

# 3 Les méthodes à conduction de courant DC

Avec cette section, nous abordons une autre famille de méthodes géophysiques. Elles sont basées sur la mesure du potentiel électrique généré par l'injection d'un courant *continu* (DC) dans le sol. Elles se distinguent de la P.S. où on mesure le potentiel généré naturellement, et de la P.P. (chapitre 4) où on injecte un courant *alternatif* (AC).

## 3.1 Notion de résistivité électrique

La résistance mesure l'opposition au passage d'un courant électrique, et peut permettre de caractériser un matériau. La loi d'Ohm stipule que la résistance électrique est donnée par le quotient du potentiel  $V$  appliqué aux bornes d'un matériau par le courant  $I$  qui circule, soit

$$R = \frac{V}{I}. \quad (3.1)$$

Cependant, en prospection électrique la notion de résistance n'a pas vraiment de signification puisque si on prend deux échantillons de longueur différente du même matériau, ils n'auront pas la même résistance, tandis que deux échantillons de matériaux différents peuvent présenter la même valeur. Puisque la résistance dépend de la géométrie du corps, on doit se baser sur une propriété qui, tout en caractérisant la facilité laisser passer le courant, est indépendante de la géométrie de l'échantillon choisi. Cette propriété s'appelle la *résistivité électrique*  $\rho$  et est reliée à la résistance par

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad (3.2)$$

pour un prisme rectangulaire de longueur  $L$  et de section  $A$  (figure 3.1). L'inverse de la résistivité est appelée la conductivité électrique ( $\sigma = 1/\rho$ ) et ses unités des mho/m ou siemens/m.

Notons que la loi d'Ohm sous la forme exprimée à l'équation (3.1) est une forme simplifiée de la forme générale qui s'écrit

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}, \quad (3.3)$$

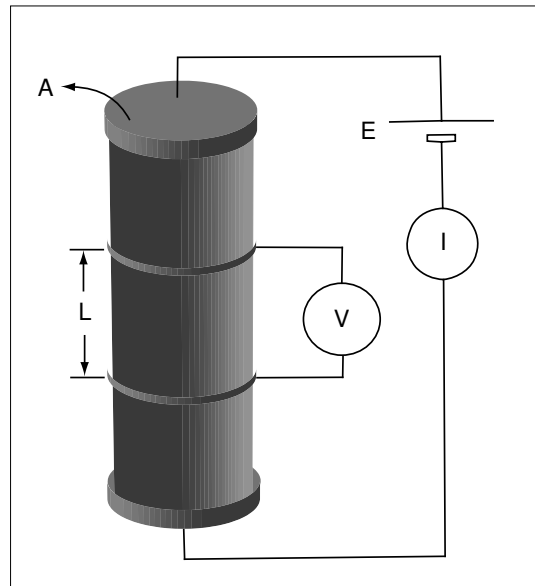


Figure 3.1: Mesure de la résistivité en laboratoire.

où  $\vec{J}$  est la densité de courant (courant par unité de surface traversée  $\vec{J} = I/A$  (ampères/m<sup>2</sup>)), et  $\vec{E}$  est le champ électrique. Par définition  $\vec{E}$  est le gradient du potentiel  $V$  ( $V$  est une fonction scalaire)

$$\nabla V = \frac{\partial V}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \hat{k} = -\vec{E} \quad (3.4)$$

Si on réécrit la loi d'Ohm pour le cylindre de la figure 3.1, on a alors  $\vec{E} = V/L$ , d'où

$$\begin{aligned} V &= RI \\ \vec{E}L &= R \cdot \vec{J}A \\ \vec{E} &= \underbrace{\frac{RA}{L}}_{\rho} \cdot \vec{J}, \end{aligned} \quad (3.5)$$

et

$$\rho = \frac{\vec{E}}{\vec{J}} \quad \Omega\text{m}. \quad (3.6)$$

### Exemple 3.1 – Calcul de la résistivité d'un échantillon de grès

Soit :  $L = 20$  cm

$\phi = 3$  cm

$V = 6$  V

$I = 4.1 \times 10^{-6}$  A

On calcule

$$\begin{aligned} E &= \frac{6 \text{ V}}{0.2 \text{ m}} = 30 \text{ V/m} \\ J &= \frac{4.1 \times 10^{-6} \text{ A}}{\pi \cdot 0.0015^2 \text{ m}^2} = 5.8 \times 10^{-3} \text{ A/m}^2 \\ \rho &= \frac{E}{J} = \frac{30}{5.8 \times 10^{-3}} \frac{\text{V m}^2}{\text{m A}} = 5172 \text{ } \Omega\text{m} \end{aligned}$$

## 3.2 Résistivité des roches et des minéraux

La résistivité électrique est la propriété physique qui montre les plus forts contrastes en géophysique. Par exemple, l'argent natif présente une résistivité de  $1.6 \times 10^{-8} \Omega\text{m}$ , alors que celle du soufre est de  $10^{16} \Omega\text{m}$ . On a donc  $10^{24}$  ordres de grandeur de différence entre les deux.

On distingue trois grandes classes de conducteurs :

- $10^3 - 1 \Omega\text{m}$  : bon conducteurs,
- $1 - 10^7 \Omega\text{m}$  : conducteurs intermédiaires,
- $10^7 - \infty$  : faibles conducteurs.

Les variations de résistivité *pour un minéral particulier* sont énormes, et peuvent dépendre des impuretés et des cristaux. En général, dans les roches ignées, la résistivité apparente est élevée. Si la roche est saine, peu fracturée, pas poreuses, peu de fluide y circule et elle sera très résistante. Les fractures diminuent la résistivité.

Dans les sédiments et roches sédimentaires, la résistivité est généralement plus faible. Plus ces roches sont vieilles, tassées et profondes, plus la porosité diminue et la résistivité est élevée. En fait, le facteur déterminant de la résistivité d'un sol est la teneur en eau. La formule d'Archie relie la  $\rho_a$  et la teneur en eau. C'est une relation empirique de la forme

$$\rho_a = IF\rho_w = a\rho_w\phi^{-m}S^{-n} \quad (3.7)$$

Tableau 3.1: Valeurs à utiliser avec la formule d'Archie

Description de la roche	a	m
Roche détritique faiblement cimentée, présentant une porosité entre 25 et 45%	0.88	1.37
Roche sédimentaire modérément cimentée, présentant une porosité entre 18 et 35%	0.62	1.72
Roche sédimentaire bien cimentée, présentant une porosité entre 5 et 25%	0.62	1.95
Roche volcanique à porosité élevée, de 20 à 80%	3.5	1.44
Roches à très faible porosité, moins de 4 %	1.4	1.58

où  $\rho_w$  est la résistivité de l'eau contenue dans les pores,  $F$  est le facteur de formation et est égal à  $a\phi^{-m}$  et  $I$  est l'index de résistivité et vaut  $S^{-n}$ . Le terme  $m$  est appelé facteur de cimentation,  $\phi$  est la porosité efficace et  $S$  est la saturation. Le terme  $n$  vaut approximativement 2. On retrouve au tableau 3.1 les valeurs de  $a$  et  $m$  à utiliser pour différents types de roche. La résistivité de l'eau fraîche est d'environ 20  $\Omega\text{m}$ , alors que celle de l'eau de mer est de 0.5  $\Omega\text{m}$ .

### Exemple 3.2 – Calcul de la résistivité par la formule d'Archie

Pour un sable ayant une porosité de 30% saturé d'eau fraîche de résistivité égale à 20  $\Omega\text{m}$ , la résistivité de la formation sera

$$\rho_a = \frac{1}{1} \frac{a}{0.3^{1.3}} \cdot 20 = 96 \Omega\text{m}$$

Si la formation est saturée d'eau de mer à 0.5  $\Omega\text{m}$ , alors  $\rho_a$  vaut 2.4  $\Omega\text{m}$ . Si le sable est sec,  $\rho_a$  vaut environ  $10^3 - 10^4 \Omega\text{m}$ .

## 3.2.1 Résistivité de quelques minéraux

En plus de la liste ci-dessous, on retrouve en annexe A différents tableaux regroupant les valeurs des résistivités de plusieurs roches et minéraux.

- Bons conducteurs ( ~~$10^6$  à  $10^2 \Omega\text{m}$~~ )
  - les métaux : .....  ~~$2 \times 10^6 \Omega\text{m}$~~
  - or, argent, cuivre.
  - la plupart des sulfures, quelques oxydes : .....  ~~$10^{-3}$  à  $10^2 \Omega\text{m}$~~   
pyrite, chalcopirite, chalcosine, pyrrhotine,  
galène, bornite, molybdénite, magnétite, cuprite.
- Conducteurs intermédiaires ( ~~$10^2$  à  $10^3 \Omega\text{m}$~~ )
  - la plupart des oxydes, quelques sulfures : .....  ~~$10^3$  à  $10^8 \Omega\text{m}$~~   
hématite, limonite, serpentine, sphalérite,  
stibine, cinabre.
- Faibles conducteurs ( ~~$10^{10}$  à  $10^{17} \Omega\text{m}$~~ )
  - les minéraux non métalliques : .....  ~~$10^{12}$  à  $10^{17} \Omega\text{m}$~~   
gypse, quartz, sel (NaCl), soufre,  
sillicites, phosphates, arborates,  
nitrates, sulphates, etc.
- Exception : la graphite
  - graphite pure : .....  ~~$10^3 \Omega\text{m}$~~
  - graphite dans les schistes : ..... 0.5 à 350  $\Omega\text{m}$
  - charbon : .....  $10^4$  à  $10^7 \Omega\text{m}$
  - huile : .....  $10^{11}$  à  $10^{18} \Omega\text{m}$

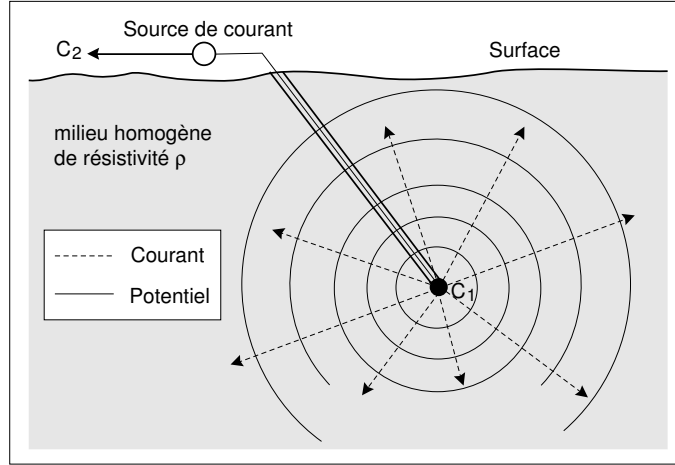


Figure 3.2: Potentiel généré par l'injection de courant dans un milieu infini, homogène et isotrope.

