc une mesure de la capacité de stockage d'énergie d'une substance.

- Deux types de chaleurs spécifiques (peuvent toutes deux être exprimées sous forme massique et molaire)

i) Chaleur spécifique à volume constant (isochore) ( $c_v$ )



$$\begin{aligned}
 \Delta e_{\text{sys}} &= e_{\text{in}} - e_{\text{out}} \\
 \Delta u + \Delta e_c + \Delta e_p &= \underbrace{\delta q + \delta w_{\text{autre}}}_{\text{énergie transférée au système}}
 \end{aligned}$$

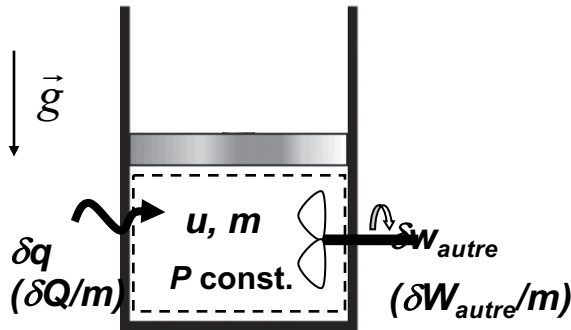


# PROPRIÉTÉS THERMODYNAMIQUES – CHALEURS SPÉCIFIQUES

$$c_v = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\overbrace{\delta q + \delta w_{\text{autre}}}^{\text{énergie fournie}}}{\Delta T} \Big|_{V_{\text{const.}}} = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\overbrace{\Delta u}^{\text{stockage d'énergie}}}{\Delta T} \Big|_{V_{\text{const.}}} \equiv \frac{\partial u}{\partial T} \Big|_V$$

$$\boxed{c_v = \frac{\partial u}{\partial T} \Big|_V} = \text{changement d'énergie interne avec } T \text{ en gardant le volume constant}$$

ii) Chaleur spécifique à pression constante (isobare) ( $c_p$ )



$$\Delta e_{\text{sys}} = e_{\text{in}} - e_{\text{out}}$$

$$\Delta u + \Delta \vec{e}_c + \Delta \vec{e}_p = \delta q + \delta w_{\text{autre}} - P \Delta v$$

$$\underbrace{\delta q + \delta w_{\text{autre}}}_{\text{énergie transférée au système}} = \Delta u + P \Delta v = \Delta(u + Pv) \equiv \Delta h$$

$$c_p = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\delta q + \delta w_{\text{autre}}}{\Delta T} \Big|_{P_{\text{const.}}} = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\Delta h}{\Delta T} \Big|_{P_{\text{const.}}} \equiv \frac{\partial h}{\partial T} \Big|_P$$

$$\boxed{c_p = \frac{\partial h}{\partial T} \Big|_P} = \text{changement d'enthalpie avec } T \text{ en gardant la pression constante}$$



# PROPRIÉTÉS THERMODYNAMIQUES – CHALEURS SPÉCIFIQUES

## Notes:

- $c_v$  et  $c_p$  sont exprimées en terme d'autres propriétés ( $h, u, T, v, P$ ). Par conséquent,  $c_v$  et  $c_p$  sont elles mêmes des propriétés, c'est-à-dire dépendantes de l'état et indépendantes de l'évolution)
- Unités de  $c_v$  et  $c_p$  est [kJ/kg\*K] ou [kJ/kmol\*K]
- $c_p > c_v$  car une partie de l'énergie fournie va au travail de frontière  $P\Delta v$
- Pour une substance incompressible (bonne approximation pour les liquides et solides), le volume spécifique ( $v$ ) reste constant ( $\Delta v = 0$ ) et  $u$  est fonction de  $T$  seulement, donc:

$$P\Delta v = 0 \rightarrow c_v = c_p = c = \frac{du}{dT}$$



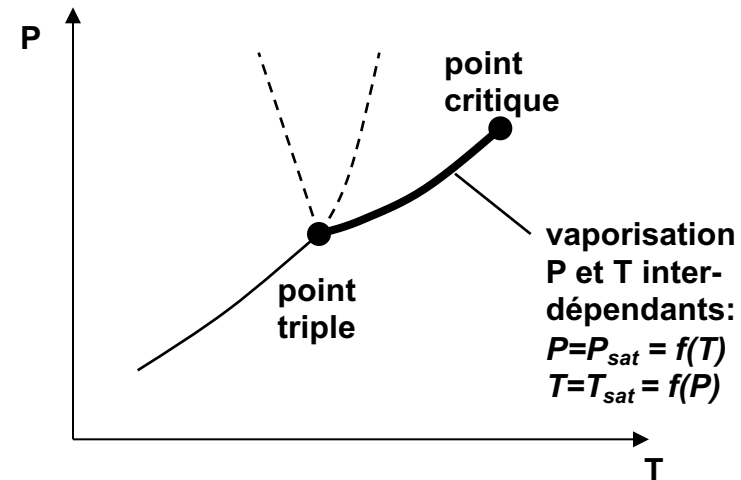
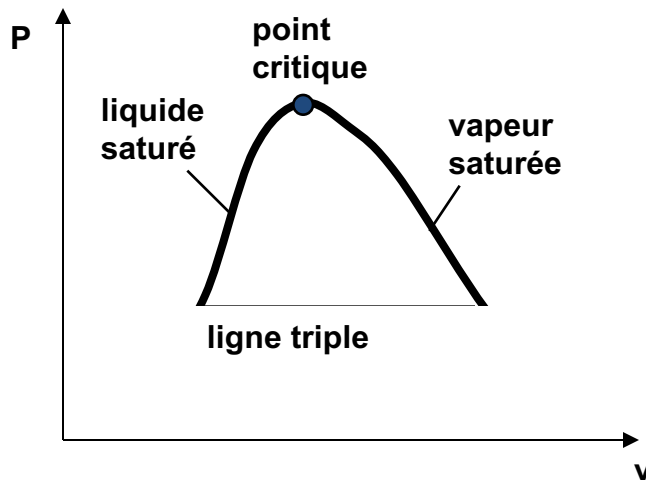


