

MEC1210 THERMODYNAMIQUE

ENSEIGNANT: Slimane Benneceur
COURRIEL: slimane.benneceur@polymtl.ca

D'après les notes de cours des Prs. Huu Duc Vo et Ramdane Younsi

Chapitre 7: Entropie

OBJECTIFS

- ❑ Appliquer la deuxième loi de la thermodynamique aux évolutions
- ❑ Définir une nouvelle variable thermodynamique appelée **entropie**
- ❑ Établir le principe d'accroissement de l'entropie
- ❑ Étudier les évolutions isentropiques au sein des dispositifs et machines.
- ❑ Définir le rendement isentropique des machines

1) Inégalité de Clausius et entropie

a) Inégalité de Clausius $\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$ (1)

L'intégrale de $\delta Q/T$ dans un cycle est toujours inférieure ou égale à zéro.
Le symbole \oint indique que l'intégration est effectuée sur tout le cycle.

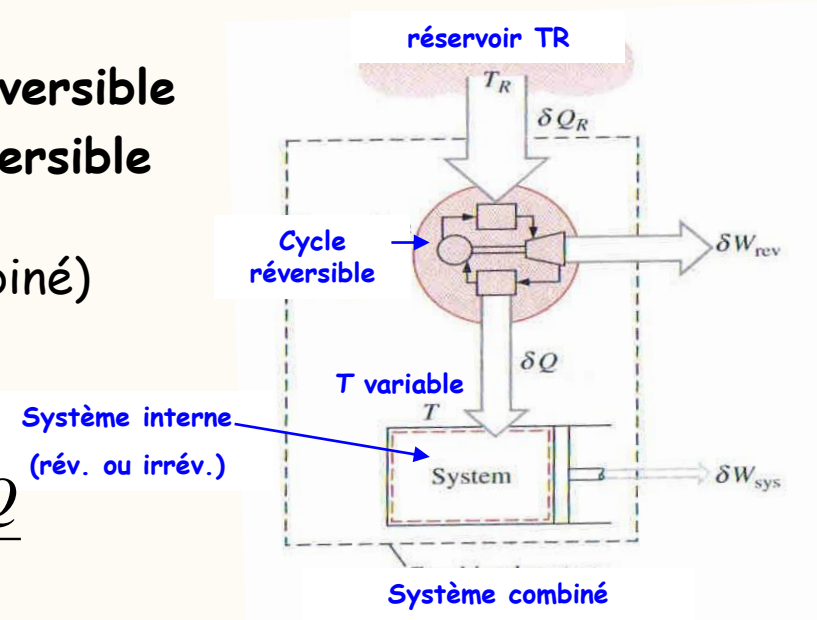
- le signe égal (=) valant pour un cycle réversible
- l'inégalité (<) valant pour un cycle irréversible

$$\delta Q_R - \delta W_c = dE_c \quad (1^{\text{ère}} \text{ loi pour système combiné})$$

où: $\delta W_c = \delta W_{rev} + \delta W_{sys}$

Comme le cycle est réversible on a : $\frac{\delta Q_R}{T_R} = \frac{\delta Q}{T}$

D'où
$$\delta W_c = T_R \frac{\delta Q}{T} - dE_c$$



On laisse le système piston-cylindre décrire un cycle complet

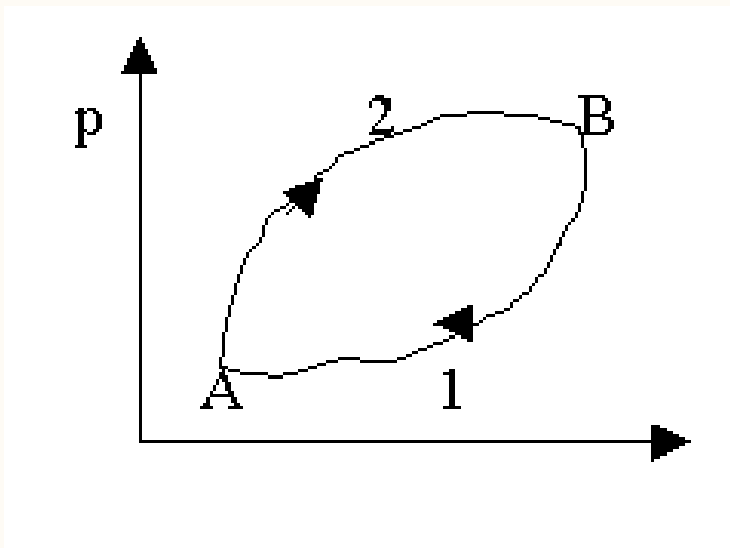
$$\oint \delta W_c = T_R \oint \frac{\delta Q}{T} - \oint dE_c \quad 0$$

$$W_c = T_R \oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0 \quad \text{Sinon on viole l'énoncé de Kelvin-Planck}$$

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0 \rightarrow \oint \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}} = 0$$

b) Entropie

L'équation (1) va nous permettre de définir une nouvelle fonction d'état du système, appelée entropie S . Considérons un cycle thermodynamique formé de deux transformations réversibles :



$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0 \Rightarrow \int_A^B \frac{\delta Q(1)}{T} + \int_B^A \frac{\delta Q(2)}{T} = 0$$

$$\int_A^B \frac{\delta Q(1)}{T} = \int_A^B \frac{\delta Q(2)}{T}$$

on déduit que l'intégrale pour une **transformation réversible** : $\int_{AB} \frac{\delta Q_{rev}}{T}$

- ne dépend que des états initial et final
- c.à.d qu'elle ne dépend pas du chemin suivi

b) Entropie (cont.)

Clausius a défini une propriété 'entropie' (S) définie comme:

$$dS = \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}} \text{ kJ / K} \Rightarrow \oint dS = 0$$

Au cours d'une évolution, la variation d'entropie d'un système est donnée par:

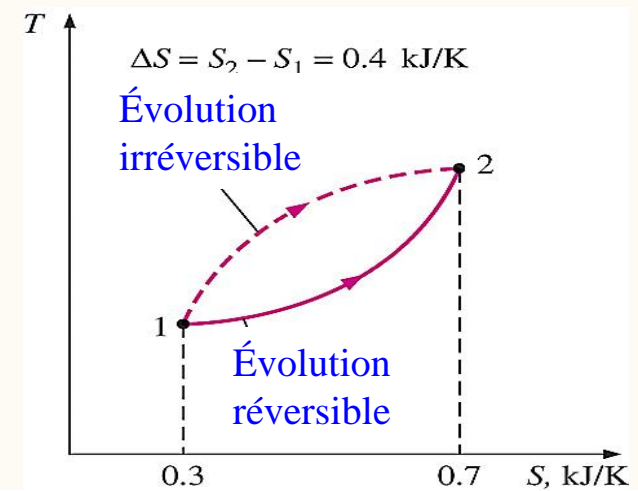
$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}}$$

□ L'entropie est une variable thermodynamique, sa valeur ne dépend que de l'état du système ;

□ La variation d'entropie entre deux états ΔS est indépendante du chemin suivi, que l'évolution soit réversible ou irréversible;

□ Pour une évolution isotherme

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T_0} \right)_{\text{int rev}} = \frac{1}{T_0} \int_1^2 (\delta Q)_{\text{int rev}} = Q/T_0$$