### 3.3 Distribution du potentiel électrique dans les sols

#### 3.3.1 Milieu infini, homogène et isotrope

Soit une source ponctuelle  $P$  émettant un courant  $I$  et créant ainsi un potentiel  $V$  en un point  $M(x, y, z)$  (figure 3.2). Le potentiel  $V$  obéit à l'équation de Laplace.

$$\nabla^2 V = 0 \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad (3.9)$$

Notons que l'expression (3.9) découle de la loi d'Ohm exprimée en fonction du champ électrique  $\vec{E}$  et de la densité de courant  $\vec{J}$  (équation (3.3)). Sachant que  $-\nabla V = \vec{E}$  et qu'il n'y a pas d'accumulation de charge dans le système ( $\nabla \cdot \vec{J} = 0$ ), on peut écrire

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (\sigma \vec{E}) &= 0 \\ \nabla \cdot (\sigma \nabla V) &= 0 \\ \nabla \sigma \cdot \nabla V + \sigma \nabla^2 V &= 0. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Puisque la conductivité  $\sigma$  est constante dans le médium, le premier terme de l'équation est nul et il reste  $\nabla^2 V = 0$ .

Par ailleurs, pour une conductivité  $\sigma$  constante (milieu homogène et isotrope), le laplacien de  $V$  est égal à zéro. Parce que tout le système est symétrique, le potentiel n'est fonction que de  $r$ , la distance à l'électrode. Sous ces conditions, l'équation de Laplace en coordonnées sphériques se simplifie à

$$\nabla^2 V = \frac{d^2 V}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dV}{dr} = 0, \quad (3.11)$$

avec  $x = r \sin \theta \cos \phi$ ,  $y = r \sin \theta \sin \phi$  et  $z = r \cos \theta$ . On a alors

$$r^2 \frac{d^2 V}{dr^2} = -\frac{2r}{dr}.$$

Posons  $u = \frac{dV}{dr}$ , donc

$$\frac{du}{dr} = -\frac{2}{r}u$$

et

$$\frac{du}{u} = -2 \frac{dr}{r}$$

En intégrant, on obtient ( $A$  est une constante d'intégration)

$$\ln u = -2 \ln r + \ln A$$

et

$$u = Ar^{-2}$$

et finalement,

$$\frac{dV}{dr} = \frac{A}{r^2}.$$

En intégrant encore,

$$V = -\frac{A}{r} + B \quad (3.12)$$

où  $A$  et  $B$  sont des constantes d'intégration.

Puisque  $V$  est nul si  $r$  tend vers l'infini, alors  $B$  est égal à zéro. Comment trouver  $A$ ? Il suffit de relier le potentiel  $V$  au courant  $I$ , connu par la loi d'Ohm. Le courant suit un chemin radial provenant de l'électrode. Le courant traversant une surface sphérique ( $4\pi r^2$ ) est donc égal à

$$I = 4\pi r^2 \cdot \vec{J}. \quad (3.13)$$

En utilisant (3.3) et  $\vec{E} = -\nabla V = -\frac{dV}{dr} = -\frac{A}{r^2}$ , on a  $J = -\frac{\sigma A}{r^2}$  et  $I = 4\pi r^2 \cdot \frac{-\sigma A}{r^2}$ . Ainsi  $A = \frac{-I\rho}{4\pi}$ , alors

$$V = \frac{I\rho}{4\pi} \frac{1}{r}, \quad (3.14)$$

ou bien  $\rho = 4\pi r \frac{V}{I}$ . Les équipotentielles sont donc sphériques puisqu'elles ne dépendent que de  $r$ .

### 3.3.2 Une seule électrode à la surface

Il s'agit du cas du demi-espace homogène (figure 3.3). Le potentiel est toujours donné par (3.12). On a, comme auparavant,  $V$  nul si  $r$  tend vers l'infini, et alors  $B$  est toujours égal à zéro. Pour trouver  $A$ , on emploie le même stratagème que précédemment, à la différence que la surface est celle d'une demi-sphère ( $2\pi r^2$ ), et

$$I = 2\pi r^2 \cdot \vec{J}.$$

Ainsi,  $I = 2\pi r^2 \cdot -\frac{\sigma A}{r^2}$ , d'où  $A = -\frac{I\rho}{2\pi}$ . Dans ce cas

$$V = \frac{I\rho}{2\pi} \frac{1}{r} \quad (3.15)$$

ou  $\rho = \frac{2\pi r V}{I}$ .

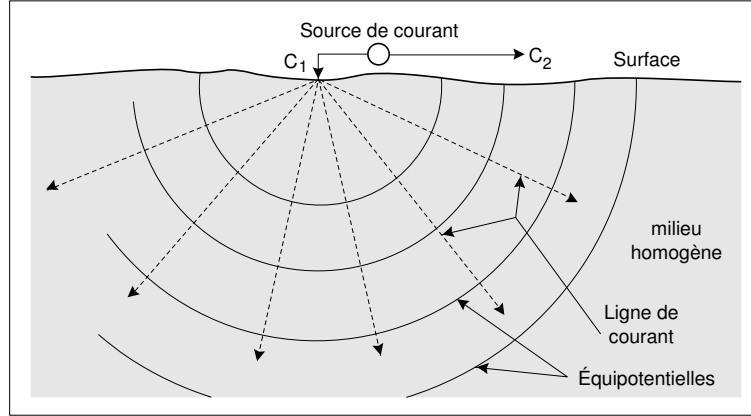


Figure 3.3: Potentiel généré par l'injection de courant dans un demi-espace homogène et isotrope.

### 3.3.3 Deux électrodes à la surface

Lorsque la distance entre deux électrodes du courant est finie, le potentiel en un point  $P_1$  est affecté par ces deux électrodes (figure 3.4). Le potentiel au point  $P_1$  dû à l'électrode  $C_1$  est

$$V_1 = \frac{I\rho}{2\pi r_1},$$

et le potentiel au point  $P_1$  dû à l'électrode  $C_2$  est

$$V_2 = -\frac{I\rho}{2\pi r_2},$$

puisque le courant qui sort par une électrode est égal au courant qui entre par l'autre électrode, on peut écrire que  $I_1 = -I_2$ . Le voltage total à  $P_1$  est

$$V_1 + V_2 = \frac{I\rho}{2\pi} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

Ainsi, la différence de potentiel  $\Delta V$  entre deux électrodes de potentiel sera

$$\Delta V = \{(V_1 + V_2) - (V_3 + V_4)\},$$

ou encore

$$\Delta V = \frac{I\rho}{2\pi} \left[ \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) - \left( \frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_4} \right) \right]. \quad (3.16)$$

### 3.3.4 Lignes d'électrodes à la surface

Soit une ligne d'électrode de longueur  $l$  injectant un courant  $I$  dans le sol. Si le contact est bon, le courant est perpendiculaire à la ligne d'électrode et on a peu d'effet de bouts. Les équipotentiels sont alors des demi-cylindres de longueur  $l$  et de rayon  $r$ . L'équation de Laplace, en coordonnée cylindrique, se simplifie à

$$\nabla^2 V = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dV}{dr} \right) = 0$$

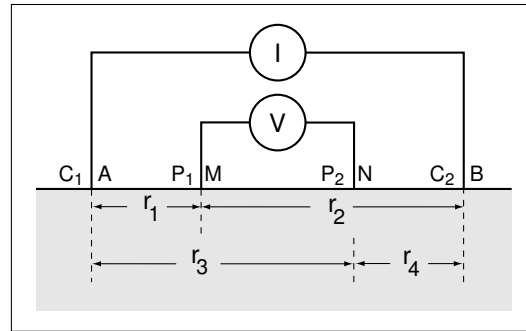


Figure 3.4: Dispositif à quatre électrodes en surface.

où  $x = r \cos \phi$  et  $y = r \sin \phi$ . On a ainsi

$$\frac{dV}{dr} = \frac{A}{r}$$

ou encore  $V = A \ln r$ . Encore une fois, comment trouver  $A$ ? Toujours avec le courant  $I$ , qui exprimé en fonction de  $\vec{J}$  donne dans ce cas

$$\begin{aligned} \vec{J} &= \frac{I}{\frac{2\pi r l}{2}} \\ &= \frac{I}{\pi r l} \end{aligned}$$

Sachant que  $\vec{J} = -\sigma \nabla V$ , on peut dire que

$$\begin{aligned} \frac{I}{\pi r l} &= -\sigma \nabla V \\ &= -\sigma \frac{A}{r}, \end{aligned}$$

d'où  $A = -\frac{I\rho}{\pi l}$  et

$$V = -\frac{I\rho}{\pi l} \ln r. \quad (3.17)$$

S'il y a deux électrodes (figures 3.5 et 3.6), on a alors  $V_{l_1} = -\frac{I\rho}{\pi l} \ln(r_1)$  et  $V_{l_2} = \frac{I\rho}{\pi l} \ln(r_2)$ , ce qui donne à  $P_1$

$$\begin{aligned} V_{P_1} &= \frac{I\rho}{\pi l} \ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right) \\ &= -\frac{I\rho}{\pi l} \ln \left( \frac{r_1}{r_2} \right) \end{aligned} \quad (3.18)$$

Pour  $P_2$

$$V_{P_2} = \frac{I\rho}{\pi l} \ln \left( \frac{r_3}{r_4} \right)$$

La différence de potentiel mesurée sera ainsi

$$\begin{aligned} \Delta V &= -\frac{I\rho}{\pi l} \left[ \ln \left( \frac{r_1}{r_2} \right) - \ln \left( \frac{r_3}{r_4} \right) \right] \\ &= -\frac{I\rho}{\pi l} \ln \left( \frac{r_1 r_4}{r_2 r_3} \right) \end{aligned} \quad (3.19)$$

Notons que lorsque les produits  $r_1 r_4$  et  $r_2 r_3$  sont égaux, la différence de potentiel est nulle ( $\Delta V = 0$ ).

### 3.4 Distribution du courant électrique dans les sols

Il est intéressant d'examiner comment le courant électrique se distribue dans les sols sous l'effet de potentiels externes, car cela permet de comprendre une caractéristique importante des méthodes DC : la profondeur d'investigation.

On a, par la loi d'ohm,

$$\begin{aligned} \vec{J} &= \sigma \vec{E} \\ &= -\frac{1}{\rho} \nabla V \\ &= -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial z} \right) \end{aligned}$$

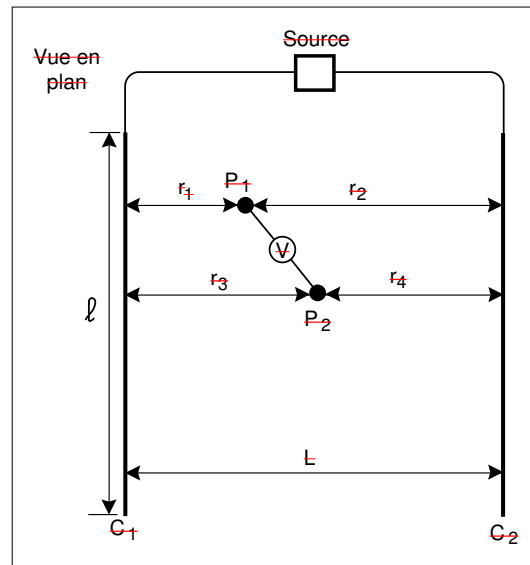


Figure 3.5: Mesure du potentiel avec des lignes de courant en surface.