# PROPRIÉTÉS THERMODYNAMIQUES

## d) Tables des propriétés

Dans la majeure partie des cas, la relation entre les propriétés thermodynamiques est complexe et ne peut être exprimée par des équations simples (telle que  $PV=NRT$ ). Donc, les propriétés sont mesurées et mises sous forme de tables. Voici comment on utilise les tables pour trouver les propriétés associées à un état particulier.

### i) liquides et vapeurs saturés



# LIQUIDES ET VAPEURS SATURÉS

Pour une valeur de  $T$  donnée, les tables donnent  $P_{\text{sat}}$  et les autres propriétés.  
 Pour une valeur de  $P$  donnée, les tables donnent  $T_{\text{sat}}$  et les autres propriétés  
 ex.: C & B, tables A-4 et A-5 pour  $\text{H}_2\text{O}$

TABLE A-4

Saturated water—Temperature table (Continued)

Temp., $T$ °C	Sat. press., $P_{\text{sat}}$ kPa	Specific volume, $\text{m}^3/\text{kg}$		Internal energy, kJ/kg			Enthalpy, kJ/kg			Entropy, kJ/kg · K		
		Sat. liquid, $v_f$	Sat. vapor, $v_g$	Sat. liquid, $u_f$	Evap., $u_{fg}$	Sat. vapor, $u_g$	Sat. liquid, $h_f$	Evap., $h_{fg}$	Sat. vapor, $h_g$	Sat. liquid, $s_f$	Evap., $s_{fg}$	Sat. vapor, $s_g$
205	1724.3	0.001164	0.11508	872.86	1723.5	2596.4	874.87	1920.0	2794.8	2.3776	4.0154	6.3930

Exemples de propriétés données dans les tables:

- $v_f$  et  $v_g$ : volume spécifique du liquide saturé et de la vapeur saturée, respectivement.
- $u_f$  et  $u_g$ : énergie interne spécifique du liquide saturé et de la vapeur saturée, respectivement.
- $h_f$  et  $h_g$ : enthalpie spécifique du liquide saturé et de la vapeur saturée, respectivement.
- $s_f$  et  $s_g$ : entropie spécifique du liquide saturé et de la vapeur saturée, respectivement.
- $u_{fg}$ ,  $h_{fg}$  et  $s_{fg}$

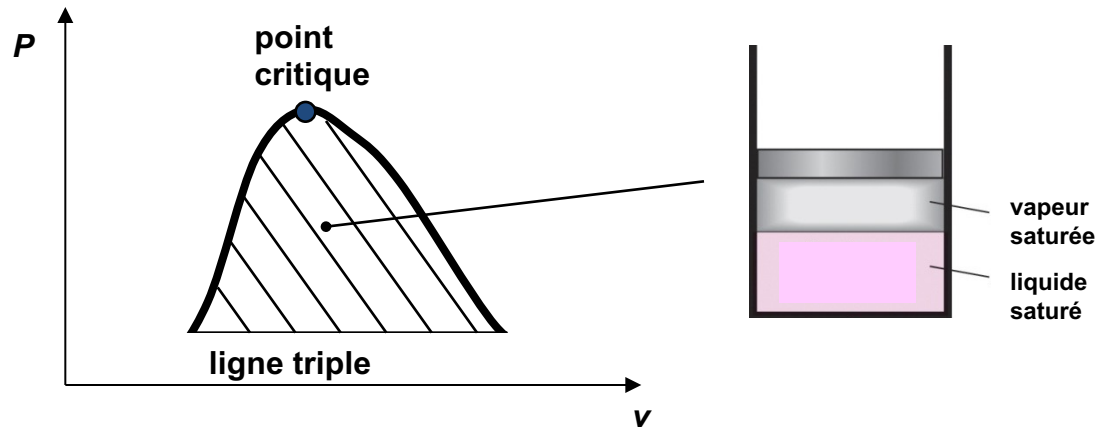
$$\text{où } (\text{propriété})_{fg} = (\text{propriété})_g (\text{vapeur saturée}) - (\text{propriété})_f (\text{liquide saturé})$$

- $h_{fg}$  ('énergie de vaporisation'): énergie requise pour vaporiser une masse unitaire de liquide saturé à une certaine  $P$  ou  $T$



# LIQUIDES ET VAPEURS SATURÉS

## ii) mélanges liquide/vapeur saturés



Pour obtenir une propriété extensive  $Y$  (par exemple  $V$ ,  $U$ ,  $H$  ou  $S$ ) d'un mélange composé de deux phases, on somme la propriété  $Y$  des deux phases et on divise par la masse totale du mélange pour obtenir la propriété intensive  $y$  ( $Y/m$ ) du mélange.

