TP 2
FEM

Courbe cumulative

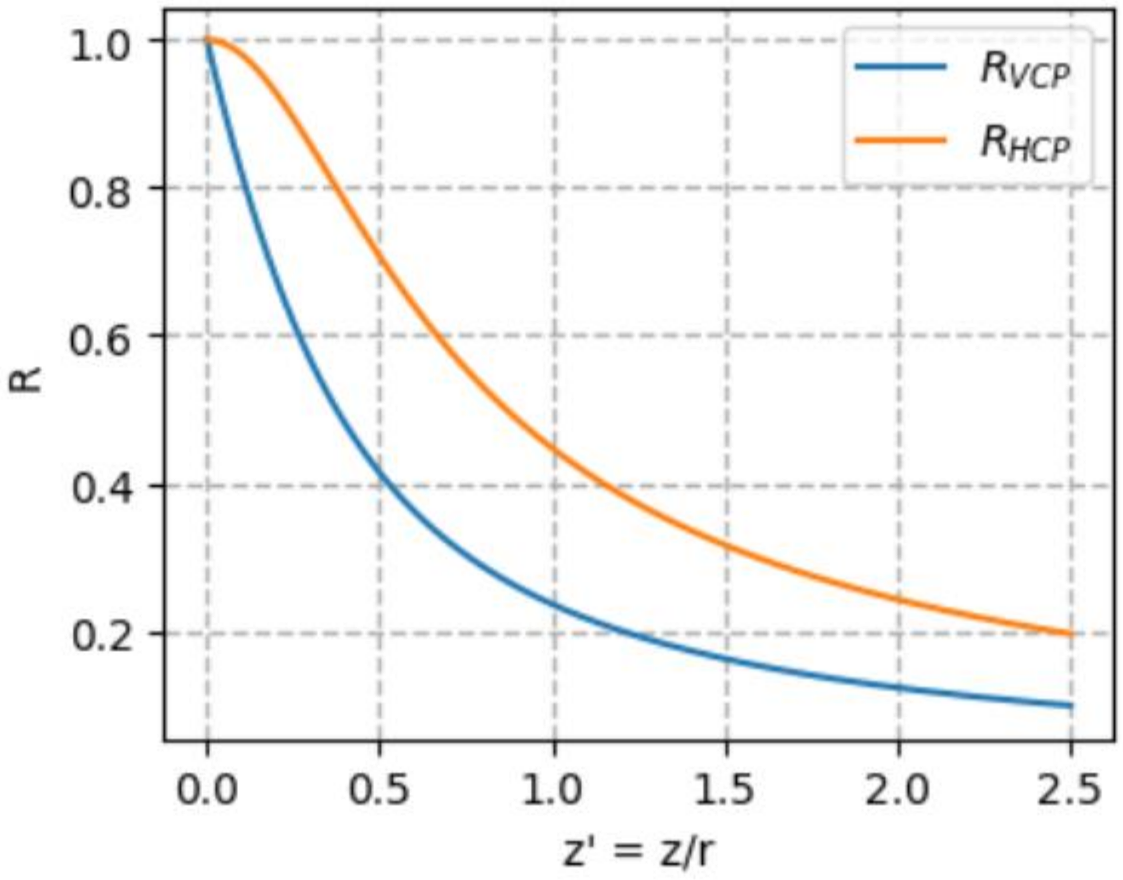
Pour faciliter les calculs, on utilise habituellement la courbe cumulative:

