

MTH1102(D) - Exemples des détails de calcul demandés dans les devoirs.

1. Intégration facile, mais calculs trop longs : les détails ci-dessous sont suffisants.

$$\begin{aligned}\iint_D xy^3 dA &= \int_{-1}^2 \int_{x^2-1}^{x+1} xy^3 dy dx \\ &= \int_{-1}^2 \left(-\frac{x^9}{4} + x^7 - \frac{5x^5}{4} + x^4 + \frac{5x^3}{2} + x^2 \right) dx \quad (\text{Wolfram-Alpha}) \\ &= \frac{243}{20}. \quad (\text{Calculatrice})\end{aligned}$$

2. Intégration par changement de variable : indiquer le changement.

$$\begin{aligned}\iint_D r\sqrt{1+r^2} \cos(\theta) dA &= \int_0^{\pi/4} \int_0^3 r\sqrt{1+r^2} \cos(\theta) dr d\theta \\ &= \int_0^{\pi/4} \frac{10\sqrt{10}-1}{3} \cos(\theta) d\theta \quad (u = 1+r^2, du = 2r dr) \\ &= \frac{\pi}{12}(10\sqrt{10}-1).\end{aligned}$$

3. Intégrale plus difficile : indiquer la formule à employer.

$$\begin{aligned}\iint_D y\sqrt{1+x^2} dA &= \int_0^1 \int_0^x y\sqrt{1+x^2} dy dx \\ &= \int_0^1 \frac{x^2\sqrt{1+x^2}}{2} dx \\ &= \frac{1}{16} \left(2\sqrt{2} - \ln(1+\sqrt{2}) \right). \quad (\text{formule 22 à la fin du livre})\end{aligned}$$
