

ELE1409 - Hiver 2021

Devoir 3

Corrigé

Partie 1

a) Quelle est la réactance de l'inductance ?

$$\omega = 2\pi f = 2 \times \pi \times 60 = 377 \quad (\text{rad/s})$$

$$Z_L = j(L\omega) = j(0,02 \cdot 377) = j7,54 = 7,54 \angle 90^\circ \quad (\Omega)$$

$$X_L = 7,54 \quad (\Omega)$$

b) Quelle est la réactance du condensateur ?

$$\omega = 377 \quad (\text{rad/s})$$

$$Z_C = -j(1/C\omega) = -j\left(\frac{1}{37 \cdot 10^{-6} \times 377}\right) = -j71,7 = 71,7 \angle -90^\circ \quad (\Omega)$$

$$X_C = -71,7 \quad (\Omega)$$

c) Trouver l'impédance vue par la source.

$$Z_L = j7,54 = 7,54 \angle 90^\circ \quad (\Omega)$$

$$Z_C = -j71,7 = 71,7 \angle -90^\circ \quad (\Omega)$$

$$Z_R = R = 20 = 20 \angle 0^\circ \quad (\Omega)$$

$$Z_{\acute{e}q} = Z_L + \frac{1}{\frac{1}{Z_C} + \frac{1}{Z_R}} = 7,54 \angle 90^\circ + \frac{1}{\frac{1}{71,7 \angle -90^\circ} + \frac{1}{20 \angle 0^\circ}}$$

$$Z_{\acute{e}q} = 7,54 \angle 90^\circ + \frac{1}{0,014 \angle 90^\circ + 0,05 \angle 0^\circ} = j7,54 + \frac{1}{j0,014 + 0,05}$$

$$Z_{\acute{e}q} = j7,54 + \frac{1}{0,052 \angle 15,6^\circ} = j7,54 + 19,2 \angle -15,6^\circ = j7,54 + 18,5 - j5,2$$

$$Z_{\acute{e}q} = 18,5 + j2,34 = 18,6 \angle 7,2^\circ \quad (\Omega)$$

Le module de l'impédance vue par la source est égal à 18,6 Ω .

L'angle de l'impédance vue par la source est égal à 7,2°.

Cet angle est positif, l'impédance vue par la source est de nature inductive.

d) Calculer le courant fourni par la source.

Le phaseur courant fourni par la source est égal au phaseur tension de la source divisé par l'impédance vue par la source.

$$\mathbf{E}_s = \frac{170}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ = 120 \angle 0^\circ \quad (\text{V})$$

$$\mathbf{I}_s = \frac{\mathbf{E}_s}{Z_{\acute{e}q}} = \frac{120 \angle 0^\circ}{18,6 \angle 7,2^\circ} = \frac{120}{18,6} \angle (0^\circ - 7,2^\circ) = 6,45 \angle -7,2^\circ \quad (\text{A})$$

La valeur efficace du courant fourni par la source est égale au module du phaseur de ce courant :

$$I_s = |\mathbf{I}_s| = |6,45 \angle -7,2^\circ| = 6,45 \quad (\text{A})$$

L'angle du courant fourni par la source est égal à -7,2°.

Cet angle est négatif, le courant est en retard par rapport à la tension.

e) Déterminer la tension aux bornes de la résistance.

$$Z_C = -j71,7 = 71,7 \angle -90^\circ \quad (\Omega)$$

$$Z_R = R = 20 = 20 \angle 0^\circ \quad (\Omega)$$

$$Z_{(R\parallel C)} = \frac{1}{\frac{1}{Z_C} + \frac{1}{Z_R}} = \frac{1}{\frac{1}{71,7 \angle -90^\circ} + \frac{1}{20 \angle 0^\circ}} = \frac{1}{0,014 \angle 90^\circ + 0,05 \angle 0^\circ}$$