$$R(z') = \int_{z'}^{\infty} \phi(z')dz'$$

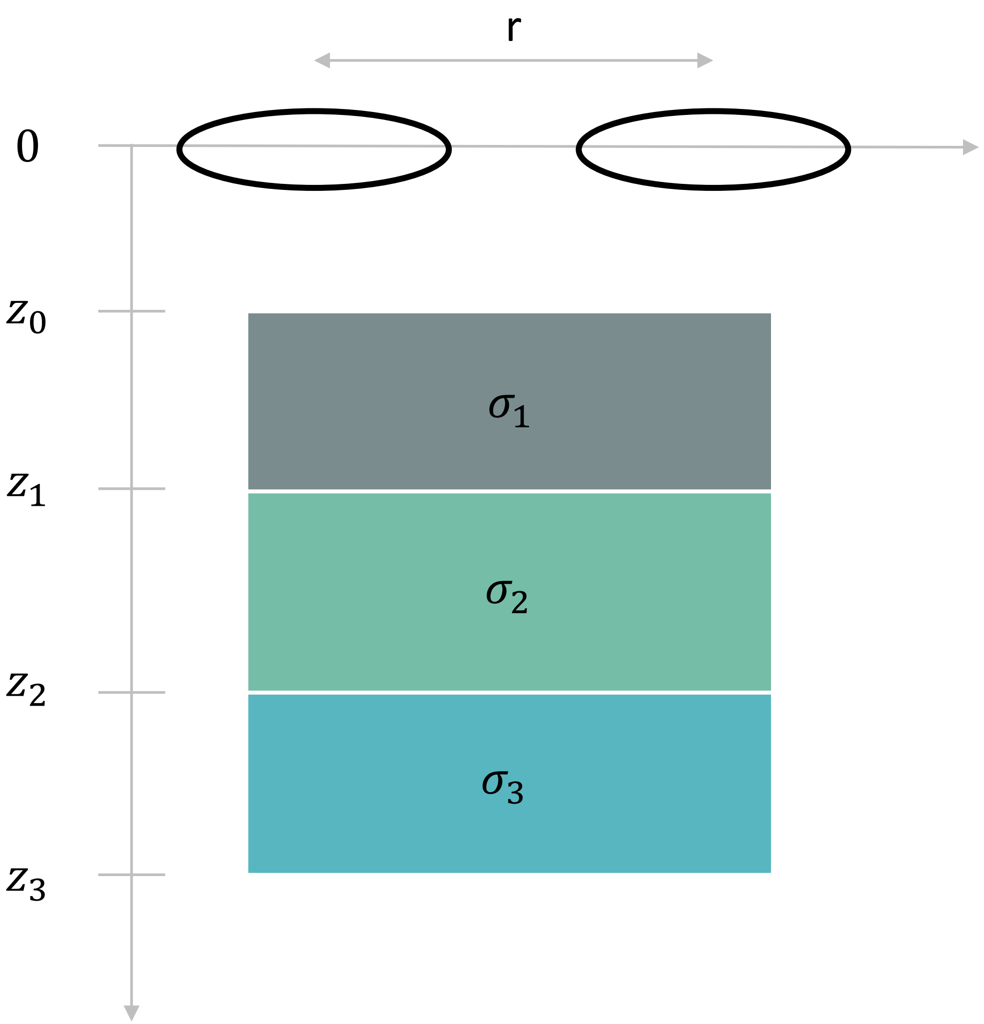
Ce qui donne:

$$R_{HCP} = \frac{1}{\sqrt{4z'^2 + 1}}$$

$$R_{VCP} = \sqrt{4z'^2 + 1} - 2z'$$



Conductivité apparente (limite résistive)



Calcul de la conductivité apparente pour 3 couches:

$$\begin{aligned}\sigma_a = &\left(1 - R\left(\frac{z_0}{r}\right)\right)\sigma_{air}\\ &+\left(R\left(\frac{z_0}{r}\right) - R\left(\frac{z_1}{r}\right)\right)\sigma_1\\ &+\left(R\left(\frac{z_1}{r}\right) - R\left(\frac{z_2}{r}\right)\right)\sigma_2\\ &+\left(R\left(\frac{z_2}{r}\right) - R\left(\frac{z_3}{r}\right)\right)\sigma_3\end{aligned}$$

Où R est la réponse cumulative

Conductivimètre

Attention! Les appareils donnant des conductivités supposent la limite de faible nombre d'induction.