**Par exemple:** volume spécifique du mélange ( $Y=V$ )

$$\begin{array}{c}
 \text{liquide saturé} \\
 \downarrow \\
 V_{total} = V_f + V_g \\
 \uparrow \\
 \text{vapeur saturée}
 \end{array}$$

$$m_{totale} v_{total} = m_f v_f + m_g v_g \rightarrow m_{totale} = m_f + m_g$$

$$v_{totale} = \frac{m_f}{m_{totale}} v_f + \frac{m_g}{m_{totale}} v_g = \left(1 - \frac{m_g}{m_{totale}}\right) v_f + \frac{m_g}{m_{totale}} v_g$$



# LIQUIDES ET VAPEURS SATURÉS

Nous avons besoin d'une nouvelle propriété qui donne la proportion des composantes du mélange. Définissons une telle propriété dénommée 'titre' (dénotée  $x$ ):

$$x = \frac{m_g}{m_{totale}} = \frac{m_g}{m_f + m_g} \rightarrow \begin{array}{l} x=0 : \text{liquide saturé} \\ 0 < x < 1 : \text{mélange saturé} \\ x=1 : \text{vapeur saturée} \end{array}$$

- Le volume spécifique du mélange peut être exprimé:  $v = (1 - x)v_f + xv_g$
- Pour une **propriété intensive  $y$**  (ex.:  $v, u, h, s$ ) (forme réduite d'une propriété extensive  $Y$ ):

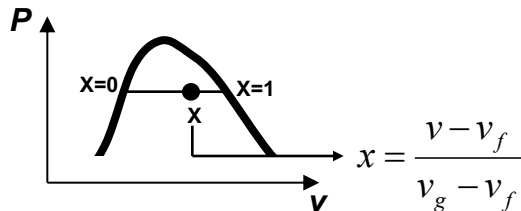
$$y = (1 - x)y_f + xy_g$$

$$y = y_f + xy_{fg}$$

où

$$y_{fg} \equiv y_g - y_f$$

- Alternativement, connaissant  $y$  on peut trouver  $x$ :



$$x = \frac{y - y_f}{y_g - y_f}$$



# LIQUIDES ET VAPEURS SATURÉS

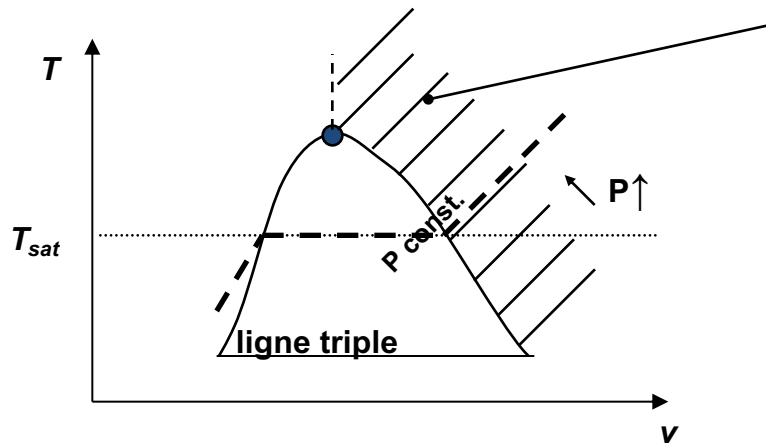
## Notes:

- $0 < x < 1$ , donc  $y_f < y < y_g$
- Les valeurs de  $y_f$  et  $y_g$  viennent des tables de liquide/vapeur saturé
- Selon le postulat d'état, dans ce cas on aurait besoin de deux propriétés indépendantes pour décrire un état:
  - Liquide comprimé ou vapeur surchauffée : **P et T** (indépendantes)
  - Mélange saturé: **P ou T** (inter-dépendantes) **et x**.



# PROPRIÉTÉS THERMODYNAMIQUES

## iii) vapeur surchauffée



région de vapeur surchauffée

- $P$  &  $T$  indépendantes
- $P < P_{sat}$  pour une  $T$  donnée
- $T > T_{sat}$  pour une  $P$  donnée
- $v > v_g$  pour une  $P$  ou  $T$  donnée
- $u > u_g$  pour une  $P$  ou  $T$  donnée
- $h > h_g$  pour une  $P$  ou  $T$  donnée
- $s > s_g$  pour une  $P$  ou  $T$  donnée

Pour les propriétés qui sont à la fois dépendantes de  $P$  et de  $T$  ( $y = f(P, T)$ ), une interpolation 2-D est parfois nécessaire dans les tables pour  $v$ ,  $u$ ,  $h$ ,  $s$  versus  $P$  et  $T$ .