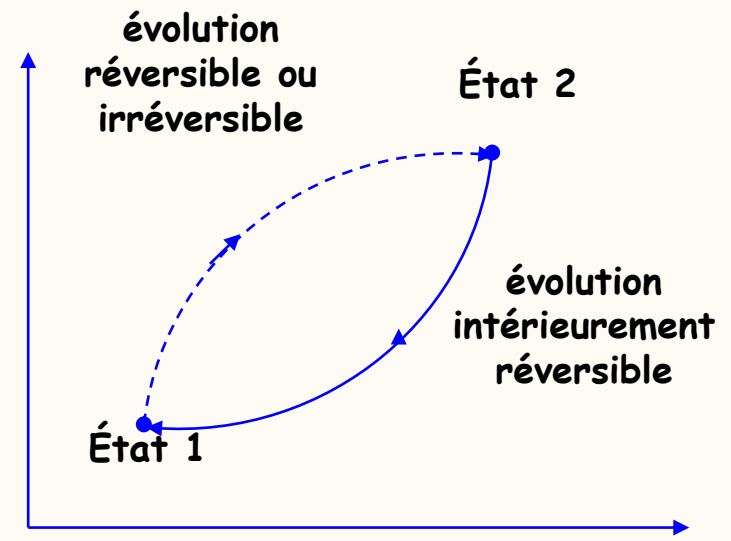
c) Principe d'accroissement de l'entropie

Considérons le cycle formé d'une transformation réversible ou irréversible 1-2 et d'une transformation réversible 2-1. D'après l'inégalité de Clausius on a alors:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$

$$\Rightarrow \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + \underbrace{\int_2^1 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{rév,int}}}_{S_1 - S_2} \leq 0$$

$$S_2 - S_1 \geq \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \quad \text{ou} \quad dS \geq \frac{\delta Q}{T}$$



Si on désigne par $S_{\text{gén}}$ l'entropie produite par les irréversibilités pendant l'évolution, alors:

$$S_2 - S_1 = \Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + S_{\text{gén}} \quad \text{avec} \quad S_{\text{gén}} \begin{cases} > 0 : \text{évolution irréversible} \\ = 0 : \text{évolution réversible} \\ < 0 : \text{évolution impossible} \end{cases}$$

Pour une évolution adiabatique ($\delta Q=0$): $\Delta S_{sys, isolé} = S_{gén} \geq 0$

Donc l'entropie d'un système isolé augmente toujours, ou reste inchangée pour une évolution réversible .

Si on combine le système et l'environnement pour former un système combiné isolé (sans interactions avec l'extérieur)

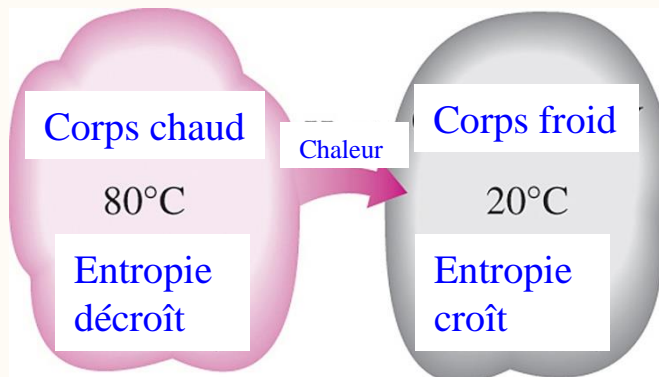
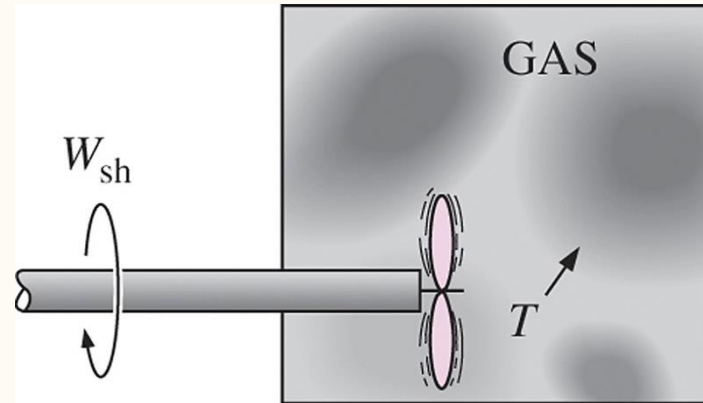
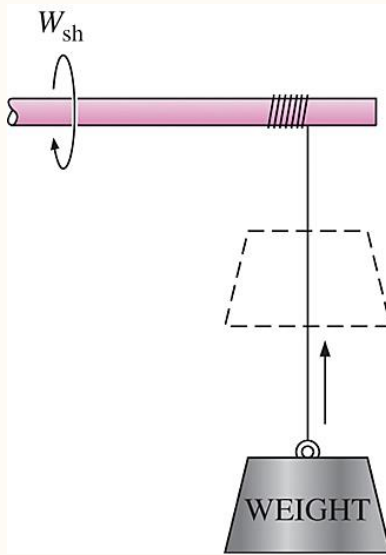
$$S_{gén} = \Delta S_{sys} + \Delta S_{env} \geq 0 \quad (1)$$

Comme aucune évolution réelle n'est complètement réversible, l'équation (1) indique que l'entropie de l'univers augmente toujours, ou reste inchangée pour une évolution réversible.

Résumé: Qu'est -ce que l'entropie?

- ❑ L'entropie est une mesure du désordre moléculaire d'un système
- ❑ Une évolution peut se produire dans un sens et non dans n'importe quel sens;
- ❑ Une évolution se produit dans le sens qui obéit au principe de l'accroissement d'entropie, i.e $S_{\text{gén}} \geq 0$, une évolution qui enfreint ce principe n'existe pas;
- ❑ L'entropie n'est pas conservée. Dans toute les évolutions réelles, l'entropie totale (le système et le milieu extérieur) augmente;
- ❑ Le rendement de tous les systèmes se détériore en présence d'irréversibilités.

Exemples



2) Entropie d'un corps pur

a) Relations TdS

Considérons une évolution réversible d'un système fermé. On a d'après le bilan d'énergie:

$$dU = \delta Q_{\text{int,rev}} - \delta W_{\text{int,rev}} \quad \text{or : } \delta Q_{\text{int,rev}} = Tds \quad , \quad \delta W_{\text{int,rev}} = PdV$$

D'où $dU = TdS - PdV$

$$TdS = dU + PdV$$

$$TdS = du + Pdv \text{ ou encore } ds = \frac{du}{T} + \frac{Pdv}{T} \longleftarrow \text{Équation de Gibbs}$$

$$h = u + Pv$$

$$dh = du + Pdv + vdP = Tds + vdP$$

$$Tds = dh - vdP \longrightarrow ds = \frac{dh}{T} - \frac{vdP}{T} \longleftarrow \text{Équation de Gibbs}$$

Ces deux relations permettent de calculer la variation de l'entropie d'un système en fonction de la variation d'autres variables thermodynamiques

a) Relations TdS (cont.)

$$\left. \begin{aligned} ds &= \frac{du}{T} + \frac{Pdv}{T} \\ ds &= \frac{dh}{T} - \frac{vdP}{T} \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

□ Ces expressions sont valables pour des évolutions réversibles et irréversibles

□ Pour calculer ΔS , Il faut connaître la relation entre u, T, h et les relations d'état liant P, v, T

b) Diagramme T-S et H-S

□ L'entropie est une variable thermodynamique et par conséquent, elle est disponible dans les tables thermodynamiques.