$$Z_{(R\parallel C)} = \frac{1}{j0,014 + 0,05} = \frac{1}{0,052 \angle 15,6^\circ} = 19,2 \angle -15,6^\circ \quad (\Omega)$$

$$\mathbf{E}_R = \mathbf{E}_C = \mathbf{E}_{(R\parallel C)} = Z_{(R\parallel C)} \times \mathbf{I}_s = (19,2 \angle -15,6^\circ) \times (6,45 \angle -7,2^\circ)$$

$$\mathbf{E}_R = \mathbf{E}_C = \mathbf{E}_{(R\parallel C)} = Z_{(R\parallel C)} \times \mathbf{I}_s = 123,9 \angle -22,8^\circ \quad (\text{V}).$$

f) Déterminer la tension aux bornes de l'inductance.

$$\mathbf{E}_L = \mathbf{E}_S - \mathbf{E}_R = 120 \angle 0^\circ - 123,9 \angle -22,8^\circ = 48,4 \angle 83,1^\circ \quad (\text{V})$$

ou

$$\mathbf{E}_L = Z_L \times \mathbf{I}_s = (7,54 \angle 90^\circ) \times (6,45 \angle -7,2^\circ) = 48,6 \angle 82,8^\circ \quad (\text{V})$$

g) Calculer le courant dans la résistance.

$$\mathbf{I}_R = \frac{\mathbf{E}_R}{Z_R} = \frac{123,9 \angle -22,8^\circ}{20 \angle 0^\circ} = 6,2 \angle -22,8^\circ \quad (\text{A})$$

h) Déterminer le courant dans le condensateur :

$$\mathbf{I}_C = \frac{\mathbf{E}_C}{Z_C} = \frac{123,9 \angle -22,8^\circ}{71,7 \angle -90^\circ} = 1,73 \angle 67,2^\circ \quad (\text{A})$$

ou

$$\mathbf{I}_C = \mathbf{I}_S - \mathbf{I}_R = (6,45 \angle -7,2^\circ) - (6,2 \angle -22,8^\circ) = 1,73 \angle 66,8^\circ \quad (\text{A})$$

Partie 2 :

a) Calculer la puissance réelle totale absorbée par les trois charges de l'atelier.

$$P_1 = 8000 \text{ W}$$

$$P_2 = 10000 \text{ W}$$

$$P_3 = |S_3| \cdot fp_3 = 15000 \cdot 0,7 = 10500 \text{ W}$$

$$P_{\text{atelier}} = P_1 + P_2 + P_3 = 8000 + 10000 + 10500 = 28500 \text{ W}$$

b) Calculer la puissance réactive totale absorbée ou fournie par les trois charges de l'atelier.

$$Q_1 = 0 \text{ var}$$

$$Q_2 = P_2 \cdot \tan(\cos^{-1}(fp_2)) = 10000 \cdot \tan(+\cos^{-1}(0,8)) = 7500 \text{ var}$$

$$Q_3 = \sqrt{|S_3|^2 - P_3^2} = \sqrt{15000^2 - 10500^2} = 10712 \text{ var}$$

$$Q_{\text{atelier}} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 + 7500 + 10712 = 18212 \text{ var}$$

c) Trouver la puissance apparente totale (sous forme complexe) des trois charges de l'atelier.

$$S_{\text{atelier}} = \sqrt{P_{\text{atelier}}^2 + Q_{\text{atelier}}^2} \angle \left(+ \tan^{-1} \left(\frac{Q_{\text{atelier}}}{P_{\text{atelier}}} \right) \right) = \sqrt{28500^2 + 18212^2} \angle \left(+ \tan^{-1} \left(\frac{18212}{28500} \right) \right)$$

$$S_{\text{atelier}} = 33906 \angle 32,6^\circ \text{ VA}$$

d) Trouver le facteur de puissance de l'ensemble des trois charges de l'atelier.

$$fp_{\text{atelier}} = \frac{P_{\text{atelier}}}{|S_{\text{atelier}}|} = \frac{28500}{33906} = 0,84 \text{ retard } (Q_{\text{atelier}} > 0)$$

e) Déterminer la valeur efficace du courant tiré par l'ensemble des trois charges de l'atelier.

$$I_S = \frac{|S_{\text{atelier}}|}{E_{\text{atelier}}} = \frac{33906}{600} = 56,5 \text{ A}$$

- f) Trouver la valeur efficace de la tension E_S de la source pour maintenir la tension à l'entrée de l'atelier égale à 600 V.