Exemple: C & B, tables A-6 pour  $H_2O$

TABLE A-6

Superheated water

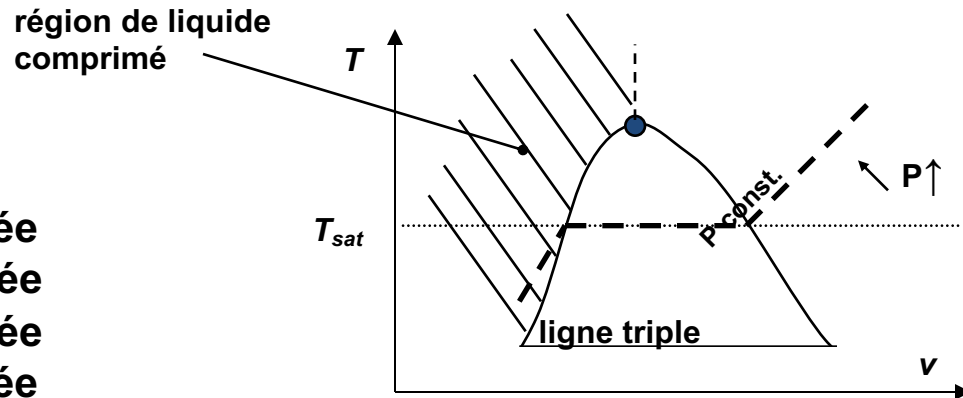
$T$ °C	$v$ m <sup>3</sup> /kg	$u$ kJ/kg	$h$ kJ/kg	$s$ kJ/kg · K	$v$ m <sup>3</sup> /kg	$u$ kJ/kg	$h$ kJ/kg	$s$ kJ/kg · K	
$P = 0.01 \text{ MPa (45.81°C)}^*$					$P = 0.05 \text{ MPa (81.32°C)}$				
Sat. <sup>†</sup>	14.670	2437.2	2583.9	8.1488	3.2403	2483.2	2645.2	7.5931	
50	14.867	2443.3	2592.0	8.1741					
100	17.196	2515.5	2687.5	8.4489	3.4187	2511.5	2682.4	7.6953	
150	19.513	2587.9	2783.0	8.6893	3.8897	2585.7	2780.2	7.9413	
200	21.826	2661.4	2879.6	8.9049	4.3562	2660.0	2877.8	8.1592	
250	24.136	2736.1	2977.5	9.1015	4.8206	2735.1	2976.2	8.3568	
300	26.446	2812.3	3076.7	9.2827	5.2841	2811.6	3075.8	8.5387	
400	31.063	2969.3	3280.0	9.6094	6.2094	2968.9	3279.3	8.8659	



# PROPRIÉTÉS THERMODYNAMIQUES

## iv) liquide comprimé

- $P$  &  $T$  indépendantes
- $P > P_{\text{sat}}$  pour une  $T$  donnée
- $T < T_{\text{sat}}$  pour une  $P$  donnée
- $v < v_f$  pour une  $P$  ou  $T$  donnée
- $u < u_f$  pour une  $P$  ou  $T$  donnée
- $h < h_f$  pour une  $P$  ou  $T$  donnée
- $s < s_f$  pour une  $P$  ou  $T$  donnée



Pour les propriétés qui sont à la fois dépendantes de  $P$  et de  $T$  ( $y = f(P, T)$ ), une interpolation 2-D est parfois nécessaire dans les tables pour  $v$ ,  $u$ ,  $h$ ,  $s$  versus  $P$  et  $T$ .  
(Table semblable à celle pour la vapeur surchauffée.)

Exemple: C & B, tables A-7 pour  $H_2O$



# PROPRIÉTÉS THERMODYNAMIQUES

## Notes pour les liquides comprimés:

- Les données pour les liquides comprimés sont rares, surtout à basses pressions.
- Comme les propriétés des liquides comprimés sont relativement insensibles à la pression, on peut faire l'approximation:

$$y(P, T) \approx y_f(T)$$

- Pour l'enthalpie ( $y=h$ ), on utilise l'approximation précédente, mais cette simplification est moins appropriée. Alternativement, on peut approximer  $h$  avec:

$$h(P, T) \approx h_f(T) + v_f(T) * (P - P_{sat}(T))$$

## **Note pour les propriétés thermodynamiques en général:**

- $u$ ,  $h$ ,  $s$  sont des propriétés dont la valeur est donnée par rapport à une référence (seules les différences  $\Delta u$ ,  $\Delta h$ ,  $\Delta s$  sont significatives).
- Cette référence peut changer d'une table à l'autre. Il faut donc faire attention si on utilise des tables de sources différentes.





# QUESTION CONCEPTUELLE

## CHANGEMENT DE PHASE

Quelle est la phase de l'eau à une pression de 500 kPa si elle a une enthalpie de 640.090 kJ/kg?

- A. Liquide comprimé
- B. Mélange saturé
- C. Liquide saturé
- D. Vapeur surchauffée

TABLE A-5

$P$ kPa	$T_{\text{sat}}$ °C	$v_f$	$v_g$	$u_f$	$u_{fg}$	$u_g$	$h_f$	$h_{fg}$	$h_g$	$s_f$	$s_{fg}$	$s_g$
450	147.90	0.001088	0.41392	622.65	1934.5	2557.1	623.14	2120.3	2743.4	1.8205	5.0356	6.8561
500	151.83	0.001093	0.37483	639.54	1921.2	2560.7	640.09	2108.0	2748.1	1.8604	4.9603	6.8207
550	155.46	0.001097	0.34261	655.16	1908.8	2563.9	655.77	2096.6	2752.4	1.8970	4.8916	6.7886

TABLE A-6

Superheated water

$T$ °C	$v$ m <sup>3</sup> /kg	$u$ kJ/kg	$h$ kJ/kg	$s$ kJ/kg · K
$P = 0.50 \text{ MPa (151.83°C)}$				
400	0.61731	2963.7	3272.4	7.7956
500	0.71095	3129.0	3484.5	8.0893