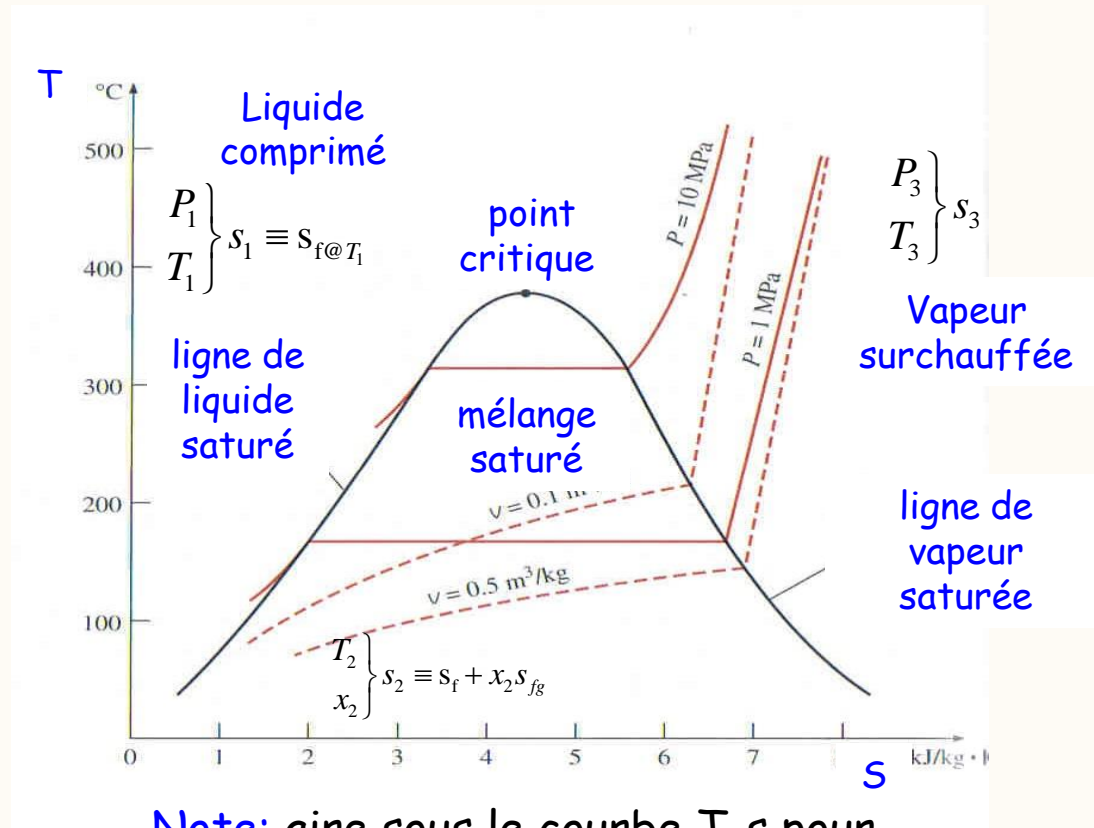
□ Lorsqu'on a un corps pur, simple, compressible, on peut exprimer l'entropie s d'un système monophasique en fonction de T et p ($s(T,p)$) comme pour l'énergie interne u et l'enthalpie h

□ Pour une vapeur humide, s_f et s_g s'expriment en fonction soit de T_s ou de P_s . On utilise la relation :

$$s = (1 - x)s_f + xs_g$$

□ Pour un liquide, on peut faire l'approximation incompressible lorsqu'on ne dispose pas de table:

$$s(T, P) = s_f(T)$$



Note: aire sous le courbe T-s pour une évolution intérieurement réversible représente le transfert de chaleur q au système

c) Changement d'entropie pour un gaz parfait

Dans le cas des gaz parfaits on a:

$du = c_v dT$ et $dh = c_p dT$ et l'équation d'état $Pv = RT$. Les relations Tds s'intègrent immédiatement pour donner:

$$ds = c_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v} \rightarrow s_2 - s_1 = \int_1^2 c_v(T) \frac{dT}{T} + R \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$ds = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dP}{P} \rightarrow s_2 - s_1 = \int_1^2 c_p(T) \frac{dT}{T} - R \ln \frac{P_2}{P_1}$$

Les intégrales ci-dessus peuvent être effectuées à condition de connaître les relations entre les chaleurs massiques et la température du gaz, i.e. $c_v(T)$ et $c_p(T)$

c) Changement d'entropie pour un gaz parfait (cont.)

i) Les chaleurs massiques constantes (valeurs approximatives)

$$c_v(T) \cong c_{v,moy} = \text{const.}$$

$$c_p(T) \cong c_{p,moy} = \text{const.}$$

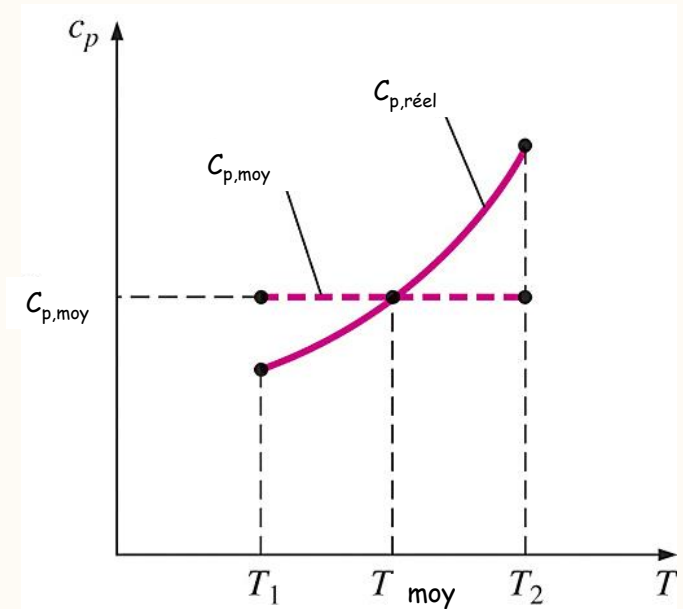
$$s_2 - s_1 \cong c_{v,moy} \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1} \quad [\text{kJ/kg.K}]$$

$$s_2 - s_1 \cong c_{p,moy} \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1}$$

$$\bar{s}_2 - \bar{s}_1 \cong \bar{c}_{v,moy} \ln \frac{T_2}{T_1} + R_u \ln \frac{v_2}{v_1}$$

[kJ/kmol.K]

$$\bar{s}_2 - \bar{s}_1 \cong \bar{c}_{p,moy} \ln \frac{T_2}{T_1} - R_u \ln \frac{P_2}{P_1}$$



c) Changement d'entropie pour un gaz parfait (cont.)
ii) Les chaleurs massiques variables (valeurs exactes)

Recourir à une table thermodynamique dans laquelle les valeurs de s^o sont disponibles.

s^o est calculée par rapport au zéro absolu, soit:

$$s^o \equiv \int_0^T c_p(T) \frac{dT}{T} \Rightarrow \int_1^2 c_p(T) \frac{dT}{T} = s_2^o - s_1^o$$

$$s_2 - s_1 = s_2^o - s_1^o - R \ln \frac{P_2}{P_1} \quad [\text{kJ/kg.K}]$$

$$\bar{s}_2 - \bar{s}_1 = \bar{s}_2^o - \bar{s}_1^o - R_u \ln \frac{P_2}{P_1} \quad [\text{kJ/kmol.K}]$$

Exemple 7.9 C&B page 311

Un écoulement d'air est comprimé de **100kPa** et de **17°C** à **600kPa** et à **57 °C** .

Déterminer la variation d'entropie de l'air au cours de la compression:

- En utilisant la table thermodynamique de l'air
- En utilisant une valeur moyenne de la chaleur massique ($C_p=1.006\text{kJ/kg.K}$)

Solution (en classe)

- $s_2-s_1=-0.3844\text{kJ/kg.K}$
- $s_2-s_1=-0.3842\text{kJ/kg.K}$

d) Changement d'entropie pour une substance incompressible (liquide, solide)

Pour une substance incompressible, le volume massique demeure à peu près inchangé ($dv \cong 0$);

D'où

$$\left. \begin{array}{l} dv = 0 \\ du = c(T)dT \\ c(T) \cong c_{moy} = const \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} s_2 - s_1 = \int_1^2 c(T) \frac{dT}{T} \\ s_2 - s_1 \cong c_{moy} \ln \frac{T_2}{T_1} \end{array}$$

3) L'évolution isentropique

a) Définition:

Évolution qui est intérieurement réversible ($s_{gen}=0$) et adiabatique ($q=0$).
Ce cas particulier important est représenté par une droite verticale dans le plan (T,S).