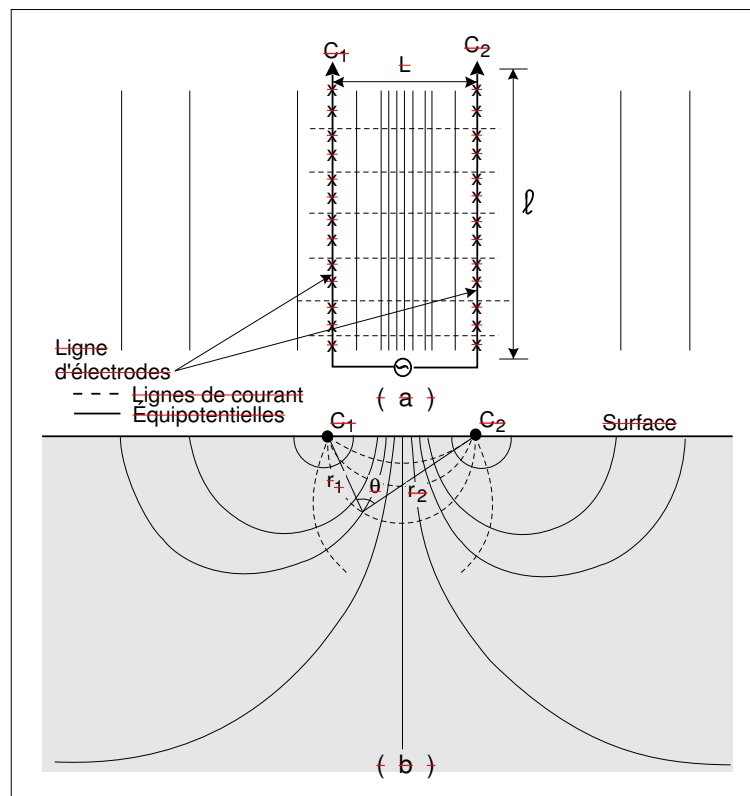


Figure 3.6: Distribution du potentiel avec des lignes de courant en surface. (a) Vue en plan, (b) vue en coupe.



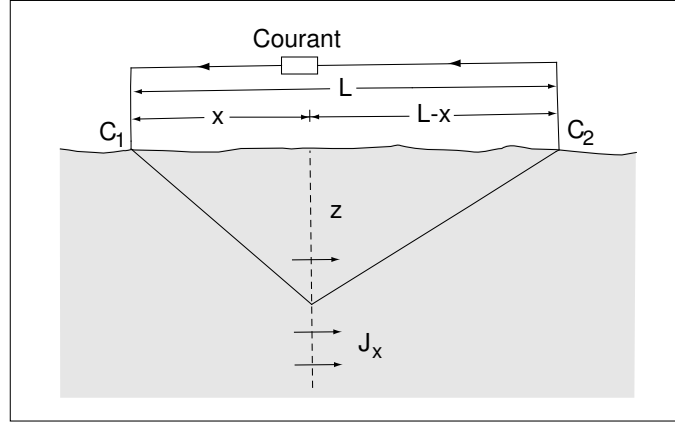


Figure 3.7: Dispositif d'injection à deux électrodes.

Pour deux électrodes à la surface (figure 3.7), on a

$$V = \frac{I\rho}{2\pi} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right),$$

avec pour dérivée selon  $x$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial x} &= \frac{I\rho}{2\pi} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{r} \right) \\ &= \frac{I\rho}{2\pi} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \right) \frac{\partial r}{\partial x}. \end{aligned}$$

La composante horizontale  $J_x$  pour le système à deux électrodes est donc

$$\begin{aligned} J_x &= -\frac{1}{\rho} \left( \frac{I\rho}{2\pi} \right) \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \\ &= -\frac{I}{2\pi} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r_1} \right) \frac{\partial r}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r_2} \right) \frac{\partial r}{\partial x} \right]. \end{aligned} \quad (3.20)$$

De plus,  $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ , d'où  $2r \frac{dr}{dx} = 2x$  et  $\frac{dr}{dx} = \frac{x}{r}$ . Alors

$$\begin{aligned} J_x &= -\frac{I}{2\pi} \left( -\frac{1}{r_1^2} \frac{x}{r_1} + \frac{1}{r_2^2} \frac{x-L}{r_2} \right) \\ &= \frac{I}{2\pi} \left( \frac{x}{r_1^3} - \frac{x-L}{r_2^3} \right). \end{aligned} \quad (3.21)$$

Si l'on se place sur le plan médian, alors  $r_1 = r_2 = r$  et  $x = L/2$ , ce qui nous permet d'écrire

$$\begin{aligned} J_x &= \frac{I}{2\pi} \left( \frac{L}{r^3} \right) \\ &= \frac{I}{2\pi} \frac{L}{\left( z^2 + \frac{L^2}{4} \right)^{3/2}} \end{aligned} \quad (3.22)$$

La figure 3.8 montre comment évolue la densité de courant sur un plan vertical situé à  $x$  en fonction de la profondeur  $z$  et de l'écartement  $L$  des électrodes d'injection (voir figure 3.7). Le trait continu décrit la densité de courant en fonction de la profondeur lorsque l'écartement  $L$  est constant. On remarque que la densité diminue très rapidement (moitié de sa valeur en surface à  $z/L = 0.8$ ). Cette

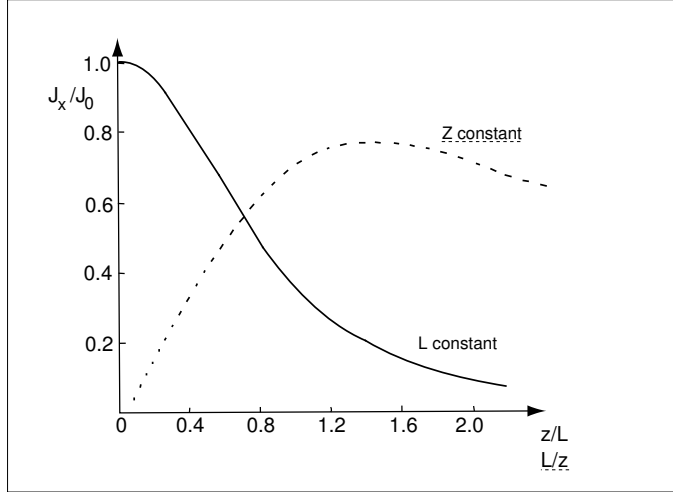


Figure 3.8: Densité de courant en fonction de la profondeur et de l'écartement des électrodes ( $J_0$  est  $J_x$  à  $z = 0$ ).

figure nous dit également que, pour une profondeur donnée, la densité de courant sera maximale pour un écartement donné (trait pointillé).

On peut voir ce phénomène du point de vue du courant  $\mathbf{I}$  (et non pas  $\mathbf{J}$ ). La fonction de courant passant par une partie du plan vertical est donné par intégration de l'élément de courant  $\delta I_x$  suivant

$$\delta I_x = J_x dy dz = \frac{I}{2\pi} \frac{L}{\left\{ (L/2)^2 + y^2 + z^2 \right\}^{3/2}} dy dz \quad (3.23)$$

Ainsi,

$$\begin{aligned} \frac{I_x}{I} &= \frac{L}{2\pi} \int_{z_1}^{z_2} dz \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dy}{\left\{ (L/2)^2 + y^2 + z^2 \right\}^{3/2}} \\ &= \frac{2}{\pi} \left( \tan^{-1} \frac{2z_2}{L} - \tan^{-1} \frac{2z_1}{L} \right). \end{aligned} \quad (3.24)$$

Lorsque  $L = 2z_1$  et  $z_2 = \infty$ ,

$$\frac{I_x}{I} = 1 - \frac{2}{\pi} \tan^{-1} 1 = 1 - \frac{2}{\pi} \frac{\pi}{4} = 0.5.$$

La figure 3.9 montre que presque la moitié du courant injecté se propageant dans la direction  $x$  ( $I_x/I \approx 0.5$ ) se propage à une profondeur inférieure à la moitié de l'écartement ( $L/z = 2$ ). À  $z = L$ , il ne reste guère que 30% du courant à circuler sous  $z$ . Ceci a pour incidence première qu'il peut être très difficile d'aller chercher des données à grande profondeur lorsque les points d'injection du courant sont en surface.

La figure 3.10 schématise le patron de propagation du courant dans le cas d'un sol homogène. On remarque d'abord que les lignes de courant (pointillées) sont de plus en plus éloignées les unes des autres à mesure qu'on s'éloigne des électrodes (la densité de courant diminue). On remarque également que les lignes de voltage changent de signe au milieu de la géométrie.

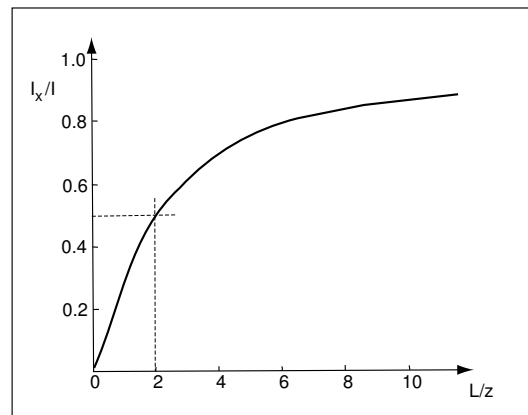


Figure 3.9: Fraction du courant circulant sous  $z$  pour un écartement  $L$ .

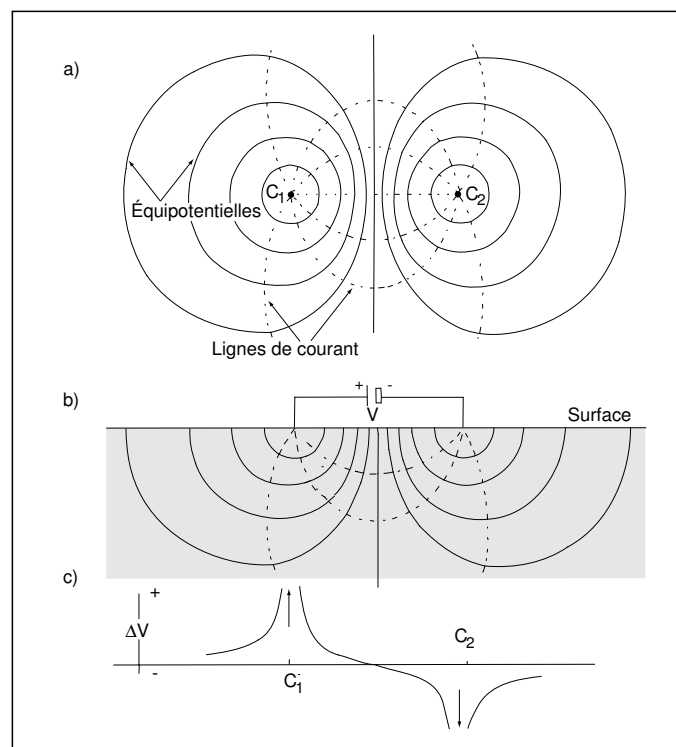


Figure 3.10: Lignes de courant et équipotielles pour deux électrodes d'injection au dessus d'un sol homogène. a) vue en plan, b) vue en coupe, c) voltage le long de l'axe recoupant  $C_1$  et  $C_2$ .