Pertes dans la ligne :

$$P_{\text{ligne}} = X_{\text{ligne}} \cdot I_S^2 = 0,15 \cdot 56,5^2 = 479 \text{ W}$$

$$Q_{\text{ligne}} = X_{\text{ligne}} \cdot I_S^2 = 0,2 \cdot 56,5^2 = 638 \text{ var}$$

Puissances à la source :

$$P_S = P_{\text{atelier}} + P_{\text{ligne}} = 28500 + 479 = 28979 \text{ W}$$

$$Q_S = Q_{\text{atelier}} + Q_{\text{ligne}} = 18212 + 638 = 18850 \text{ var}$$

$$|S_S| = \sqrt{P_S^2 + Q_S^2} = \sqrt{28979^2 + 18850^2} = 34570 \text{ VA}$$

$$E_S = \frac{|S_S|}{I_S} = \frac{34570}{56,5} = 611,9 \text{ V}$$

- g) Calculer la réactance du condensateur connecté en parallèle avec les charges de l'atelier pour ramener le facteur de puissance de l'atelier (condensateur compris) à l'unité.

$$P'_{\text{atelier}} = P_{\text{atelier}} = 28500 \text{ W}$$

$$Q'_{\text{atelier}} = P'_{\text{atelier}} \cdot \tan\left(\cos^{-1}(fp')\right) = 28500 \cdot \tan\left(\cos^{-1}(1,0)\right) = 0 \text{ var}$$

$$Q_C = Q'_{\text{atelier}} - Q_{\text{atelier}} = 0 - 18212 = -18212 \text{ var}$$

$$Q_C = \frac{E_{\text{atelier}}^2}{X_C} \Rightarrow X_C = \frac{E_{\text{atelier}}^2}{Q_C} = \frac{600^2}{-18212} = -19,8 \Omega$$

- h) Déterminer la capacitance du condensateur.

$$C = -\frac{1}{X_C \cdot \omega} = -\frac{1}{-19,8 \cdot 377} = 134 \mu\text{F}$$

- i) Déterminer la valeur efficace du courant tiré par l'ensemble « les trois charges de l'atelier et le condensateur ».

$$I_L = \frac{P'_{\text{atelier}}}{E_{\text{atelier}} \cdot fp'_{\text{atelier}}} = \frac{28500}{600 \cdot 1,0} = 47,5 \text{ A}$$

- j) Trouver la valeur efficace de la tension E_s de la source pour maintenir la tension à l'entrée de l'atelier égale à 600 V après l'ajout du condensateur.

Pertes dans la ligne :

$$P_{\text{ligne}} = X_{\text{ligne}} \cdot I_S^2 = 0,15 \cdot 47,5^2 = 338 \text{ W}$$

$$Q_{\text{ligne}} = X_{\text{ligne}} \cdot I_S^2 = 0,2 \cdot 47,5^2 = 451 \text{ var}$$

Puissances à la source :

$$P_S = P'_{\text{atelier}} + P_{\text{ligne}} = 28500 + 338 = 28838 \text{ W}$$

$$Q_S = Q'_{\text{atelier}} + Q_{\text{ligne}} = 0 + 451 = 451 \text{ var}$$

$$|S_S| = \sqrt{P_S^2 + Q_S^2} = \sqrt{28838^2 + 451^2} = 28842 \text{ VA}$$

$$E_S = \frac{|S_S|}{I_S} = \frac{28842}{47,5} = 607,2 \text{ V}$$