$$\alpha = r\sqrt{\frac{\sigma\mu_0\omega}{2}} << 1$$

Mesures: parties en phase et en quadrature

En notation réelle:

$$A\sin(\omega t+\phi) = \overbrace{A\sin(\omega t)\cos(\phi)}^{P} + \overbrace{A\sin(\omega t+\pi 2)\sin(\phi)}^{Q}$$

En notation phaseur:

$$Ae^{i\phi} = \underbrace{A\cos(\phi)}_{P} + i\underbrace{A\sin(\phi)}_{Q}$$

La mesure de P (partie en phase ou partie réelle) et Q (partie imaginaire ou en quadrature) est équivalente à mesurer l'amplitude et la phase du signal:

$$A = \sqrt{P^2+Q^2} \qquad \phi = \tan^{-1}(Q/P)$$

Limite résistive

Dans le cas d'un **mauvais conducteur**:

$$\alpha = r\sqrt{\frac{\sigma\mu_0\omega}{2}} \to 0$$

Les réponses deviennent:

$$\left(\frac{H_s}{H_p}\right)_{HCP} = \left(\frac{H_s}{H_p}\right)_{VCP} = i\frac{\alpha^2}{2} = i\frac{\sigma\mu_0\omega r}{4}$$

À remarquer que

- Les parties en phase sont nulles
- Les **parties en quadratures sont proportionnelles à la conductivité**.

Limite inductive

Dans le cas d'un **excellent conducteur**:

$$\alpha = r\sqrt{\frac{\sigma\mu_0\omega}{2}} \to \infty$$

Les réponses deviennent:

$$\left(\frac{H_s}{H_p}\right)_{HCP} = -1 - i\frac{18}{\sigma\mu_0\omega r^2} \qquad \left(\frac{H_s}{H_p}\right)_{VCP} = 1 + 6i\frac{1}{\sigma\mu_0\omega r^2}$$

À remarquer que

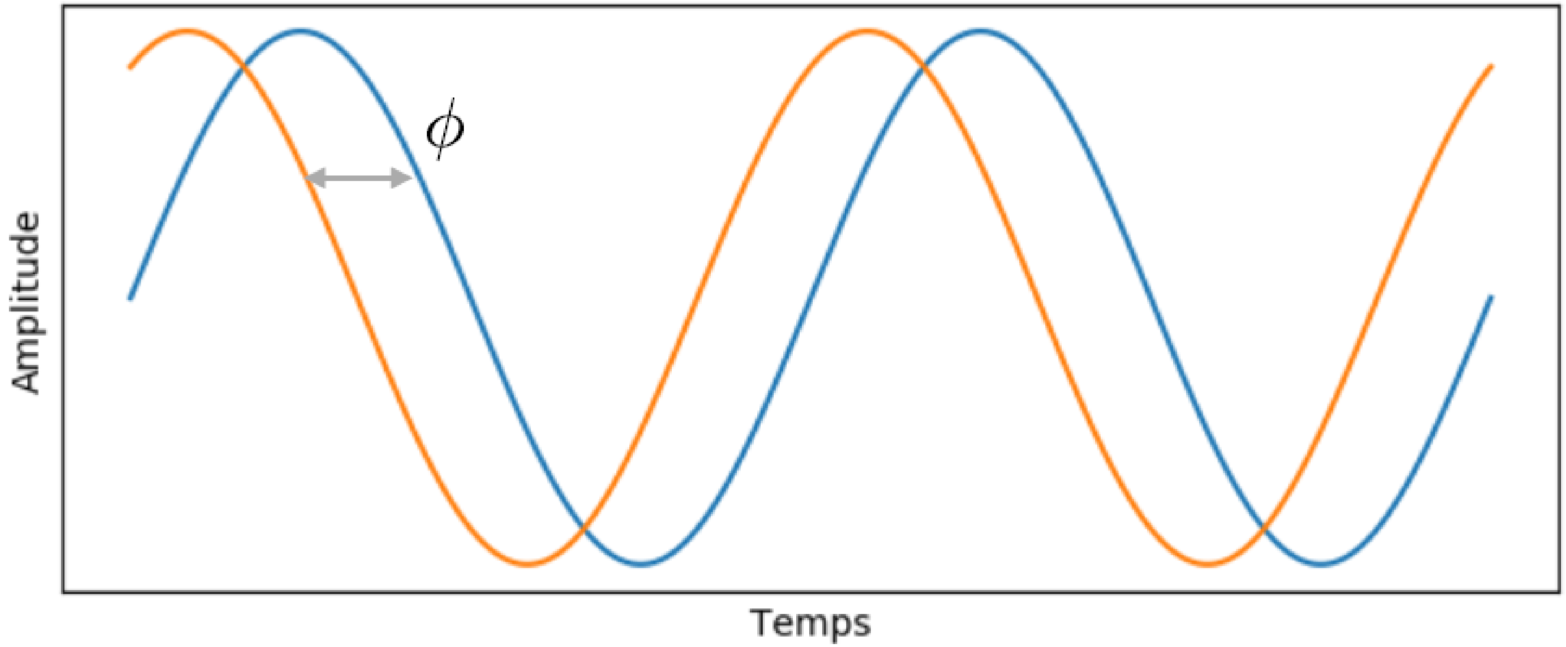
- Les parties en phase sont dominantes
- Les **parties en quadratures sont proportionnelles à la résistivité**.
- À la limite, la partie en quadratures devient nulle, il y a **saturation**.