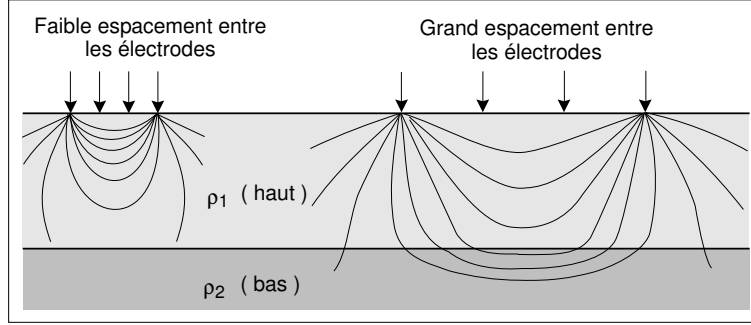


Figure 3.12: Pénétration du courant électrique dans un sol tabulaire.

### 3.5 Effet des hétérogénéité dans le sol sur le potentiel électrique

#### 3.5.1 Distorsion du courant à l'interface d'un plan

On a dit que pour un courant se propageant dans le sol, le potentiel produit obéit à l'équation de Laplace (3.9). Il y a deux conditions aux frontières qui doivent être respectées au contact de deux milieux de conductivités différentes :

1. le potentiel est continu à l'interface ;
2. la densité de courant perpendiculaire à l'interface est continue  $J_n^{(1)} = J_n^{(2)}$ .

Puisque  $V^{(1)} = V^{(2)}$ , le gradient selon  $z$ ,  $\frac{\partial V}{\partial z}$ , est aussi continu et  $(\frac{\partial V}{\partial z})^{(1)} = (\frac{\partial V}{\partial z})^{(2)}$ . En terme du champ  $\vec{E}$ , on a

$$\begin{aligned} E_t^{(1)} &= E_t^{(2)} \\ \sigma_1 E_n^{(1)} &= \sigma_2 E_n^{(2)}. \end{aligned} \quad (3.25)$$

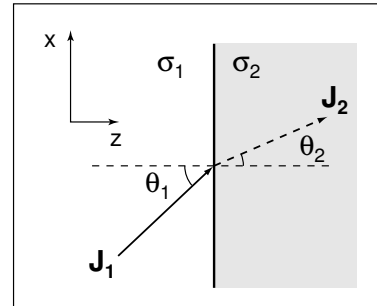
Si on a un courant de densité  $\vec{J}_1$  dans un milieu 1 qui rencontre une interface avec un angle  $\theta_1$  par rapport à la normale de l'interface (figure 3.11), on peut trouver la direction du courant dans le milieu 2.

$$\begin{aligned} E_t^{(1)} &= E_t^{(2)} \\ J_{z1} &= J_{z2} \\ J_{x1}\rho_1 &= J_{x2}\rho_2 \quad (J = -\sigma\nabla V) \\ \tan \theta_1 &= \frac{J_{x1}}{J_{z1}} \\ \tan \theta_2 &= \frac{J_{x2}}{J_{z2}} \end{aligned}$$

d'où

$$\frac{\tan \theta_1}{\tan \theta_2} = \frac{J_{x1}}{J_{z1}} \frac{J_{z2}}{J_{x2}} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \quad (3.26)$$

Ainsi, les lignes de courant sont déviées en traversant une frontière. Si  $\rho_1 < \rho_2$ , les lignes sont déviées vers la normale ; si  $\rho_1 > \rho_2$ , les lignes sont déviées vers l'interface. C'est pour cette raison qu'il est difficile d'avoir une bonne pénétration. Lorsque la couche inférieure est conductrice, le courant a tendance à suivre cette couche (figure 3.12).

Figure 3.11: Distorsion du courant à une interface plane où  $\rho_1 < \rho_2$ .

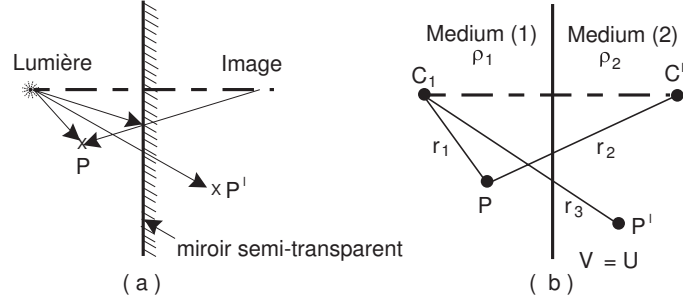


Figure 3.13: Analogie entre les images optique et électrique.

### 3.5.2 Distorsion du potentiel à l'interface d'un plan

#### Image des sources

Soient deux demi-espaces de résistivités  $\rho_1$  et  $\rho_2$  séparés par une surface plane (figure 3.13). Puisque le passage du courant est dévié en passant d'un médium à l'autre, les équipotentielles le seront également. On peut trouver le champ de potentiel résultant en résolvant l'équation de Laplace. Il est cependant plus facile d'utiliser, en analogie avec la physique optique, la méthode des images. (Cette méthode n'est valide que pour un nombre limité de cas, dont les frontières planes).

Assimilons la source de courant  $I$  à une source de lumière et le plan séparant les deux milieux à un miroir semi-transparent. Un observateur placé en  $P$  sera éclairé par la lumière venant directement de la lumière, et une fraction  $k$  de la lumière sera réfléchié par le miroir. Un observateur en  $P'$  verra la fraction  $1 - k$  de lumière traversant le miroir. Par analogie avec l'équation (3.14), on aura, à  $P$

$$\begin{aligned} V &= \frac{\rho_1 I}{4\pi} \frac{1}{r_1} + \frac{\rho_1 I}{4\pi} \frac{k}{r_2} \\ &= \frac{\rho_1 I}{4\pi} \left( \frac{1}{r_1} + \frac{k}{r_2} \right) \end{aligned} \quad (3.27)$$

À  $P'$ , un point quelconque dans le milieu 2

$$V' = \frac{\rho_2 I}{4\pi} \frac{1-k}{r_3}.$$

Lorsque le point  $P$  est sur l'interface,  $P = P'$ , et  $r_1 = r_2 = r_3$ , et à cause des conditions frontières  $V = V'$ , d'où

$$\begin{aligned} \frac{\rho_1 I}{4\pi} \left( \frac{1}{r_1} + \frac{k}{r_2} \right) &= \frac{\rho_2 I}{4\pi} \frac{(1-k)}{r_3}, \\ \rho_1 \left( \frac{1+k}{r} \right) &= \rho_2 \left( \frac{1-k}{r} \right), \\ \frac{\rho_1}{\rho_2} &= \frac{1-k}{1+k}, \end{aligned}$$

où  $k$  définie le coefficient de réflexion

$$k = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}. \quad (3.28)$$

Par définition,  $-1 < k < 1$ , et dépend du contraste entre  $\rho_2$  et  $\rho_1$ .

On peut mettre à contribution la théorie des images pour calculer le potentiel à la surface d'un terrain à couches horizontales (homogène et isotrope), ce qui est le cas qui nous intéresse lors d'interprétation de sondages.

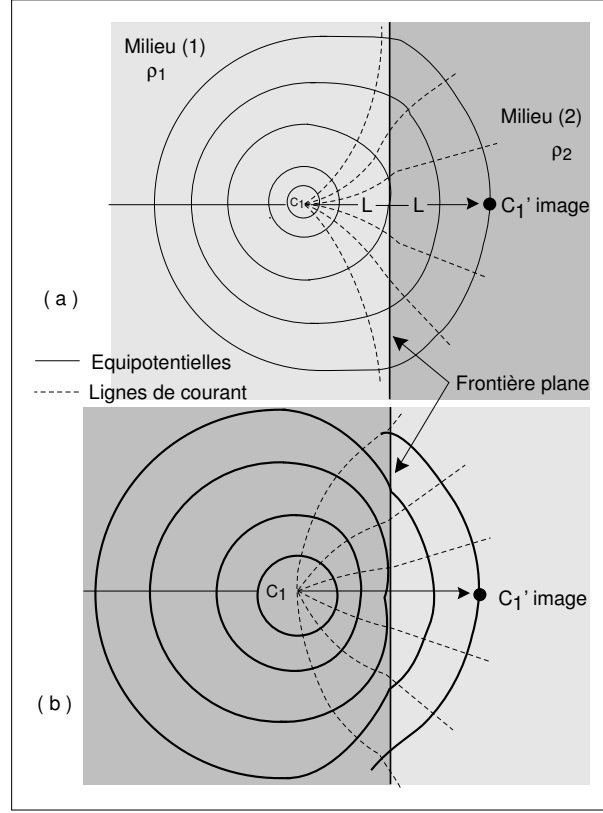


Figure 3.14: Distorsion du potentiel à l'interface d'un plan.

### Cas bi-couche

L'électrode est à la surface du sol et on désire calculer le potentiel en  $M$ , également à la surface du sol, comme à la figure 3.15. Soient deux terrains de résistivités  $\rho_1$  et  $\rho_2$ , distants de  $z$ . Il y a une infinité d'images au-dessus et au-dessous de l'électrode de courant. L'image originale  $C_1$  se reflète sur  $P_1$  en  $C_1^I$  avec un coefficient de réflexion  $k$ . À son tour, l'image  $C_1^I$  se reflète sur  $P_0$  en  $C_1^{II}$  avec un coefficient de réflexion  $(k \times 1)$ . Ensuite,  $C_1^{II}$  se reflète sur  $P_1$  en  $C_1^{III}$  avec un coefficient de réflexion  $(k \times 1 \times k)$ .  $C_1^{III}$  se reflète sur  $P_0$  en  $C_1^{IV}$  avec un coefficient de réflexion  $(k \times 1 \times k \times 1)$ , et ainsi de suite.