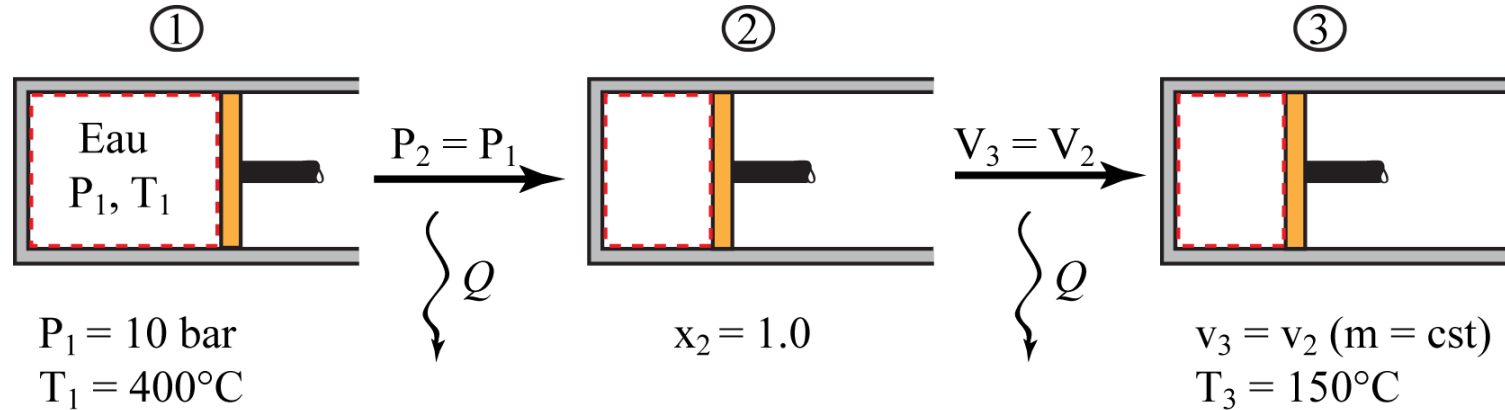
# EXEMPLE #5 – PHASE ET PROPRIÉTÉS THERMODYNAMIQUES

Trouver la phase et les propriétés pour de l'eau aux conditions suivantes:

- A.  $P = 300 \text{ kPa}$ ,  $x = 0.4$ . **Trouver  $T$ ,  $u$  et phase.**
- B.  $T = 200^\circ\text{C}$ ,  $u = 1800 \text{ kJ/kg}$ . **Trouver  $P$ ,  $x$  et phase.**
- C.  $P = 4000 \text{ kPa}$ ,  $u = 3040 \text{ kJ/kg}$ . **Trouver  $T$ ,  $x$  et phase.**
- D.  $T = 125^\circ\text{C}$ ,  $P = 750 \text{ kPa}$ . **Trouver  $v$ ,  $x$  et phase.**
- E.  $P = 1000 \text{ kPa}$ ,  $x = 1.0$ . **Trouver  $T$ ,  $h$  et phase.**



# EXEMPLE #6 – EAU DANS UN CYLINDRE ET PISTON

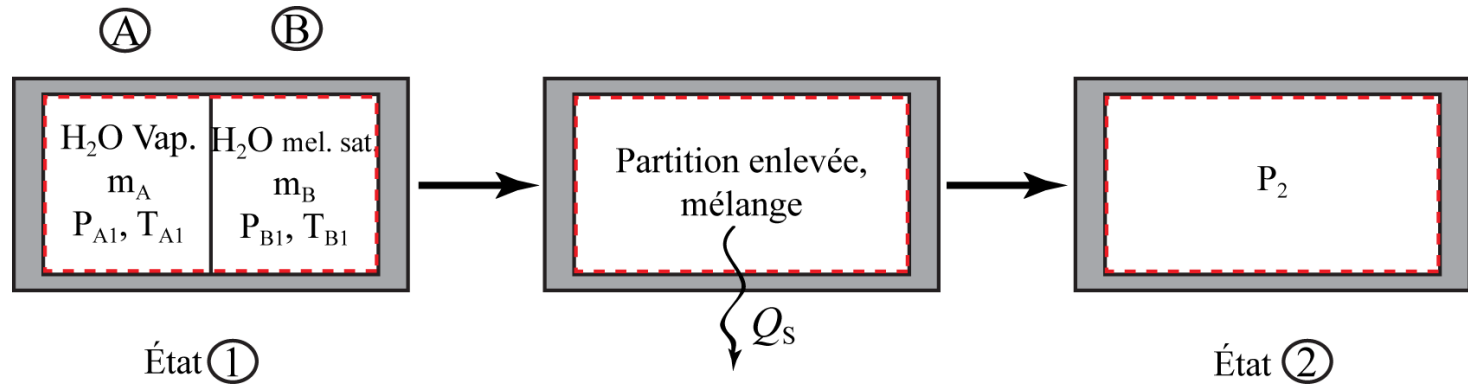


## Questions:

- Montrez l'évolution thermodynamique du contenu du cylindre sur les diagrammes T-v et P-v.
- Trouvez le travail spécifique net du système entre les états 1 et 3,  $w_{13}$  [kJ/kg].
- Trouvez le transfert de chaleur spécifique net du système entre les états 1 et 3,  $q_{13}$  [kJ/kg].



# EXEMPLE #7 – ÉQUILIBRE MÉLANGE EAU ET VAPEUR D'EAU



État 1	
$m_A = 2 \text{ kg}$	$m_B = 3 \text{ kg}$
$P_{A1} = 1 \text{ MPa}$	$x_{B1} = 0.5$
$T_{A1} = 300 \text{ °C}$	$T_{B1} = 150 \text{ °C}$

État 2
$P_2 = 300 \text{ kPa}$

## Questions:

- $T_2, x_2?$
- $Q_s?$

**Source:** CB&L, problème 4.31 (4.36 dans CB&L, 1ère éd., 4-42 dans C&B, 6ème éd.)



# 4) GAZ PARFAITS

## a) Équations d'état

- L'équation relie P,v & T (ou d'autres propriétés) pour une substance.
- Plusieurs équations d'état existent, du simple au complexe, pour différentes substances et valides dans différentes régions de la surface P-v-T.
- En l'absence d'équation d'état, on utilise les tables comme dans la section précédente.