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{\delta q}{T} + s_{gen} = 0 \rightarrow \Delta s = 0 \Rightarrow s_1 = s_2$$

b) Évolution isentropique d'une substance incompressible

$$s_2 - s_1 \cong c_{moy} \ln \frac{T_2}{T_1} = 0 \Rightarrow T_1 = T_2$$

i.e: une évolution isentropique dans une substance incompressible est aussi une évolution isotherme

c) Évolution isentropique pour un gaz parfait (cont.)

i) Les chaleurs massiques constantes (valeurs approximatives)

$$s_2 - s_1 \cong c_{v,moy} \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1} = 0 \rightarrow c_{v,moy} = c_v$$

$$\Rightarrow \ln \frac{T_2}{T_1} = -\frac{R}{c_v} \ln \frac{v_2}{v_1}$$

Or: $c_p - c_v = R$ et $c_p / c_v = k$

$$\Rightarrow \ln \frac{T_2}{T_1} = \ln \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{R/c_v}$$

Soit:

$$\left(\frac{T_2}{T_1} \right)_{s=\text{constant}} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} \quad (2)$$

c) Évolution isentropique pour un gaz parfait (cont.)

De même $s_2 - s_1 \cong c_{p,moy} \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} = 0 \rightarrow c_{p,moy} = c_p$

$$\ln \frac{T_2}{T_1} = \frac{R}{c_p} \ln \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow \ln \frac{T_2}{T_1} = \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{R/c_p}$$

Soit:

$$\left(\frac{T_2}{T_1} \right)_{s=\text{constant}} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{(k-1)/k} \quad (3)$$

En combinant les équations (2) et (3) on obtient:

$$\left(\frac{P_2}{P_1} \right)_{s=\text{constant}} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^k$$

c) Évolution isentropique pour un gaz parfait (cont.)

Sous une forme abrégée, les équations précédentes peuvent s'écrire:

$$\left. \begin{aligned} T v^{k-1} &= \text{constante} \\ T P^{(1-k)/k} &= \text{constante} \\ P v^k &= \text{constante} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{formes approximatives d'évolution} \\ \text{isentropique pour un gaz parfait.} \\ k \text{ (fonction de } T \text{) est évaluée à une} \\ T \text{ moyenne} \end{array}$$

ii) Les chaleurs massiques variables (valeurs exactes)

$$s_2 - s_1 = s_2^o - s_1^o - R \ln \frac{P_2}{P_1} = 0 \Rightarrow s_2^o = s_1^o + R \ln \frac{P_2}{P_1}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = e^{\frac{s_2^o - s_1^o}{R}} = \frac{e^{\frac{s_2^o}{R}}}{e^{\frac{s_1^o}{R}}} \equiv \frac{P_{r2}}{P_{r1}} \Rightarrow \left(\frac{P_2}{P_1} \right)_{S=\text{constante}} \equiv \frac{P_{r2}}{P_{r1}}$$

où $P_r \equiv e^{\frac{s^o}{R}} = f(T)$, pression relative est une quantité sans dimensions définie pour l'évolution isentropique d'un gaz parfait et tabulée comme s^o (A17)

c) Évolution isentropique pour un gaz parfait (cont.)

Parfois, le rapport des volumes massiques est connu plutôt que le rapport de pression:

D'où: pour un gaz parfait

$$Pv = RT \rightarrow \frac{P_1 v_1}{T_1} = \frac{P_2 v_2}{T_2}$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{T_2}{T_1} \left(\frac{P_1}{P_2} \right) = \frac{T_2}{T_1} \left(\frac{P_{r1}}{P_{r2}} \right) = \frac{T_2/P_{r2}}{T_1/P_{r1}} \equiv \frac{v_{r2}}{v_{r1}} \rightarrow \left(\frac{v_2}{v_1} \right)_{s=\text{constante}} = \frac{v_{r2}}{v_{r1}}$$

où $v_r \equiv \frac{T}{P_r} = f(T)$, volume spécifique relative est une quantité sans dimensions définie pour l'évolution isentropique d'un gaz parfait et tabulée comme s^0 , (A17).

Exemple (en classe): compression isentropique de l'air dans un moteur,
CB&L ex. 7.10, p. 314

De l'air est comprimé de façon réversible est adiabatique au sein d'un
moteur. L'air se trouve au départ à **95kPa** et à **22°C**. le Taux de
compression est de $V_1/V_2=8$. Déterminer la température finale de l'air.

Solution

1^{ère} méthode en utilisant V_r

$$V_{r1}=647,9$$

$$V_{r2}=80.99 \Rightarrow T_2=662.7K$$

4) Rendement Isentropique

Le rendement isentropique est une mesure de l'écart séparant l'évolution réelle de l'évolution isentropique (idéale) dans les dispositifs dans lesquels un écoulement en régime permanent se manifeste (turbine, pompe, compresseurs, tuyères, ...)

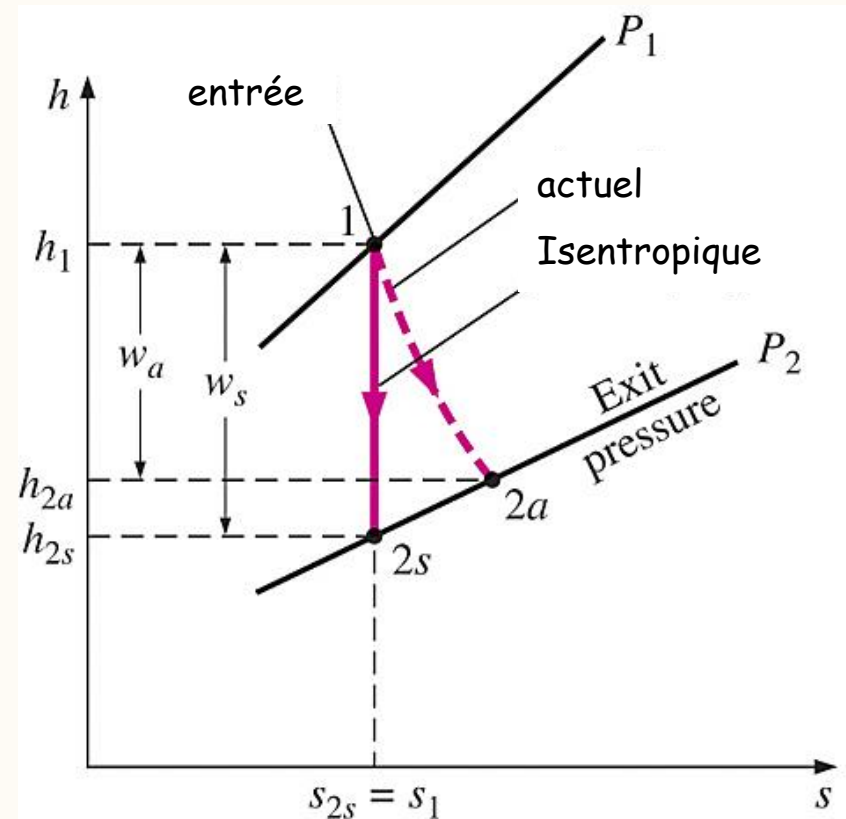
a) Turbines

Pour les mêmes conditions d'entrée et de sortie de la pression:

$$\eta_T \equiv \frac{\text{Travail réel de la turbine}}{\text{Travail isentropique de la turbine}} = \frac{w_a}{w_s}$$