Le potentiel résultant en  $M$  est donc

$$\begin{aligned} V_M &= \frac{\rho_1 I}{2\pi} \left( \frac{1}{r} + \frac{k}{r_1} + \frac{k}{r_1} + \frac{k^2}{r_2} + \dots + \frac{k^n}{r_n} + \frac{k^n}{r_n} + \dots \right) \\ &= \frac{\rho_1 I}{2\pi} \left( \frac{1}{r} + \frac{2k}{r_1} + \frac{2k^2}{r_2} + \dots + \frac{2k^n}{r_n} \right) \end{aligned} \quad (3.29)$$

avec  $r_1 = \sqrt{r^2 + (2z)^2}$ ,  $r_2 = \sqrt{r^2 + (4z)^2}$ ,  $r_n = \sqrt{r^2 + (2nz)^2}$ , ce qui donne finalement

$$V_M = \frac{\rho_1 I}{2\pi r} \left( 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k^n}{\sqrt{1 + (2nz/r)^2}} \right). \quad (3.30)$$

Pour un dispositif  $AMNB$ ,  $\Delta V = [(V_1 + V_2) - (V_3 + V_4)]$ . Par exemple, pour un dispositif Wen-

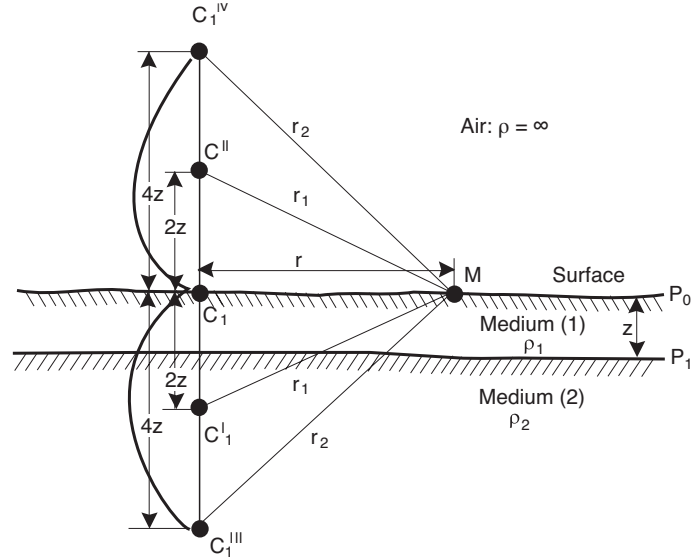


Figure 3.15: Méthode des images pour un sol à deux couches.

ner avec un écartement  $a$  entre les électrodes, on aura, en  $M$

$$\begin{aligned} V_M &= \frac{\rho_1 I}{2\pi} \left[ \frac{1}{a} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k^n}{\sqrt{1 + (2nz/a)^2}} - \frac{1}{2a} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k^n}{\sqrt{1 + (nz/a)^2}} \right] \\ &= \frac{\rho_1 I}{2\pi} \left[ \frac{1}{a} - \frac{1}{2a} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} k^n \left( \frac{1}{\sqrt{1 + (2nz/a)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 + (nz/a)^2}} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.31)$$

Pour l'électrode  $N$ , on trouve de façon similaire

$$\begin{aligned} V_N &= \frac{\rho_1 I}{2\pi} \left[ \frac{1}{2a} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k^n}{\sqrt{1 + (nz/a)^2}} - \frac{1}{a} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k^n}{\sqrt{1 + (2nz/a)^2}} \right] \\ &= \frac{\rho_1 I}{2\pi} \left[ \frac{1}{2a} - \frac{1}{a} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} k^n \left( \frac{1}{\sqrt{1 + (nz/a)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 + (2nz/a)^2}} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.32)$$

et finalement

$$\Delta V_{MN} = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \left[ \frac{1}{a} + 4 \sum_{n=1}^{\infty} k^n \left( \frac{1}{\sqrt{1 + (2nz/a)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 + (nz/a)^2}} \right) \right]. \quad (3.33)$$

Puisque  $\rho_a = 2\pi a \frac{\Delta V}{I}$ , on aura

$$\rho_a = \rho_1 \left[ 1 + 4a \sum_{n=1}^{\infty} k^n \left( \frac{1}{\sqrt{1 + (2nz/a)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 + (nz/a)^2}} \right) \right]. \quad (3.34)$$

On peut ainsi calculer le rapport  $\frac{\rho_a}{\rho_1}$  en fonction de  $\frac{z}{r}$ .

### Cas de terrain à $n$ couches

Le calcul est possible pour  $n$  couches. La mise en équation fait alors appel à un grand nombre d'images et les calculs sont très longs, mais toujours possibles. Notons que plusieurs techniques

mathématiques permettent de transformer le problème et de le résoudre plus facilement d'une autre façon. L'important est de savoir qu'il est mathématiquement possible de trouver une solution pour un terrain à  $n$  couches.

## 3.6 L'exploration verticale du sol : les sondages

### 3.6.1 Généralités

On a vu que pour un sous-sol homogène et isotrope, il est possible de trouver la résistivité du milieu en injectant du courant et en mesurant le  $\Delta V$  ainsi créé. Pour un dispositif comme celui de la figure 3.4, la résistivité  $\rho$  se trouve par la relation

$$\rho = \frac{\Delta V}{I} \underbrace{\left[ \frac{2\pi}{\frac{1}{AM} - \frac{1}{AN} - \frac{1}{BM} + \frac{1}{BN}} \right]}_K, \quad (3.35)$$

où  $K$  est un facteur géométrique du dispositif d'électrode, et où les unités sont :

- $I = \text{mA}$ ,
- $\Delta V = \text{mV}$ ,
- $\rho = \Omega\text{m}$ ,
- distances = m.

Jusqu'ici, nos calculs de la résistivité du sol se sont basés sur l'hypothèse d'un sous-sol homogène et isotrope. Or, il n'en est rien en réalité. Le but de la prospection électrique est justement de permettre au géophysicien de se faire une image de la structure et des hétérogénéités du sol. L'exploration par méthode à courant continu se fait de deux façons :

1. sondages électriques : exploration verticale ;
2. profilage (traîné électrique) : exploration horizontale.

L'examen de sous-sols hétérogènes va nous amener à définir la notion de résistivité apparente ( $\rho_a$ ). Si dans un sous-sol hétérogène quelconque on injecte un courant  $I$  à l'aide d'un dipôle  $AB$  et qu'on mesure une différence de potentiel  $\Delta V$  à l'aide d'un dipôle  $MN$ , chacune de ces quatre électrodes étant placée n'importe où, alors la résistivité apparente  $\rho_a$  est donnée par

$$\rho_a = \frac{\Delta V}{I} \frac{2\pi}{\frac{1}{AM} - \frac{1}{AN} - \frac{1}{BM} + \frac{1}{BN}}, \quad (3.36)$$

et correspond à la résistivité d'un sous-sol homogène pour lequel on mesurerait les mêmes valeurs  $\Delta V$  et  $I$  pour le même dispositif d'électrodes. La résistivité apparente a donc la dimension d'une résistivité et est exprimée en  $\Omega\text{m}$ .

La résistivité apparente n'est pas caractéristique d'un site donné car elle dépend du dispositif d'électrodes employé. La valeur de  $\rho_a$  n'a par conséquent aucune signification en soi (mesure relative). On peut lui donner un sens en la comparant à d'autres valeurs

1. quantitativement : sondages électriques sur terrains tabulaires ;
2. qualitativement : cas des traînés électriques.



### 3.6.2 Principe

Lorsqu'on injecte un courant dans le sol, les filets de courant pénètrent à une profondeur théoriquement infinie. On a cependant démontré que pour une longueur de ligne  $AB$  constante, la densité de courant diminue avec la profondeur. Un corps produit une distorsion des lignes équipotentielles d'autant plus importante que la densité de courant est forte. Donc, si le corps est profond, la ligne  $AB$  est grande. C'est le principe des sondages électriques : disposant d'un quadripôle  $AMNB$ , on fait varier la longueur  $AB$  en laissant le point  $O$ , centre de  $AB$  et de  $MN$ , fixe (figure 3.16). On peut alors tracer la courbe représentative de  $\rho_a$  en fonction de  $L = AB/2$ .

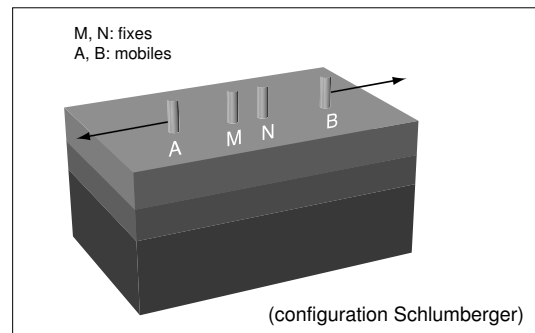


Figure 3.16: Illustration du principe de mise en oeuvre d'un sondage.

L'interprétation de ces courbes n'est pratiquement possible que si : (1) les résistivités des différentes couches sont bien contrastées ; (2) les couches ont une extension verticale et horizontale assez importante ; et (3) les terrains sont stratifiés horizontalement ou sub-horizontalement.

### 3.6.3 Interprétation des courbes de sondage

La méthode la plus efficace d'interprétation d'un modèle consiste en l'utilisation d'algorithmes d'inversion qui, à partir d'un modèle grossier de sous-sol et connaissant l'équation du potentiel à la surface pour un système d'électrodes donné, vont restituer un modèle dont la réponse s'ajuste (statistiquement) le mieux possible à la courbe mesurée. Le calcul d'inversion se fait évidemment sur ordinateur (PC).

Un problème se pose cependant ! Il faut être en mesure de pouvoir prédire un modèle initial pour les algorithmes d'inversion, ce qui n'est pas toujours évident. De plus, sur le terrain, on n'aura pas nécessairement un ordinateur à la portée de la main. Que faire ?

On utilisera la bonne vieille méthode de nos ancêtres : les abaques. Les abaques sont une série de courbes types calculées pour divers contrastes de résistivité et épaisseur pour les différentes couches du sol. L'interprétation consiste à trouver la courbe qui s'ajuste le mieux à la courbe mesurée et on obtient ainsi les paramètres du sous-sol.

#### Autre question

Il existe une infinité de possibilités de combinaisons de valeurs de résistivité, d'épaisseur et de nombre de couches dans la nature. Comment s'en sortir ?

Deux faits particuliers vont nous venir en aide :

1. Il est possible d'interpréter les sondages obtenus au-dessus de terrains à  $n$  couches uniquement à l'aide d'abaques pour les cas deux et trois couches ;
2. La loi de *similitude* fait qu'on n'a pas besoin d'interpréter les courbes en fonction des valeurs absolues de  $\rho$  et  $h$ , mais bien selon leurs valeurs *relatives*.

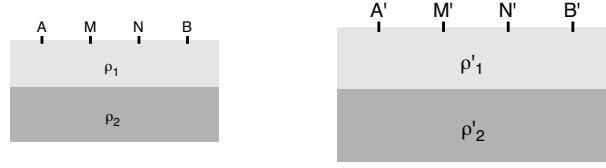


Figure 3.17: Illustration du principe de similitude.

### 3.6.4 Lois de similitude

Imaginons deux structures géométriquement semblables avec un rapport de similitude  $k_L$ ,  $M$  et  $M'$  étant deux points homologues semblables (figure 3.17). Sachant qu'il existe une similitude électrique telle que  $\rho_{1'} = k_\rho \cdot \rho_1$   $\rho_{2'} = k_\rho \cdot \rho_2$ .