L'équation d'état la plus simple est l'équation de gaz parfait:

$$PV = NR_u T \quad \text{où } N : \text{nombre de moles du gaz}$$
$$R_u : \text{constante universelle de gaz (8.31447 KJ/kmol}\cdot\text{K)}$$

- Un gaz parfait est un gaz imaginaire qui obéit cette relation. Cependant, à basse pression et haute température (donc basse densité) beaucoup de gaz familiers à basse masse molaire (air, N<sub>2</sub>, O<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>, He, Ar, ...) peuvent être approximés par un gaz parfait.
- Pour les gaz plus lourds ou dans des régions de P et T où la densité est haute, on devrait utiliser les tables.
- Exemples pour lesquels on ne peut pas utiliser l'équation des gaz parfaits:
  - Réfrigérant (molécule lourde)
  - Vapeur d'eau à haute P dans une centrale thermique (haute densité)



# ÉQUATION D'ÉTAT

Autres formes de l'équation de gaz parfait:

$$PV = NM \frac{R_u}{M} T \quad \text{où } M = \text{masse molaire du gaz}$$

$$\boxed{PV = mRT} \quad \text{où } m = NM = \text{masse du gaz}$$

$$R \equiv \frac{R_u}{M} = \text{constante du gaz (différente pour chaque gaz)}$$

$$\boxed{Pv = RT} \quad \text{où } v = \frac{V}{m} = \text{volume spécifique}$$

$$\boxed{P = \rho RT} \quad \text{où } \rho = \frac{1}{v} = \text{densité}$$

b)  $u$ ,  $h$ ,  $c_v$  et  $c_p$  pour un gaz parfait

i) Énergie interne ( $u$ ): pour un gaz parfait, on peut démontrer analytiquement et expérimentalement que l'énergie interne est seulement fonction de la température

$$\boxed{u = u(T)}$$



# $u, h, c_v$ ET $c_p$ POUR UN GAZ PARFAIT

ii) Enthalpie ( $h$ ):  $h = u + Pv \rightarrow Pv = RT$

$$h = u + RT \rightarrow u = u(T)$$

$$h = h(T)$$

iii) Chaleurs massiques ( $c_v, c_p$ )

$$c_v \equiv \left. \frac{\partial u}{\partial T} \right|_v \stackrel{u=u(T)}{=} \frac{du}{dT} = c_v(T)$$

$$c_p \equiv \left. \frac{\partial h}{\partial T} \right|_p \stackrel{h=h(T)}{=} \frac{dh}{dT} = c_p(T)$$

donc, pour un changement d'état:  $du = c_v dT \rightarrow \Delta u = u_2 - u_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_v(T) dT$

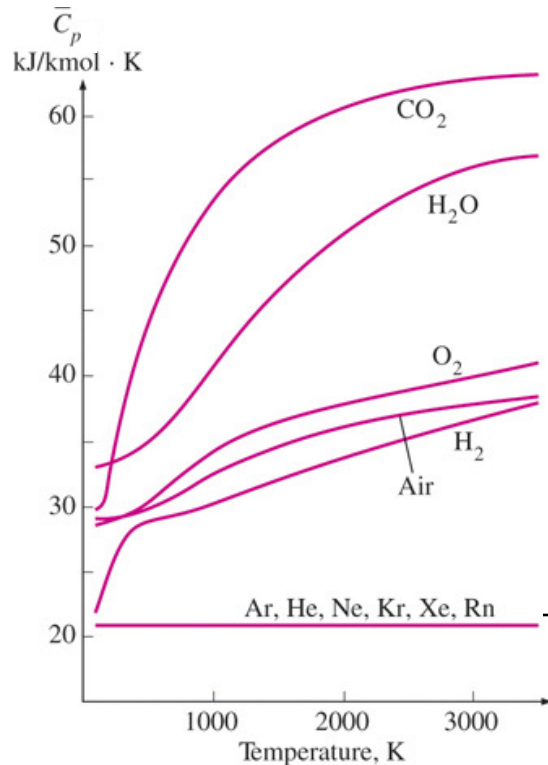
$$dh = c_p dT \rightarrow \Delta h = h_2 - h_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_p(T) dT$$

Notez que ces deux relations s'appliquent pour *toute évolution de gaz parfait*, pas juste pour celles à  $v$  ou  $P$  constante.



