



- Le devoir est à rendre dimanche le **5 février** avant 23h55 sur le site Moodle du cours.
- Les consignes pour la remise et la présentation du devoir sont disponibles sur le site Moodle du cours.
- Dans tous les cas, la valeur exacte des intégrales est exigée, et non une approximation décimale.
- Vous devez justifier toutes vos réponses.

### Question 1

Soit  $D$  le domaine situé dans le demi-plan de droite (là où  $x \geq 0$ ) entre les cercles  $x^2 + y^2 = 2$  et  $x^2 + y^2 = 9$  et également entre les droites  $y = -\sqrt{3}x$  et  $y = \sqrt{3}x$ .

- Esquissez le domaine  $D$ .
- En passant aux coordonnées polaires, évaluez l'intégrale

$$J = \iint_D \sqrt{1 + x^2 + y^2} dA,$$

### Question 2

Calculez le volume de la région  $E$  de l'espace située entre les paraboloides  $z = 4x^2 + 4y^2$ ,  $z = 15 + x^2 + y^2$ .

### Question 3

On considère une plaque mince occupant la région  $D$  située au-dessus de la droite  $y = 0$  et en dessous des paraboles  $y = (x + 1)^2$  et  $y = (x - 1)^2$ . La densité de cette plaque est proportionnelle à la distance à l'axe des  $x$ .

- Calculez le moment d'inertie (second moment) de la plaque par rapport à l'axe vertical  $x = 1$  (l'axe  $A_1$ ).
- Calculez le moment d'inertie (second moment) de la plaque par rapport à l'axe horizontal  $y = 1$  (l'axe  $A_2$ ).
- Est-il plus facile de faire tourner la plaque autour de l'axe  $A_1$  ou autour de l'axe  $A_2$  ?

*Vous devez justifier vos démarches et vos réponses rigoureusement en utilisant des concepts du cours.*

*Ici, les calculs sont simples, mais longs, alors vous pouvez utiliser un logiciel pour évaluer les intégrales. Vous devez toutefois montrer les grandes étapes de calcul et donner une réponse exacte.*

### Question 4

Évaluez l'intégrale

$$J = \iiint_E zy^2 dV,$$

où  $E$  est la région de l'espace délimitée par le cylindre parabolique  $z = 4 - y^2$  et les plans  $z = -x$  et  $z = x$ .