Les champs primaires et secondaires sont déphasés l'un par rapport à l'autre.

$$\mathcal{E}_p = \mathcal{E}_0 \cos(\omega t)$$

$$\phi = \tan^{-1}(\alpha)$$

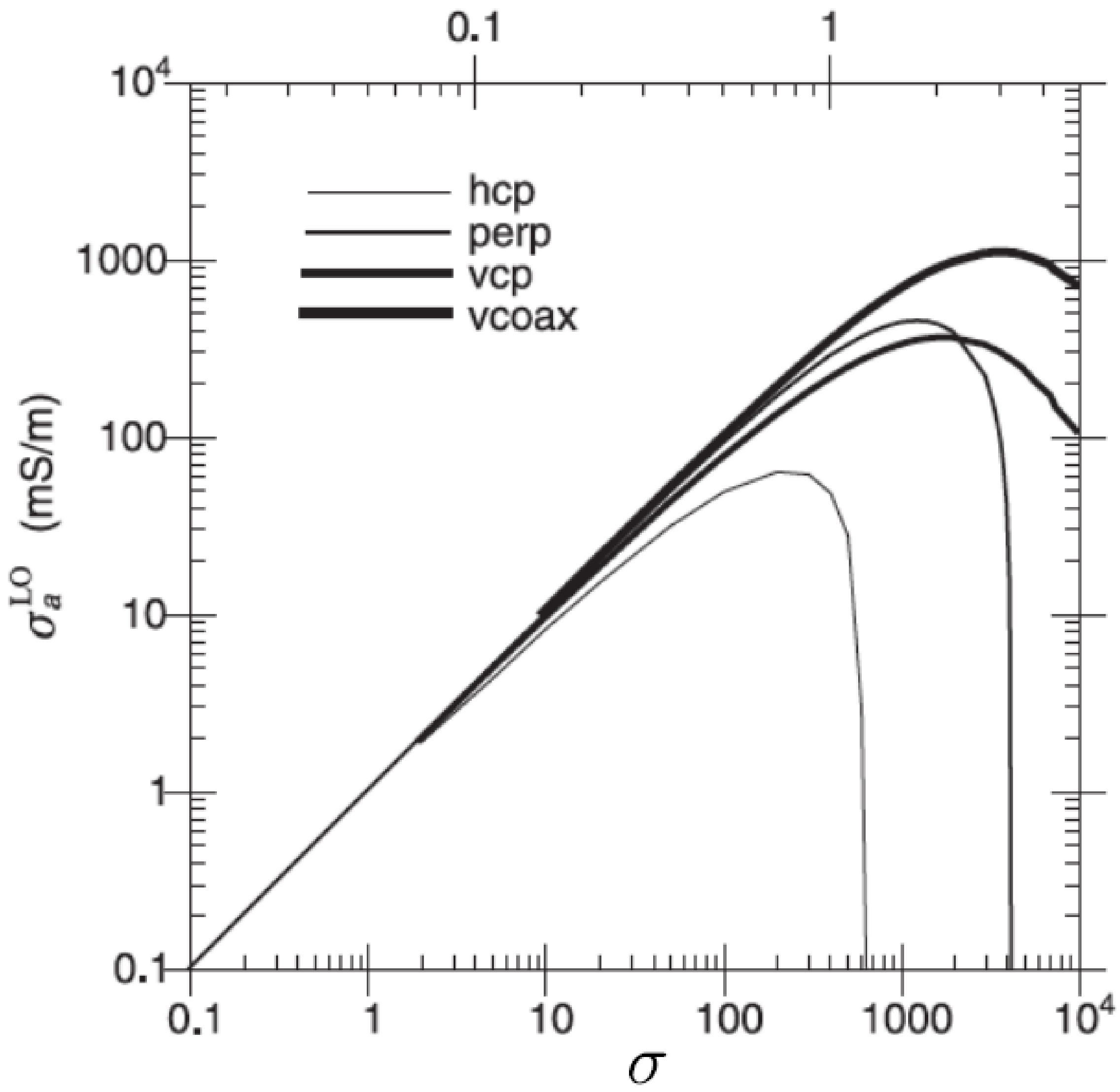
$$\mathcal{E}_s = -GF(\alpha)\mathcal{E}_0 \cos(\omega t - \frac{\pi}{2} - \phi)$$