# $u$ , $h$ , $c_v$ ET $c_p$ POUR UN GAZ PARFAIT

- Pour intégrer et obtenir  $\Delta u$  et  $\Delta h$ , il faut en principe connaître les fonctions  $c_v(T)$  et  $c_p(T)$ .
- Pour les gaz sous des conditions (P basse, T haute) qui permettent de les approximer par un gaz parfait, voici la variation de  $c_p$  avec  $T$  :



Note: on verra plus loin que  $c_v = c_p - R$

→ gaz monoatomiques





# $u, h, c_v$ ET $c_p$ POUR UN GAZ PARFAIT

Pour une évolution d'un gaz parfait, on peut trouver  $\Delta u$  et  $\Delta h$ , par trois méthodes:

- (1) Utiliser les tables de gaz parfait pour chaque gaz où  $u$  &  $h$  sont obtenues en intégrant, avec les fonctions exactes de  $c_v(T)$  et  $c_p(T)$ :

$$u(T) = \int_{T_{ref}}^T c_v(T) dT$$

$$h(T) = \int_{T_{ref}}^T c_p(T) dT$$

Note:  $T_{ref}$  est la température à un état de référence arbitrairement choisi

Ceci est la méthode la plus exacte.

exemple: C & B table A-19 pour  $O_2$  comme gaz parfait

diviser par masse molaire pour obtenir  $u$  et  $h$

état de référence →

**TABLE A-19**  
Ideal-gas properties of oxygen,  $O_2$

$T$ K	$\bar{h}$ kJ/kmol	$\bar{u}$ kJ/kmol	$\bar{s}^\circ$ kJ/kmol · K
0	0	0	0
220	6,404	4,575	196.171
230	6,694	4,782	197.461
240	6,984	4,989	198.696
250	7,275	5,197	199.885
260	7,566	5,405	201.027
270	7,858	5,613	202.128
280	8,150	5,822	203.191
290	8,443	6,032	204.218
298	8,682	6,203	205.033
300	8,736	6,242	205.213



# $u, h, c_v$ ET $c_p$ POUR UN GAZ PARFAIT

(2) Utiliser les relations données pour  $c_v(T)$  et  $c_p(T)$  et intégrer (souvent numériquement avec un ordinateur). Ces relations peuvent être données sous forme de:

- tables: par exemple C & B, table A-2b

TABLE A-2

Ideal-gas specific heats of various common gases  
(b) At various temperatures

Temperature, K	$c_p$	$c_v$	$k$
	kJ/kg · K		
	<i>Air</i>		
250	1.003	0.716	1.401
300	1.005	0.718	1.400
350	1.008	0.721	1.398
400	1.013	0.726	1.395
450	1.020	0.733	1.391

- polynomes: par exemple C & B, table A-2c

TABLE A-2

Ideal-gas specific heats of various common gases (Concluded)

(c) As a function of temperature

$$\bar{c}_p = a + bT + cT^2 + dT^3$$

( $T$  in K,  $c_p$  in kJ/kmol · K)

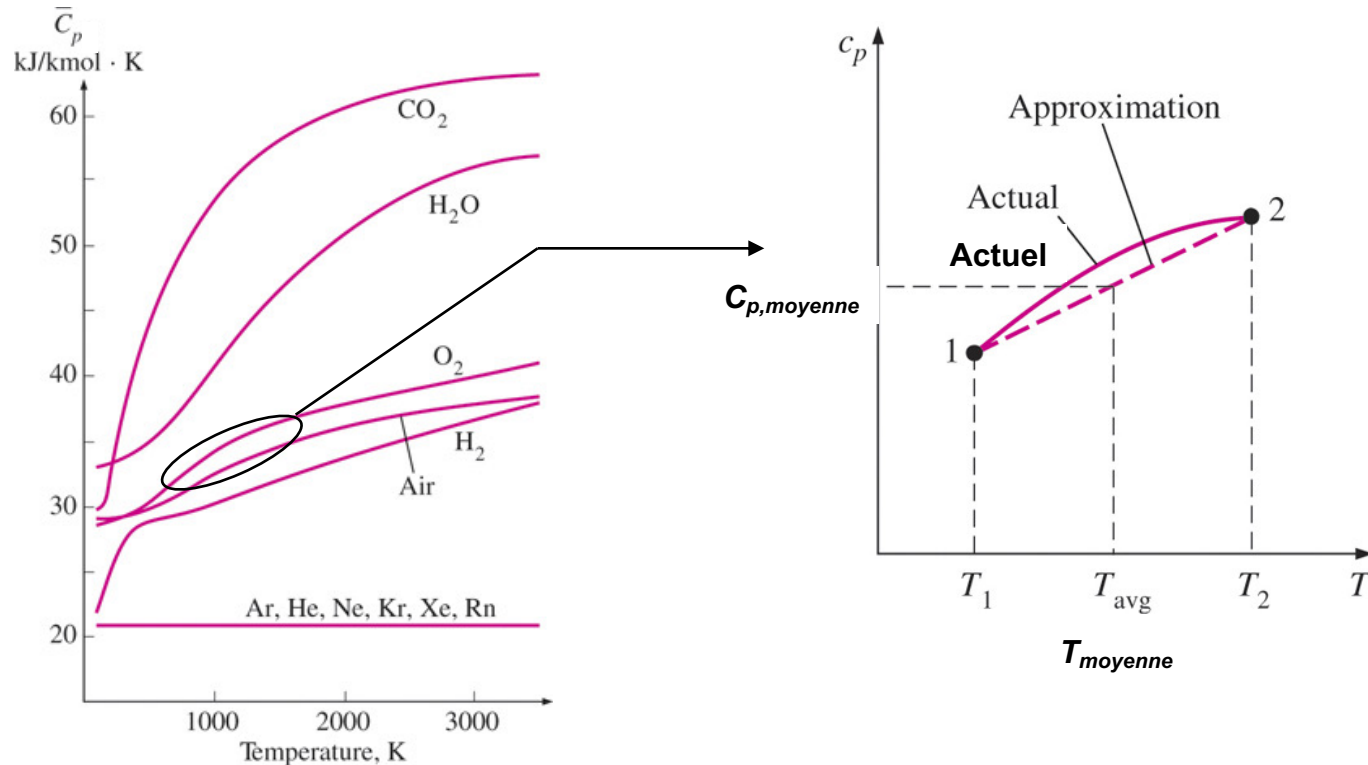
diviser par masse molaire  
pour obtenir  $c_p$   
et  $c_v = c_p - R$