Au voisinage d'une électrode, on a

$$V = \frac{\rho I}{2\pi r} \quad V' = \frac{\rho' I'}{2\pi r'} = \frac{k_\rho \rho I'}{2\pi} \cdot \frac{1}{k_L r}$$

$$\frac{V'}{V} = \frac{I' k_\rho}{I k_L} \quad (3.37)$$

Puisque  $\rho_a = K \cdot \frac{V}{I}$  ( $K$  est le facteur géométrique de l'équation (3.35)), que  $\rho_{a'} = K \cdot \frac{V'}{I'}$  et que pour deux dispositifs d'électrodes de même dimension, les constantes  $K$  sont égales, on a alors

$$\begin{aligned} \rho_{a'} &= K \frac{\left(\frac{V'}{I'} \frac{k_\rho}{k_L}\right)}{I'} \\ &= K \frac{V k_\rho}{I k_L} \\ &= \rho_a \frac{k_\rho}{k_L} \end{aligned} \quad (3.38)$$

Supposons maintenant que le dispositif  $AMNB$  devienne  $A'M'N'B'$  selon le rapport de similitude  $k_D$ . Pour mesurer  $\rho'_a$ , on aura  $\rho'_a = K' \frac{V'}{I'}$  où  $K' = K \cdot k_D$ , d'où

$$\begin{aligned} \rho'_a &= k_D \cdot K \cdot \frac{V'}{I'} \\ &= k_D \cdot K \cdot \frac{1}{I'} \left(\frac{V I' k_\rho}{I k_L}\right) \end{aligned} \quad (3.39)$$

et on a

$$\rho'_a = k_D \rho_a \frac{k_\rho}{k_L}. \quad (3.40)$$

Si  $k_D = k_L$ , on retrouve :  $\rho'_a = \rho_a \cdot k_\rho$ .

#### Deux résultats fondamentaux

1. On obtient le même  $\rho_a$  sur deux terrains électriquement identiques ( $k_\rho = 1$ ) et géométriquement similaires à condition de choisir des quadripôles dans le même rapport de similitude ;
2. Si, sur un terrain hétérogène, un quadripôle donné mesure  $\rho_a = \rho'_a$  au point  $O$ , sur un second terrain hétérogène géométriquement identique au premier, mais dont les résistivités sont multipliées par un facteur  $k_\rho$ , le quadripôle précédant mesurera en  $O'$  une résistivité apparente égale à  $\rho'_a = k_\rho \cdot \rho_a$ .

### Deux conclusions importantes

1. Les sondages de surface s'interprètent de la même façon que ceux en profondeur. Il s'agit de choisir des quadripôles à l'échelle du problème traité.
2. On peut toujours, sans modifier le problème, passer de

$$\begin{array}{|c|c|} \hline h_1 & \rho_1 \\ \hline h_2 & \rho_2 \\ \hline \vdots & \vdots \\ \hline h_{n-1} & \rho_{n-1} \\ \hline & \rho_1 \\ \hline \end{array} \quad \text{à} \quad \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 1 \\ \hline \frac{h_2}{h_1} & \frac{\rho_2}{\rho_1} \\ \hline \vdots & \vdots \\ \hline \frac{h_{n-1}}{h_1} & \frac{\rho_{n-1}}{\rho_1} \\ \hline & \frac{\rho_a}{\rho_1} \\ \hline \end{array} \quad \text{avec} \quad \begin{array}{|c|} \hline k_L = \frac{1}{h_1} \\ \hline k_\rho = \frac{1}{\rho_1} \\ \hline \end{array}$$

C'est pour cela que les sondages sont tracés avec des axes logarithmiques, car seules les ordonnées à l'origine varieront pour des courbes représentant des terrains géométriquement et électriquement semblables.

### 3.6.5 Interprétation des sondages électriques par les abaques

#### Cas deux couches

Lorsque  $AB/2$  est petit, le courant se concentre dans la première couche et  $\rho_a$  tend vers  $\rho_1$ . Plus on écarte  $A$  et  $B$ , plus la proportion totale du courant qui passe dans la deuxième couche augmente ;  $\rho_a$  délaisse  $\rho_1$  et devient influencée par  $\rho_2$ . Lorsque  $AB/2$  est très grand, la majorité du courant passe dans le deuxième milieu et  $\rho_a$  tend vers  $\rho_2$ .

Les sondages se présentent sur papier bi-logarithmique avec  $AB/2$  en abscisse et  $\rho_a$  en ordonnée.

1. D'après ceci, si  $\rho_1 < \rho_2$ , on aura une pente positive, avec une asymptote à  $x = y$  (soit  $45^\circ$ ) si  $\rho_2 \rightarrow \infty$  (démonstrable mathématiquement). Donc, dans ce cas, on ne peut avoir de droite de pente supérieure à  $45^\circ$ . On se sert de ceci comme mécanisme de vérification de la validité de notre travail.
2. Lorsque  $\rho_1 > \rho_2$ , on a une pente négative, là aussi on a une asymptote lorsque  $\rho_2 \rightarrow 0$ . Remarquez que pour un même contraste de résistivité, lorsque  $\rho_2 < \rho_1$ , on arrive beaucoup plus vite à la valeur de  $\rho_2$  que lorsque  $\rho_1 < \rho_2$ .

#### Comment interpréter ?

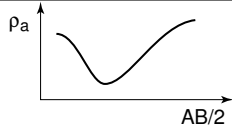
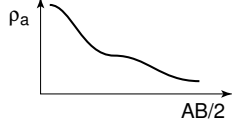
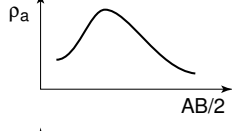
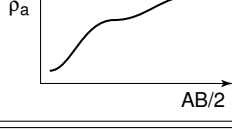
1. Il suffit de superposer le sondage effectué aux abaques deux couches disponibles (Wenner ou Schlumberger), les axes doivent être de même dimension.
2. On déplace la courbe sur les abaques jusqu'à ce qu'elle se superpose à une des courbes des abaques (où à une courbe imaginaire puisque tous les  $\frac{\rho_2}{\rho_1}$  ne sont pas indiqués). Attention ! il faut garder les axes des deux graphiques bien parallèles.
3. Lorsque les deux sont superposés, à l'aide de la position de l'origine de l'abaque, on peut trouver  $\rho_1$  et  $h_1$  et connaissant à quelle droite on est superposé, on aura  $\rho_2$ .

#### Cas trois couches

L'interprétation devient un peu plus compliquée, puisqu'aux deux courbes possibles qu'on aurait dans le cas deux couches, on passe à quatre cas possibles.

Les abaques deux couches ne dépendaient que de trois paramètres  $\rho_1$ ,  $\frac{\rho_2}{\rho_1}$  et  $h_1$ . Dans le cas à trois couches, il y a cinq paramètres dont on doit tenir compte, soient  $\rho_1$ ,  $\frac{\rho_2}{\rho_1}$ ,  $\frac{\rho_3}{\rho_1}$ ,  $h_1$  et  $\frac{h_2}{h_1}$ . Les abaques

Tableau 3.2: Les quatre type de courbe de sondage pour des terrains à trois couches

Type H	$\rho_1 > \rho_2$	$\rho_3 > \rho_2$	
Type Q	$\rho_1 > \rho_2$	$\rho_3 < \rho_2$	
Type K	$\rho_1 < \rho_2$	$\rho_3 < \rho_2$	
Type A	$\rho_1 < \rho_2$	$\rho_3 > \rho_2$	

sont donc plus compliquées et plus nombreuses. En général, on les présente selon les contrastes de résistivité et on trace les courbes pour différents  $\frac{h_2}{h_1}$ .

L'interprétation se fait aussi en comparant (ajustant) la courbe expérimentale avec les abaques.

1. On interprète la partie gauche ( $AB/2$  petit) de la courbe à partir de l'abaque 2 couches. On obtient ainsi  $h_1, \rho_1$  et  $\frac{\rho_2}{\rho_1}$ . On note alors le point  $(h_1, \rho_1)$  sur la courbe expérimentale.
2. À partir des valeurs trouvées au numéro 1 (i.e.  $\frac{\rho_1}{\rho_1} = 1, \frac{\rho_2}{\rho_1} = x$ ) et en plaçant le point  $(h_1, \rho_1)$  sur l'origine de l'abaque trois couches, on cherche la courbe de l'abaque qui se superpose le mieux à la courbe de terrain.

On obtient ainsi  $\frac{h_2}{h_1}$  et  $\frac{\rho_3}{\rho_1}$ . De la même manière, on peut interpréter une courbe de sondage quatre ou cinq couches.

### Cas quatre couches

- À partir d'abaques deux couches, on trouve .....  $h_1, \rho_1, \frac{\rho_2}{\rho_1}$  ;
- À partir d'abaques trois couches, on aura .....  $\frac{\rho_3}{\rho_1}, \frac{h_2}{h_1}$  ;
- On calcule le point équivalent pour les deux premières couches .....  $\rho_e, h_e$  ;
- À l'aide des abaques trois couches, on peut trouver .....  $1, \frac{\rho_3}{\rho_e}, \frac{\rho_4}{\rho_e}, \frac{h_3}{h_e}$  ;
- Pour vérifier  $\rho_4$ , on utilise le même stratagème que pour le cas trois couches vu précédemment.

Cela permet de trouver  $1, \frac{\rho_2}{\rho_1}, \frac{\rho_3}{\rho_1}, \frac{h_2}{h_1}$  ; on a donc trouvé tous les paramètres nécessaires à l'interprétation.

Pour vérifier la valeur de  $\rho_3$  trouvée, on peut remplacer les deux premières couches par une couche équivalente et interpréter à nouveau avec l'abaque deux couches. On aura un meilleur estimé de  $\rho_3$  de cette façon. Le calcul de la couche équivalente est détaillé dans les notes à la section (3.6.6).

Ce terme est donné selon  $\frac{\rho_e}{\rho_1}$  et  $\frac{h_e}{h_1}$  d'où on peut trouver  $\rho_e$  et  $h_e$ . On place  $\rho_e, h_e$  sur le graphique et on peut lire  $\frac{\rho_2}{\rho_e}$  et trouver  $\rho_2$  qui, en réalité, est  $\rho_3$ .

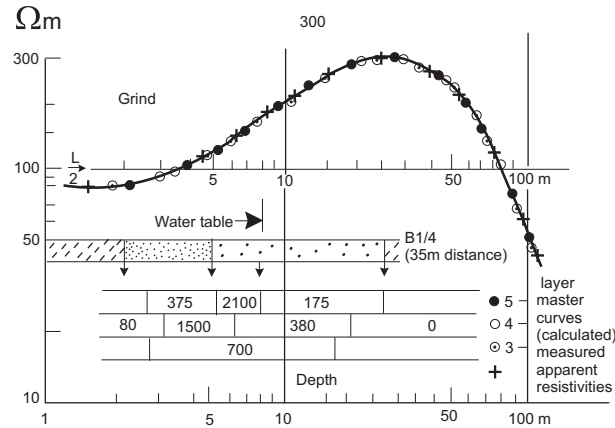


Figure 3.18: Illustration du principe d'équivalence. Les réponses des modèles 3, 4 et 5 s'ajustent aussi bien à la courbe mesurée.