La conductivité apparente est donnée par:

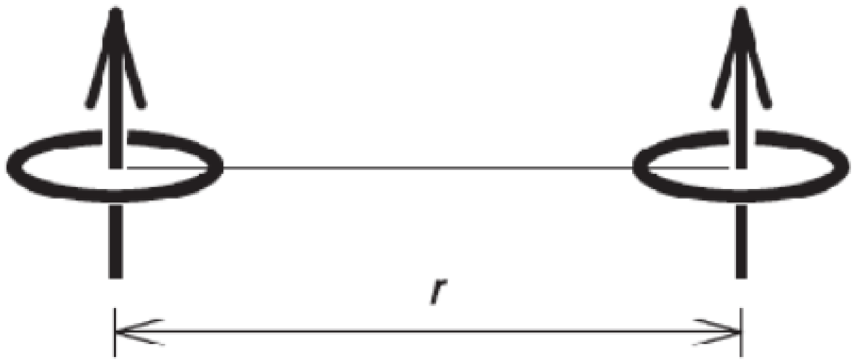
$$\sigma_a = \frac{4}{\mu_0 \omega r^2} Q\left(\frac{H_s}{H_p}\right)$$

Cette formule n'est valide que dans la limite résistive!



Quelle est l'inductance mutuelle des configurations communes de boucle ?

Horizontal coplanaire (HCP)



Le champ en z d'une source dipolaire:

$$H_z = \frac{IS}{4\pi r^3}\left[\frac{3(x^2+y^2)}{r^2} - 2\right] \longrightarrow \begin{array}{l} x = r \\ y = 0 \end{array}$$

Au receveur, le champ du transmetteur est:

$$H_z = \frac{I_T S_T}{4\pi r^3} \longrightarrow M_{ij} = \frac{\phi_{ij}}{I_j} \longrightarrow \boxed{M_{HCP} = \frac{\mu S_T S_R}{4\pi r^3}}$$