Substance	Formula	$a$	$b$	$c$	$d$	Temperature range, K	% error	
							Max.	Avg.
Nitrogen	N <sub>2</sub>	28.90	$-0.1571 \times 10^{-2}$	$0.8081 \times 10^{-5}$	$-2.873 \times 10^{-9}$	273-1800	0.59	0.34
Oxygen	O <sub>2</sub>	25.48	$1.520 \times 10^{-2}$	$-0.7155 \times 10^{-5}$	$1.312 \times 10^{-9}$	273-1800	1.19	0.28
Air	—	28.11	$0.1967 \times 10^{-2}$	$0.4802 \times 10^{-5}$	$-1.966 \times 10^{-9}$	273-1800	0.72	0.33



# $u$ , $h$ , $c_v$ ET $c_p$ POUR UN GAZ PARFAIT

(3) Approximer  $c_v(T)$  ou  $c_p(T)$  par une valeur constante (préférentiellement la moyenne des valeurs évalués à la température initiale et finale) et intégrer:



$$c_{p,moyenne} = \frac{c_p(T_1) + c_p(T_2)}{2} \rightarrow \Delta h \approx c_{p,moyenne} (T_2 - T_1)$$

$$c_{v,moyenne} = \frac{c_v(T_1) + c_v(T_2)}{2} \rightarrow \Delta u \approx c_{v,moyenne} (T_2 - T_1)$$



# $u, h, c_v$ ET $c_p$ POUR UN GAZ PARFAIT

iv) Relation entre  $R, c_v, c_p$ :

pour un gaz parfait:  $h(T) = u(T) + RT$

$$\frac{dh}{dT} = \frac{du}{dT} + R$$

$$c_p = c_v + R$$

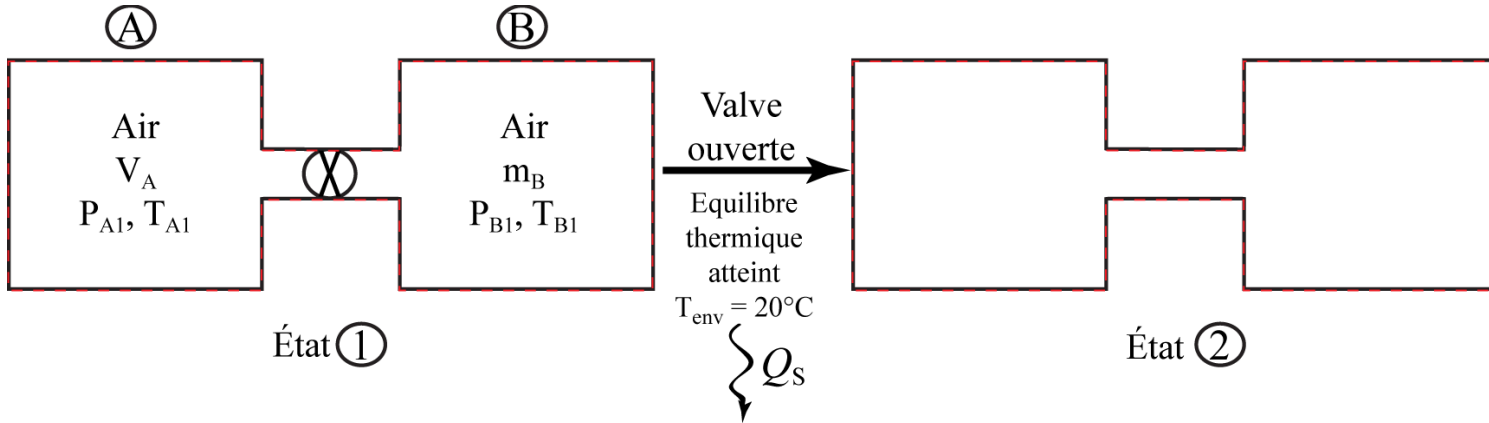
une autre propriété:

$$k \equiv \frac{c_p}{c_v}$$

*'rapport des chaleurs massiques'*



# EXEMPLE #8 – RÉSERVOIR D'AIR SOUS PRESSION



État 1	
$V_A = 1 \text{ m}^3$	$m_B = 5 \text{ kg}$
$P_{A1} = 500 \text{ kPa}$	$P_{B1} = 200 \text{ kPa}$
$T_{A1} = 25 \text{ }^\circ\text{C}$	$T_{B1} = 35 \text{ }^\circ\text{C}$

## Questions:

- a)  $V_B$ ?
- b)  $P_2$ ?
- c)  $Q_s$ ?



Source: CB&L problème 3.63 (3.68 dans CB&L, 1ère éd., 3-80 dans C&B, 6ème éd.)

# DÉMO – COMPRESSION

**À voir en classe...**



# ANNONCES ET RAPPELS

- Svp apportez des feuilles mobiles, une agrafeuse et votre **livre** en classe pour le TD #1 (et les suivants) !
- Pour les mini-contrôles, intra et final, une liste d'équations (ex. : travail de frontière pour une évolution polytropicque) et les tables nécessaires vous seront fournies.
- Si ce n'est pas déjà fait, svp faites les exercices du TD #1.