Si on néglige le changement d'énergie cinétique et potentielle entre l'entrée et la sortie:

$$\eta_T \cong \frac{h_1 - h_{2a}}{h_1 - h_{2s}}$$



Exemple

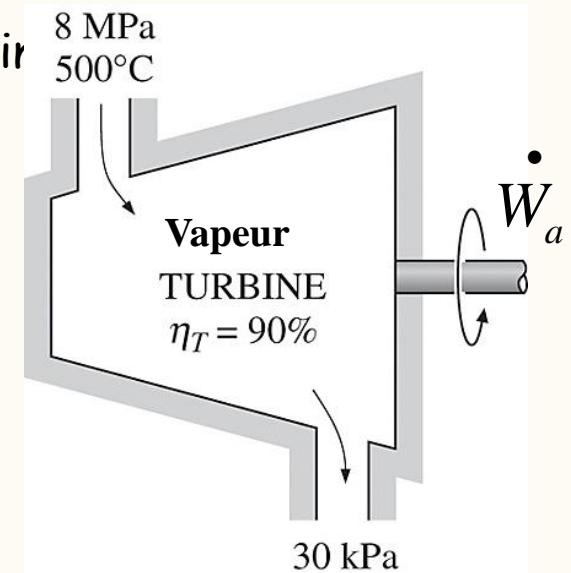
Un écoulement de vapeur entre dans une turbine adiabatique avec une pression de **8 MPa** , une température de **500°C** et un débit massique de **3 kg/s** et en sort avec une pression de **30 kPa**.

Le rendement isentropique de la turbine est de **0.90**. En négligeant le changement d'énergie cinétique et potentielle dans la turbine déterminer

- La température à la sortie de la turbine
- Puissance réelle de la turbine

Solution (en classe)

- $T_{2a} = 69.09^\circ\text{C}$
- $\dot{W}_a \cong 3054 \text{ kW}$



Exemple (solution)

Assumptions 1 This is a steady-flow process since there is no change with time. 2 Kinetic and potential energy changes are negligible. 3 The device is adiabatic and thus heat transfer is negligible.

Analysis (a) From the steam tables (Tables A-4 through A-6),

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = 8 \text{ MPa} \\ T_1 = 500^\circ\text{C} \end{array} \right\} \begin{array}{l} h_1 = 3399.5 \text{ kJ/kg} \\ s_1 = 6.7266 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} P_{2s} = 30 \text{ kPa} \\ s_{2s} = s_1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x_{2s} = \frac{s_{2s} - s_f}{s_{fg}} = \frac{6.7266 - 0.9441}{6.8234} = 0.8475 \\ h_{2s} = h_f + x_{2s} h_{fg} = 289.27 + (0.8475)(2335.3) = 2268.3 \text{ kJ/kg} \end{array}$$

From the isentropic efficiency relation,

$$\eta_T = \frac{h_1 - h_{2a}}{h_1 - h_{2s}} \longrightarrow h_{2a} = h_1 - \eta_T (h_1 - h_{2s}) = 3399.5 - (0.9)(3399.5 - 2268.3) = 2381.4 \text{ kJ/kg}$$

Thus,

$$\left. \begin{array}{l} P_{2a} = 30 \text{ kPa} \\ h_{2a} = 2381.4 \text{ kJ/kg} \end{array} \right\} T_{2a} = T_{\text{sat}@30 \text{ kPa}} = 69.09^\circ\text{C}$$

(b) There is only one inlet and one exit, and thus $\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}$. We take the actual turbine as the system, which is a control volume since mass crosses the boundary. The energy balance for this steady-flow system can be expressed in the rate form as

$$\underbrace{\dot{E}_{\text{in}} - \dot{E}_{\text{out}}}_{\text{Rate of net energy transfer by heat, work, and mass}} = \underbrace{\Delta \dot{E}_{\text{system}}}_{\text{Rate of change in internal, kinetic, potential, etc. energies}} \stackrel{\neq 0 \text{ (steady)}}{=} 0$$

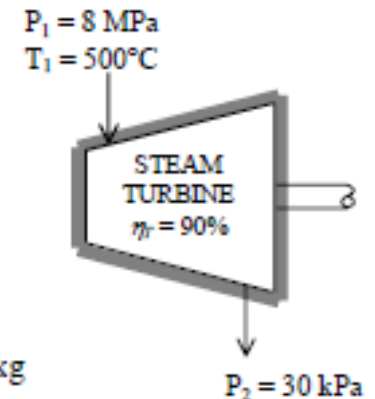
$$\dot{E}_{\text{in}} = \dot{E}_{\text{out}}$$

$$\dot{m} h_1 = \dot{W}_{\text{a,out}} + \dot{m} h_2 \quad (\text{since } \dot{Q} \cong \Delta \text{ke} \cong \Delta \text{pe} \cong 0)$$

$$\dot{W}_{\text{a,out}} = \dot{m}(h_1 - h_2)$$

Substituting,

$$\dot{W}_{\text{a,out}} = (3 \text{ kg/s})(3399.5 - 2381.4) \text{ kJ/kg} = 3054 \text{ kW}$$



b) Compresseurs

Le rendement isentropique d'un compresseur est le rapport entre le travail requis pour comprimer de façon isentropique le gaz au travail réel requis. Soit, pour les mêmes conditions d'entrée et de sortie de la pression:

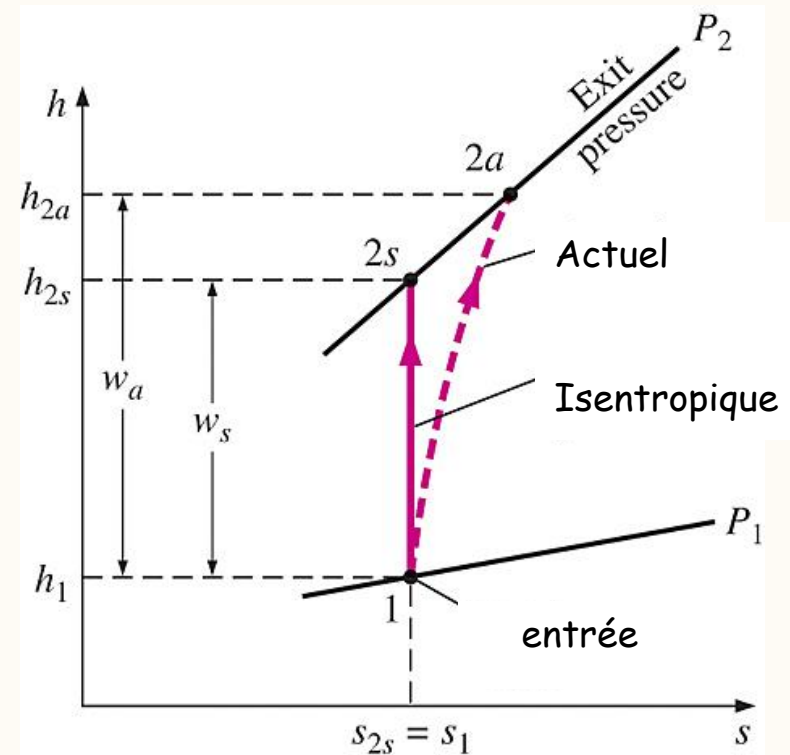
$$\eta_c \equiv \frac{\text{Travail isentropique du compresseur}}{\text{Travail réel du compresseur}} = \frac{w_s}{w_a}$$

Si on néglige le changement d'énergie cinétique et potentielle entre l'entrée et la sortie:

$$\eta_c \cong \frac{h_{2s} - h_1}{h_{2a} - h_1}$$

Pour une pompe:

$$\eta_P = \frac{w_s}{w_a} = \frac{v_1(p_2 - p_1)}{h_{2a} - h_1}$$



Exercice (7-105 C&B, page 355)

Un écoulement de vapeur saturée de réfrigérant **R-134a** dont le débit volumique est de **0.3m³/min** pénètre dans un compresseur adiabatique à **120kPa** pour en ressortir à **1 MPa** (voir figure). Le rendement isentropique du compresseur est de **80%**.