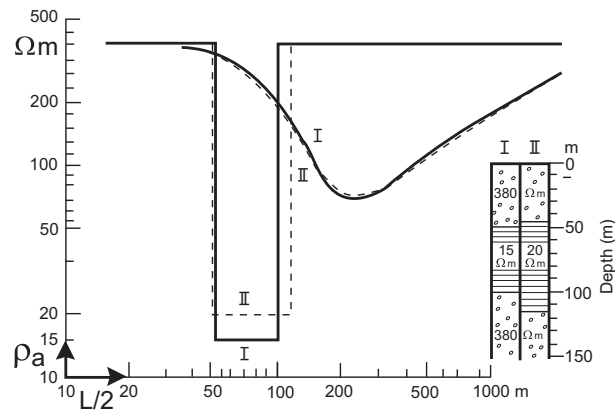


Figure 3.19: Illustration du principe d'équivalence. Les modèles I et II donnent des réponses quasi-identiques.

### 3.6.6 Principe d'équivalence

Des terrains de distribution de résistivité différente peuvent donner des courbes de sondages quasi-identiques dont la différence ne sera pas mesurable (figures 3.18 et 3.19). La solution n'est donc pas unique, tout comme en gravité ou en magnétisme.

Au-dessus de terrain H ou A, ces courbes de sondages sont équivalentes si la *conductance longitudinale* ( $S = \frac{h}{\rho}$ ) reste la même. Dans le cas des terrains de type K ou S, c'est la *résistance transversale* ( $R = \rho h$ ) qui est importante.

Ce principe n'est bon que si  $\frac{h_2}{h_1}^2$  n'est pas trop élevé. On peut connaître dans quelles limites le principe tient à l'aide des diagrammes de Pylaev.

#### Section géoélectrique

Soit un modèle de sol tabulaire, avec une aire unitaire en surface (figure 3.20). Si on suppose que le courant est perpendiculaire à la stratification (figure 3.21), la résistance dans une couche est  $R = \frac{\rho L}{S} = \frac{\rho h}{a^2}$ . Pour une section unitaire ( $a = 1$ ), la résistance devient  $R = \rho h$ .

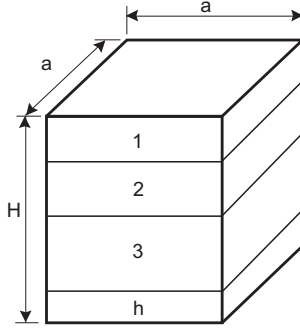


Figure 3.20: Sol tabulaire.

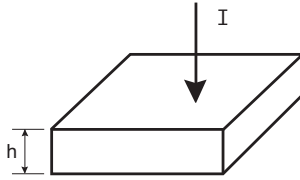


Figure 3.21: Courant perpendiculaire à la stratification.

La résistance transversale totale est alors  $T = \sum_{i=1}^n \rho_i h_i$ . La résistivité transversale moyenne ( $\rho_t$ ) est définie par

$$\rho_t = \frac{T}{H} = \frac{\sum_{i=1}^n \rho_i h_i}{\sum_{i=1}^n h_i}.$$

Si le courant se déplace parallèlement à la stratification (figure 3.22), alors  $R = \frac{\rho a}{ah} = \frac{\rho}{h}$ . La conductance est ainsi définie par  $S = \frac{1}{R} = \frac{h}{\rho}$ . La conductance longitudinale totale est

$$\begin{aligned} S &= \sum \frac{1}{R} \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{h_i}{\rho_i}. \end{aligned} \quad (3.41)$$

La conductivité longitudinale moyenne est

$$\begin{aligned} \sigma_e &= \frac{S}{H} \\ &= \frac{\sum \frac{h_i}{\rho_i}}{\sum h_i}, \end{aligned} \quad (3.42)$$

et la résistivité longitudinale est

$$\rho_e = \frac{\sum h_i}{\sum \frac{h_i}{\rho_i}}. \quad (3.43)$$

La conséquence de ceci est que chaque couche est *isotrope*, mais le tout a un comportement *anisotrope*. Le coefficient d'anisotropie est définie par

$$\lambda = \sqrt{\frac{\rho_t}{\rho_e}} = \sqrt{\frac{ST}{H^2}}.$$

Ce coefficient est supérieur à un puisque  $\rho_t > \rho_e$ . De même,  $\rho_{moy} = \sqrt{\rho_e \rho_t}$ .

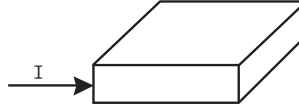


Figure 3.22: Courant parallèle à la stratification.

### Utilité du principe d'équivalence

Soit un terrain type H

$$\begin{aligned}\frac{\rho_2}{\rho_1} &= \mu_2 = \frac{1}{8} = 0.125 \\ \frac{h_2}{h_1} &= v_2 = 4 \\ \rho_3 &= \infty\end{aligned}$$

l'abaque n'existe pas. La plus proche est pour  $\frac{\rho_2}{\rho_1} = \mu_2 = 0.1$ . Peut-on l'utiliser pour interpréter? Utilisons le diagramme de Pylaev et la réponse est oui!

Conservons la conductance longitudinale  $S = h/\rho$

$$S = \frac{4}{0.125} = 32.$$

On veut que  $S = 32 = \frac{x}{0.1}$  donc  $\frac{h_2}{h_1} = 3.2$ . On va donc interpréter avec 0.1, 3.2,  $\infty$ .

Si on a un terrain K ou S, on conserve la résistance transversale

$$R = \rho h \tag{3.44}$$

$$= \frac{\rho_2}{\rho_1} \cdot \frac{h_2}{h_1} \tag{3.45}$$

$$= \frac{\rho_2'}{\rho_1} \cdot \frac{h_2'}{h_1} \tag{3.46}$$

### Conductance longitudinale totale

Dans le cas où  $\rho_n = \infty$ , la courbe a une asymptote à  $45^\circ$  pour un écartement  $AB/2$  grand. On peut démontrer que l'intersection de cette asymptote avec  $AB/2$  à  $\rho = 1\Omega \text{ m} = S_t$ .

### 3.6.7 Phénomène des à-coup de prise

Le phénomène des à-coup de prise se produit lorsqu'une électrode d'injection se trouve en contact avec une petite masse très conductrice dans le sol. Le courant est alors canalisé par ce conducteur et on observe une brusque augmentation de  $\rho_a$ . Cela a une incidence sur les profils et sur les sondages.

À mesure que l'on augmente l'écartement  $AB/2$ , le voltage mesuré à  $MN$  diminue, jusqu'au moment où on doit augmenter la distance  $MN$ . On effectue alors un *embrayage*. Si, en déplaçant les électrodes, on frappe un petit conducteur superficiel, il y a à-coups de prise et une discontinuité apparaît dans la courbe de sondage.

#### Précaution à prendre

Au point d'embrayage, on fait 4 mesures :  $AB$  avec  $MN$  et  $MN'$  et  $AB'$  avec  $MN$  et  $MN'$ .

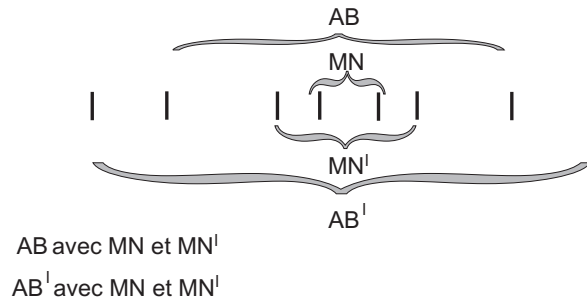


Figure 3.23: Embrayage permettant d'identifier la présence d'à-coup de prise.

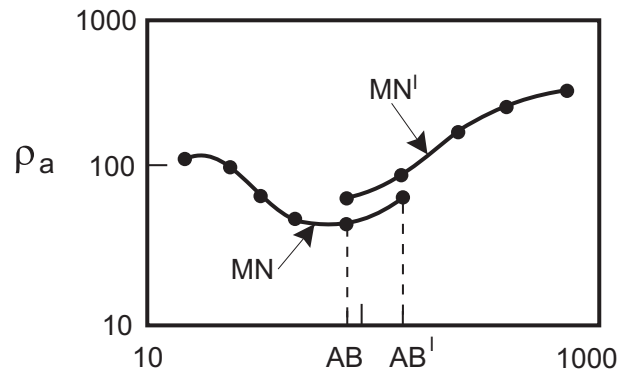


Figure 3.24: Courbe de résistivité présentant un à-coup de prise.

### 3.7 L'exploration horizontale du sol : les traînés électriques

Il s'agit simplement de déplacer un quadripôle  $AMNB$  de dimension fixe sur le site à explorer (figure 3.25). À chaque station, on fait une mesure de  $I$  et de  $\Delta V$  qui permet de calculer  $\rho_a$  qu'on affecte au centre du dispositif.

Si les mesures se font sur une grande surface, on peut rapporter en plan les mesures et tracer des courbes d'équi-résistivité. Si les mesures se font sur une ligne, on établit un profil de résistivité. Si plusieurs séparations sont utilisées, on peut tracer des pseudo-sections (figure 3.26). On obtient ainsi une représentation *qualitative* de la variation de  $\rho_a$  latéralement et en profondeur. Ce n'est *pas* une vraie section géoélectrique. Entre le sondage et les traînés électriques, il existe des solutions moyennes :

1. traînés avec plusieurs longueurs de lignes ;
2. traînés avec, de place en place, un sondage soigné.

Il est difficile de définir avec précision les profondeurs des tranches de terrain couvertes par un traîné. Une anomalie sera détectée d'autant plus facilement qu'elle est électriquement bien contrastée. S'il y a fort contraste, que le corps est profond et qu'on utilise un petit écartement  $AB$ , le corps sera détectable. S'il y a une faible contraste, que le corps est profond, qu'on utilise un petit  $AB$ , alors le corps reste invisible. Une règle de pouce dit que plus de 10% du volume doit être échantillonné pour

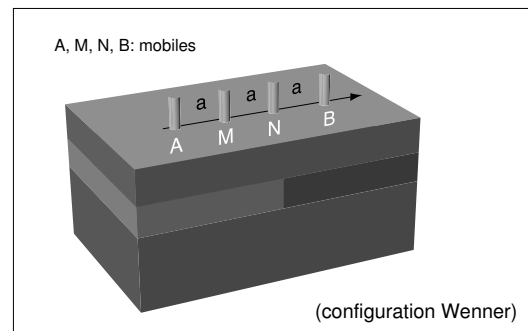


Figure 3.25: Illustration du principe de mise en oeuvre d'un profil.