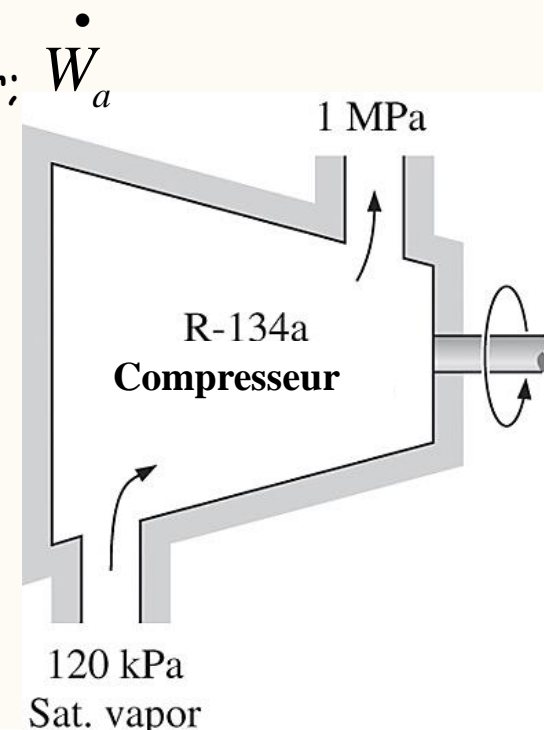
Déterminer:

- La température du réfrigérant à la sortie du compresseur;
- La puissance consommée par le compresseur
- Montrez l'évolution dans un diagramme T-s.

Solution (en classe)

a) $T_{2a} = 58.9^\circ\text{C}$

b) $\dot{W}_a \cong 1.7\text{kW}$



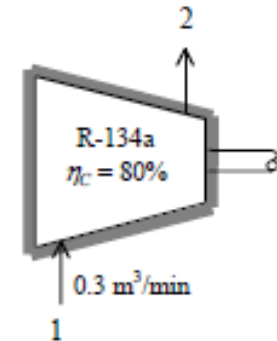
Exercice (7-114 C&B, page 344)

Assumptions 1 This is a steady-flow process since there is no change with time. 2 Kinetic and potential energy changes are negligible. 3 The device is adiabatic and thus heat transfer is negligible.

Analysis (a) From the refrigerant tables (Tables A-11E through A-13E),

$$P_1 = 120 \text{ kPa} \left. \begin{array}{l} h_1 = h_{g@120 \text{ kPa}} = 236.97 \text{ kJ/kg} \\ s_1 = s_{g@120 \text{ kPa}} = 0.94779 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} \\ \nu_1 = \nu_{g@120 \text{ kPa}} = 0.16212 \text{ m}^3/\text{kg} \end{array} \right\} \text{sat. vapor}$$

$$P_2 = 1 \text{ MPa} \left. \begin{array}{l} h_{2s} = 281.21 \text{ kJ/kg} \\ s_{2s} = s_1 \end{array} \right\}$$



From the isentropic efficiency relation,

$$\eta_c = \frac{h_{2s} - h_1}{h_{2a} - h_1} \longrightarrow h_{2a} = h_1 + (h_{2s} - h_1)/\eta_c = 236.97 + (281.21 - 236.97)/0.80 = 292.26 \text{ kJ/kg}$$

Thus,

$$P_{2a} = 1 \text{ MPa} \left. \begin{array}{l} h_{2a} = 292.26 \text{ kJ/kg} \end{array} \right\} T_{2a} = 58.9^\circ\text{C}$$

(b) The mass flow rate of the refrigerant is determined from

$$\dot{m} = \frac{\dot{V}_1}{\nu_1} = \frac{0.3/60 \text{ m}^3/\text{s}}{0.16212 \text{ m}^3/\text{kg}} = 0.0308 \text{ kg/s}$$

There is only one inlet and one exit, and thus $\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}$. We take the actual compressor as the system, which is a control volume since mass crosses the boundary. The energy balance for this steady-flow system can be expressed as

$$\underbrace{\dot{E}_{\text{in}} - \dot{E}_{\text{out}}}_{\text{Rate of net energy transfer by heat, work, and mass}} = \underbrace{\Delta \dot{E}_{\text{system}}^{\neq 0} (\text{steady})}_{\text{Rate of change in internal, kinetic, potential, etc. energies}} = 0$$

$$\dot{E}_{\text{in}} = \dot{E}_{\text{out}}$$

$$\dot{W}_{\text{a,in}} + \dot{m}h_1 = \dot{m}h_2 \quad (\text{since } \dot{Q} \cong \Delta ke \cong \Delta pe \cong 0)$$

$$\dot{W}_{\text{a,in}} = \dot{m}(h_2 - h_1)$$

Substituting, the power input to the compressor becomes,

$$\dot{W}_{\text{a,in}} = (0.0308 \text{ kg/s})(292.26 - 236.97) \text{ kJ/kg} = 1.70 \text{ kW}$$

c) Tuyère

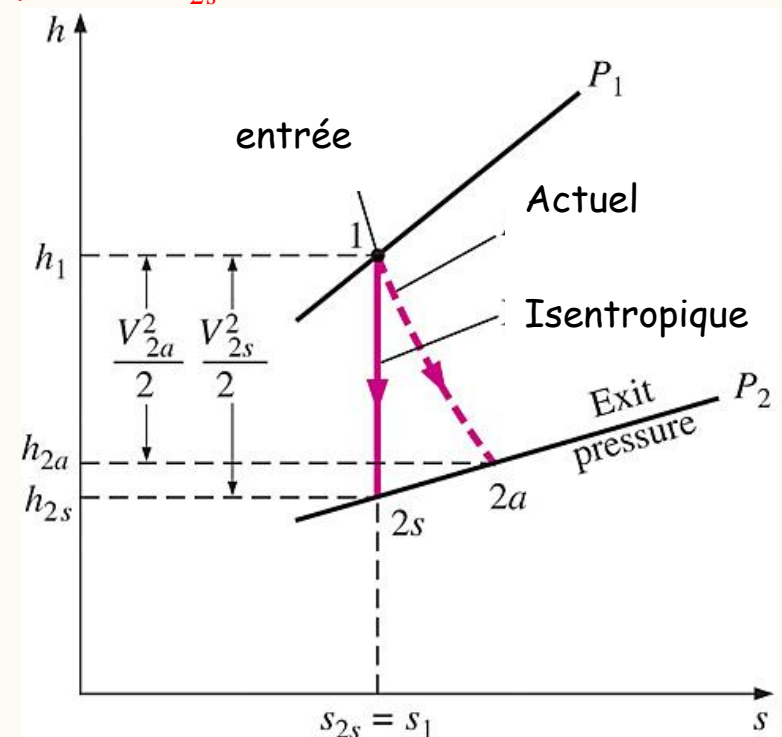
Le rendement isentropique d'une tuyère est le rapport entre l'énergie cinétique réelle de l'écoulement à la sortie de la tuyère à l'énergie cinétique réelle de l'écoulement à la sortie de la tuyère résultant d'une évolution isentropique. Soit, pour les mêmes conditions d'entrée et de sortie de la pression:

$$\eta_T \equiv \frac{\text{Énergie cinétique réelle à la sortie de la tuyère}}{\text{Énergie cinétique isentropique à la sortie de la tuyère}} = \frac{V_{2a}^2}{V_{2s}^2}$$

Si on néglige le changement d'énergie potentielle entre l'entrée et la sortie ainsi que la vitesse à l'entrée:

$$\eta_{\text{tuyère}} \approx \frac{h_1 - h_{2a}}{h_1 - h_{2s}}$$

Exemple 7.16 C&B page 326: à faire:



5) Bilan d'entropie

a) Général

$$\left(\begin{array}{c} \textit{Entropie} \\ \textit{total} \\ \textit{entrante} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \textit{Entropie} \\ \textit{total} \\ \textit{sortante} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \textit{Entropie} \\ \textit{total} \\ \textit{produite} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \textit{Variation de} \\ \textit{l'entropie} \\ \textit{total} \end{array} \right)$$

Ou encore

$$\Delta S_{sys} = S_{in} - S_{out} + S_{gen}$$

On va essayer de détailler chacun de ces termes.

i) La variation d'entropie du système (ΔS_{sys})

$$\Delta S_{sys} = S_{final} - S_{initial} = S_2 - S_1$$

• L'entropie est une variable thermodynamique, sa grandeur ne change pas, à moins que l'état du système change $\Rightarrow \Delta S_{sys} = 0$ pour les cycles et $\dot{S}_{sys} = 0$ pour les dispositifs à écoulement permanent

• l'entropie est une propriété extensive donc: $S_{sys} = \int_m sdm = \sum S_{composante}$

5) Bilan d'entropie (cont.)

ii) Les phénomènes de transfert d'entropie (S_{in} et S_{out})

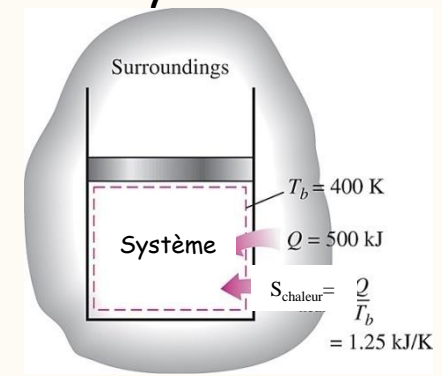
L'entropie peut être transmise à travers les frontières d'un système de deux façons différentes:

- Par transmission de chaleur

$$S_{chaleur} = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$$

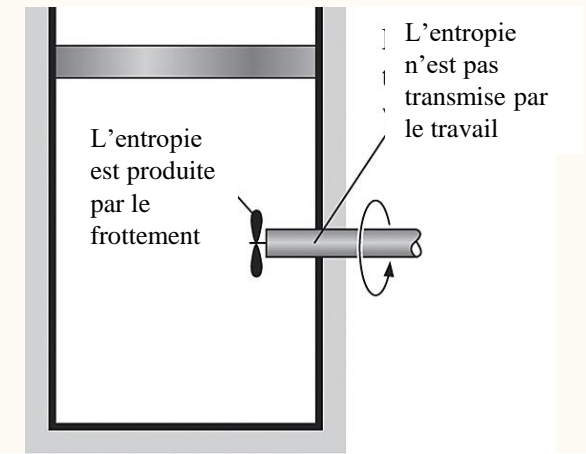
+: entrant
-: sortant

Si $T = \text{constante} \Rightarrow S_{chaleur} = \frac{Q}{T}$



Q/T est l'entropie transmise durant la transmission de chaleur

La première loi de la thermodynamique ne fait pas de distinction entre travail et chaleur.
La deuxième loi si. L'entropie peut être transmise par la chaleur et **non par le travail** $S_{travail} = 0$



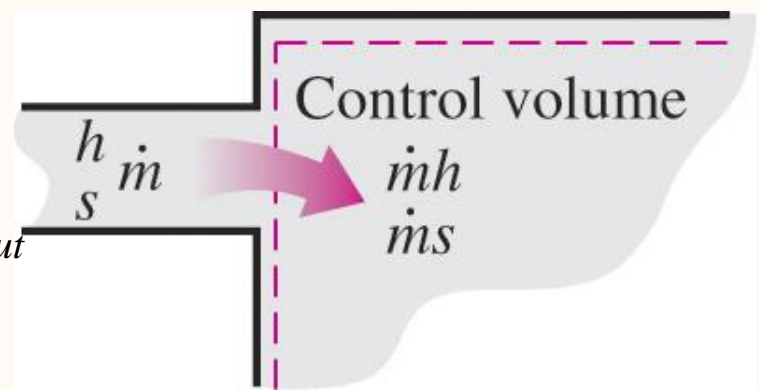
5) Bilan d'entropie (cont.)

-Par écoulement de fluide

$$S_{masse} = ms$$

$$S_{masse} = \delta m_{in} s_{in} - \delta m_{out} s_{out}$$

$$\dot{S}_{masse} = \int_{A_{frontière}} s \rho V_n dA = \dot{m}_{in} s_{in} - \dot{m}_{out} s_{out}$$



iii) La production d'entropie ($S_{gén}$)

L'entropie est produite au sein d'un système par l'effet d'irrégularités (frottements, mélange de substance..etc)

$$S_{gén} \geq 0 \begin{cases} S_{gén} = 0 & \text{:réversible, entropie conservée} \\ S_{gén} > 0 & \text{: irréversible, entropie non conservée} \end{cases}$$

b) bilan d'entropie d'un système fermé

$$\Delta S_{\text{système}} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + S_{\text{gen}}$$

Pour un système fermé et adiabatique (Q=0)

$$\Delta S_{\text{système-adiabatique}} = S_{\text{gén}}$$

c) bilan d'entropie d'un système ouvert

$$\dot{S}_{\text{sys}} = \int_{A_{\text{frontière}}} \frac{\delta \dot{Q}}{T} + \sum \dot{m}_{\text{in}} s_{\text{in}} - \sum \dot{m}_{\text{out}} s_{\text{out}} + \dot{S}_{\text{gen}}$$

-Si l'écoulement est permanent: $\dot{S}_{\text{sys}} = 0$

$$\dot{S}_{\text{gén}} = \sum \dot{m}_{\text{out}} s_{\text{out}} - \sum \dot{m}_{\text{in}} s_{\text{in}} - \int_{A_{\text{frontière}}} \frac{\dot{Q}}{T}$$

-Si l'écoulement est permanent avec une entrée/sortie :

$$\dot{S}_{\text{gén}} = \dot{m}(s_{\text{out}} - s_{\text{in}}) - \int_{A_{\text{frontière}}} \frac{\dot{Q}}{T}$$

De plus, si le système est adiabatique

$$\dot{S}_{\text{gén}} = \dot{m}(s_{\text{out}} - s_{\text{in}})$$

6) Travail d'une évolution réversible avec écoulement permanent

Pour un système ouvert avec écoulement permanent on a vu que :

$$\delta q_{rev} - \delta w_{rev} = dh + de_c + de_p \Rightarrow \delta w_{rev} = \delta q_{rev} - dh - de_c - de_p$$

Or: $\delta q_{rev} = Tds$ et $Tds = dh - vdP$

Soit: $\delta w_{rev} = TdS - (TdS + vdP) - de_c - de_p$

$$w_{rev} = - \int_1^2 vdP - \Delta e_{c1,2} - \Delta e_{p1,2} \quad (\text{kJ/kg}) \rightarrow$$

Travail effectué dans une machine durant une évolution réversible intérieurement avec écoulement en régime permanent: attention au signe!