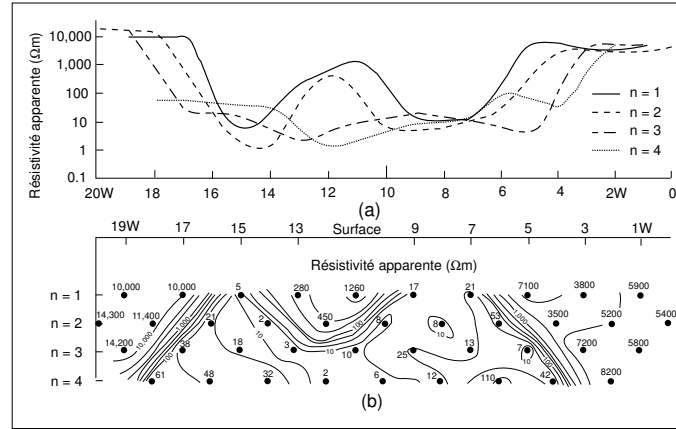


Figure 3.26: Construction d'une pseudo-section.

que le corps soit détectable.

### 3.8 Les configurations d'électrode

Plusieurs configurations d'électrode ont été mises de l'avant. Elles permettent toutes de trouver la résistivité apparente du sous-sol à partir de mesures de  $\Delta V$  et  $I$ . Toutes les configurations ne sont qu'une variation sur le thème du quadripôle  $AMNB$  et l'expression de  $\rho_a$  pour chacune des configurations se dérive de l'équation de base (3.35).

Le choix d'un dispositif n'est souvent qu'une question de commodité du point de vue logistique et pratique (problèmes avec la topo, nombre de personnes requises, vitesse d'exécution, etc.). Les plus populaires sont :

<b>En profilage</b>	<b>En sondage</b>
dipôle - dipôle	Schlumberger (Europe, plus avantageux)
pôle - dipôle	Wenner (U.S.)
pôle - pôle latéral	

Les sondages Schlumberger et Wenner sont les deux seuls pour lesquels il existe des abaques.

#### 3.8.1 Types de configuration d'électrodes

##### Deux électrodes

$$r_1, r_2 \text{ et } r_3 \geq 7a$$

$$\rho_a = 2\pi \times a \times \frac{V}{I}$$

Le volume échantillonné est celui d'une demi-sphère de rayon  $a$  centrée sur STA.

##### Pôle - Dipôle

###### Technique pulsée

$$r \geq 7a$$

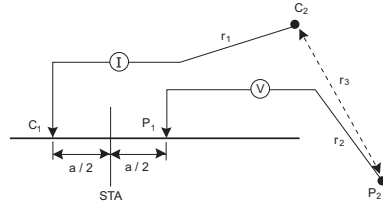


Figure 3.27: Configuration à deux électrodes.

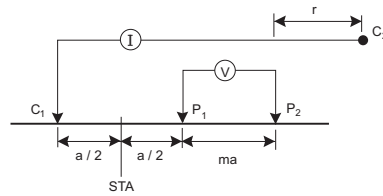


Figure 3.28: Configuration pôle-dipôle pulsé.

$$\rho_a = 2\pi \times a \frac{(1+m)}{m} \times \frac{V}{I}$$

Généralement,  $m = 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$ .

Le volume échantillonné est celui d'une demi-sphère de rayon  $a$  centrée sur STA.

*technique en fréquences*

$$r \geq 7a$$

$$\rho_a = 2\pi \times an(n+1) \times \frac{V}{I}$$

Généralement,  $n = 1, 2, 3, 4, 5$ .

Le volume échantillonné est celui d'une demi-sphère de rayon  $na$  centrée sur STA.

*Cas particulier : trois électrodes ( $m = n = 1$ )*

$$r \geq 7a7na$$

$$\rho_a = 4\pi a \frac{V}{I}$$

Le volume échantillonné est celui d'une demi-sphère de rayon  $na$  centrée sur STA.

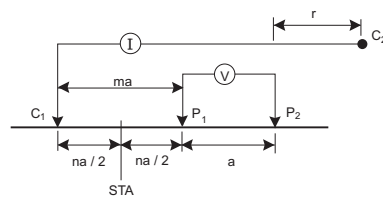


Figure 3.29: Configuration pôle-dipôle en fréquence.

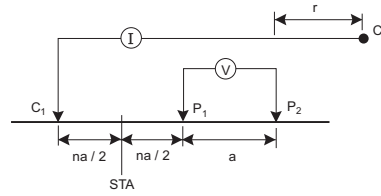


Figure 3.30: Configuration à trois électrodes.

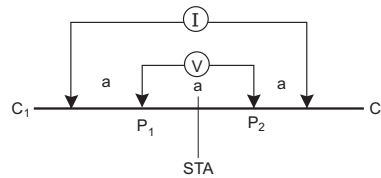


Figure 3.31: Configuration de Wenner.

### Quatre électrodes ou Wenner

$$\rho_a = 2\pi a \times \frac{V}{I}$$

Le volume échantillonné est celui d'un demi-cylindre de rayon  $a$  et de longueur  $4a$  dont l'axe coïncide avec les quatre électrodes.

### Schlumberger

$$L = \frac{AB}{2} \text{ et } \ell = \frac{MN}{2}$$

En général, on utilise  $\frac{L}{2\ell} > 1.5$  (jusqu'à 50, sous de bonnes conditions) et

$$\rho_a = \pi \times \frac{(L^2 - \ell^2)}{2\ell} \times \frac{V}{I}$$

Si  $\frac{L}{2\ell} > 2.5$ ,  $\rho_a = \pi \times \frac{L^2}{2\ell} \times \frac{V}{I}$  est acceptable.

Le volume échantillonné est fonction de  $AB/2$  ou  $L$  seulement. C'est un demi-cylindre de rayon  $2L/3$  et de longueur  $8L/3$  dont l'axe coïncide avec les 4 électrodes.

### Dipôle - Dipôle

$$\rho_a = \pi a(n)(n+1)(n+2) \times \frac{V}{I}$$

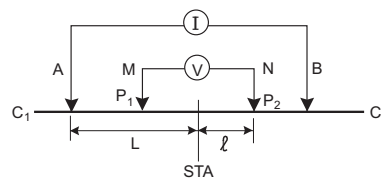


Figure 3.32: Configuration de Schlumberger.

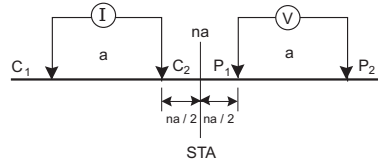


Figure 3.33: Configuration dipôle-dipôle.

Le volume échantillonné est celui d'un demi-cylindre de rayon  $na$  et de longueur  $(n+2)a$  à  $(n+4)a$  dont l'axe coïncide avec les électrodes.

### Gradient

La pénétration est fonction seulement de  $a$  et du volume et contraste de la masse. En général, la pénétration est de l'ordre de grandeur de  $a$ .

Résistivité - Dispositif gradient - Facteur de correction  $F$

$$\rho_a = n^{\frac{2}{3}} \times F \times \frac{V}{I}$$

$$\text{À } z = 0, D = 0, F = 3.1416$$

$$D = d/a$$

$$\text{Région permise : } -0.5 \leq D \leq +0.5$$

$$z = x/a \quad -0.5 \leq z \leq +0.5$$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{\partial\pi} \left\{ \frac{(1-D)}{[(1+D)^2+z^2]^{3/2}} + \frac{(1+D)}{[(1+D)^2+z^2]^{3/2}} \right\}$$

## 3.9 Autres applications pratiques

### 3.9.1 Les lignes équipotentiels

Il suffit d'injecter du courant dans le sol, de mesurer  $\Delta V$  en plusieurs points et de tracer les lignes équipotentiels. Toute hétérogénéité sera traduite par une distorsion des équipotentiels.

Pour une électrode ponctuelle, les équipotentiels sont circulaires (figure 3.34). Si on utilise une ou deux électrodes linéaires, les équipotentiels auront une forme linéaire, parallèle aux électrodes. Les lignes de courant traversent le conducteur, les équipotentiels l'évitent.

#### Mesure des équipotentiels

Le matériel de mesure et la procédure sont semblables à la P.S., il suffit seulement de rajouter une source de courant. Il faut toujours bien planter les électrodes et bien arroser. Dans le cas d'une électrode linéaire (ce qui est plus courant), on tâche de mettre les électrodes le plus près possible ( $\sim 50$  m). Il faut s'appliquer à obtenir un bon contact pour que le courant soit réparti le plus uniformément possible. Finalement, les mesures se font comme pour la P.S., soit avec une électrode fixe et l'autre mobile, soit avec deux électrodes mobiles (gradient).

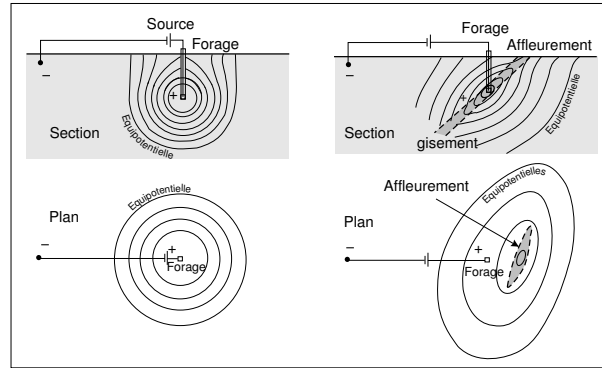


Figure 3.34: Équipotentiels produits par une électrode ponctuelle.

### Interprétation des résultats

L'interprétation se fait comme pour la P.S., par contours. Dans ce cas, l'anomalie est directement au-dessus du corps, mais peut être déplacée par un effet topo ; l'interprétation surtout qualitative ; on a idée du pendage avec le gradient des courbes ; la forme et l'extension de l'anomalie est indiquée par les contours.

Cette méthode n'est plus tellement utilisée de nos jours ; l'interprétation est difficile quoique la méthode demeure rapide et économique.

### 3.9.2 Mise-à-la-masse

La mise-à-la-masse est utilisée lorsqu'une zone conductrice est déjà repérée, soit par affleurement ou par forage (figure 3.34). Une électrode de courant est placée directement dans la zone conductrice et l'autre est placée à l'infini. Toute la zone minéralisée sert alors d'électrode.

On mesure le potentiel autour de la zone (de la même façon que pour la P.S.) et on produit une carte de contours. Les mesures permettent d'avoir (1) l'extension, (2) une idée de pendage, (3) la direction et (4) la continuité de la zone. L'interprétation est donc qualitative.

Si deux zones sont en contact, on n'aura pas la même réponse que si elles sont séparées. Notons aussi que la mise-à-la-masse n'est pas un outil de reconnaissance puisqu'il faut déjà savoir où sont les conducteurs.