De cette dernière équation il apparaît que:

- Le travail réversible produit ou consommé par une machine est d'autant plus grand que le volume massique est grand d'où:

- pour un compresseur, on devrait minimiser v pour minimiser le travail requis
- pour une turbine, on devrait maximiser v pour maximiser le travail produit

Ex: travail fait sur une pompe ou compresseur $w_{rev} = \int_1^2 vdP + \Delta e_{c1,2} + \Delta e_{p1,2} \quad (\text{kJ/kg})$

Évolution isothermique: $Pv = \text{const.}$

$$w_{rev} = - \int_1^2 v dP \quad (\text{kJ/kg})$$

$$Pv = \text{const} = P_1 v_1 \rightarrow v = \frac{P_1 v_1}{P}$$

$$w_{rev} = -P_1 v_1 \int_1^2 \frac{dP}{P} = -P_1 v_1 \ln \frac{P_2}{P_1}$$

Évolution polytropicque : $Pv^n = \text{const}$

$$Pv^n = \text{const} = C = P_1 v_1^n = P_2 v_2^n \rightarrow v = C^{\frac{1}{n}} P^{-\frac{1}{n}}$$

$$w_{rev} = C^{\frac{1}{n}} \int_1^2 P^{-\frac{1}{n}} dP = C^{\frac{1}{n}} \left(\frac{P_2^{-\frac{1}{n}+1} - P_1^{-\frac{1}{n}+1}}{-\frac{1}{n}+1} \right)$$

$$w_{rev} = \frac{-1}{-\frac{1}{n}+1} \left[\left(P_2 v_2^n \right)^{\frac{1}{n}} P_2^{-\frac{1}{n}+1} - \left(P_1 v_1^n \right)^{\frac{1}{n}} P_1^{-\frac{1}{n}+1} \right]$$

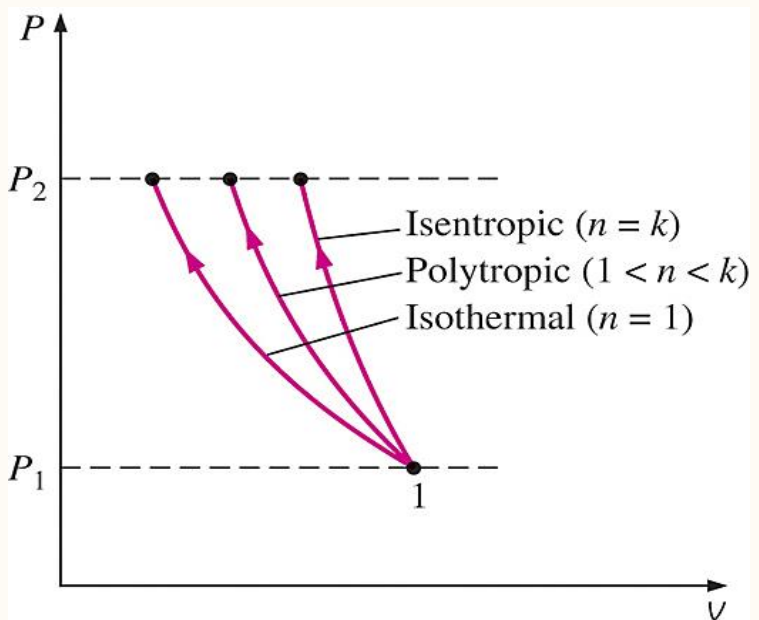
$$w_{rev} = -\frac{n}{n-1} (P_2 v_2 - P_1 v_1)$$

Pour un gaz parfait, les relations précédentes prennent la forme:

Évolution isotherme: $Pv = \text{const}$ $w_{rev} = -RT \ln \frac{P_2}{P_1}$

Évolution polytropique : $Pv^n = \text{const}$

$$w_{rev} = \frac{-nR}{n-1} (T_2 - T_1) = \frac{-nRT_1}{n-1} \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]$$



Pour une compression, on remarque que le travail du compresseur est minimal pour une évolution isotherme ($Pv = \text{const.}$) et maximal pour une évolution isentropique $Pv^k = \text{const}$

minimisation du travail de compression

Résumé pour un système ouvert

Bilan de masse (Écoulement permanent:)

$$\sum_i \dot{m}_{in} = \sum_i \dot{m}_{out} \quad \dot{m} = \rho \dot{V} = \frac{\dot{V}}{v}$$

Bilan d'énergie (Écoulement permanent:)

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_{sys} &= \dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} \\ \dot{E}_{in} &\equiv \dot{Q}_{in} + \dot{W}_{in} + \sum_{\#entrées} \dot{m}_{in} \theta_{in} \\ \dot{E}_{out} &\equiv \dot{Q}_{out} + \dot{W}_{out} + \sum_{\#sorties} \dot{m}_{out} \theta_{out} \end{aligned} \right\} \text{Pour un régime permanent } \dot{E}_{sys} = 0 \Rightarrow \dot{E}_{in} = \dot{E}_{out}$$

$$\dot{Q}_{au_{sys}} - \dot{W}_{par_{sys}} = \dot{m}_{out} \theta_{out} - \dot{m}_{in} \theta_{in} = \dot{m} \left[\underbrace{(h_{out} - h_{in})}_{\Delta h} + \underbrace{\frac{(V_{out}^2 - V_{in}^2)}{2}}_{\Delta e_c} + \underbrace{g(z_{out} - z_{in})}_{\Delta e_p} \right]$$

$$q_{au_{sys}} - w_{par_{sys}} = \left[\underbrace{(h_{out} - h_{in})}_{\Delta h} + \underbrace{\frac{(V_{out}^2 - V_{in}^2)}{2}}_{\Delta e_c} + \underbrace{g(z_{out} - z_{in})}_{\Delta e_p} \right]$$

Bilan d'entropie (Écoulement permanent:)

$$\dot{S}_{sys} = \int_{A_{frontière}} \frac{\delta \dot{Q}}{T} + \sum \dot{m}_{in} s_{in} - \sum \dot{m}_{out} s_{out} + \dot{S}_{gen} = 0$$

Résumé (cont.)

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 c_v(T) \frac{dT}{T} + R \ln \frac{v_2}{v_1} \quad ; \quad s_2 - s_1 = \int_1^2 c_p(T) \frac{dT}{T} - R \ln \frac{P_2}{P_1}$$

Pour les gaz parfaits

si $c_v(T) \cong c_{v,moy} = \text{const.}$, $c_p(T) \cong c_{p,moy} = \text{const.}$

$$s_2 - s_1 \cong c_{v,moy} \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1} \quad ; \quad s_2 - s_1 \cong c_{p,moy} \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1}$$

$$\left. \begin{aligned} T v^{k-1} &= \text{constan } e \\ T P^{(1-k)/k} &= \text{constan } e \\ P v^k &= \text{constan } e \end{aligned} \right\}$$

si chaleur massique variable

$$s_2 - s_1 = s_2^o - s_1^o - R \ln \frac{P_2}{P_1}$$

N'oubliez pas que pour les gaz parfaits à chaleur massique variables on a:

$$\left(\frac{P_2}{P_1} \right)_{S=\text{constante}} \equiv \frac{P_{r2}}{P_{r1}} \quad \left(\frac{v_2}{v_1} \right)_{S=\text{constante}} = \frac{v_{r2}}{v_{r1}}$$

Pour les liquides incompressibles

$$s_2 - s_1 \cong c_{moy} \ln \frac{T_2}{T_1}$$

LECTURE SECTION DU LIVRE

Sections 7.1 à 7.13 du livre, «THERMODYNAMIQUE, une approche pragmatique», Y.A. Çengel, M.A. Boles et M. Lacroix, Chenelière-McGraw-Hill, 2ed 2014.