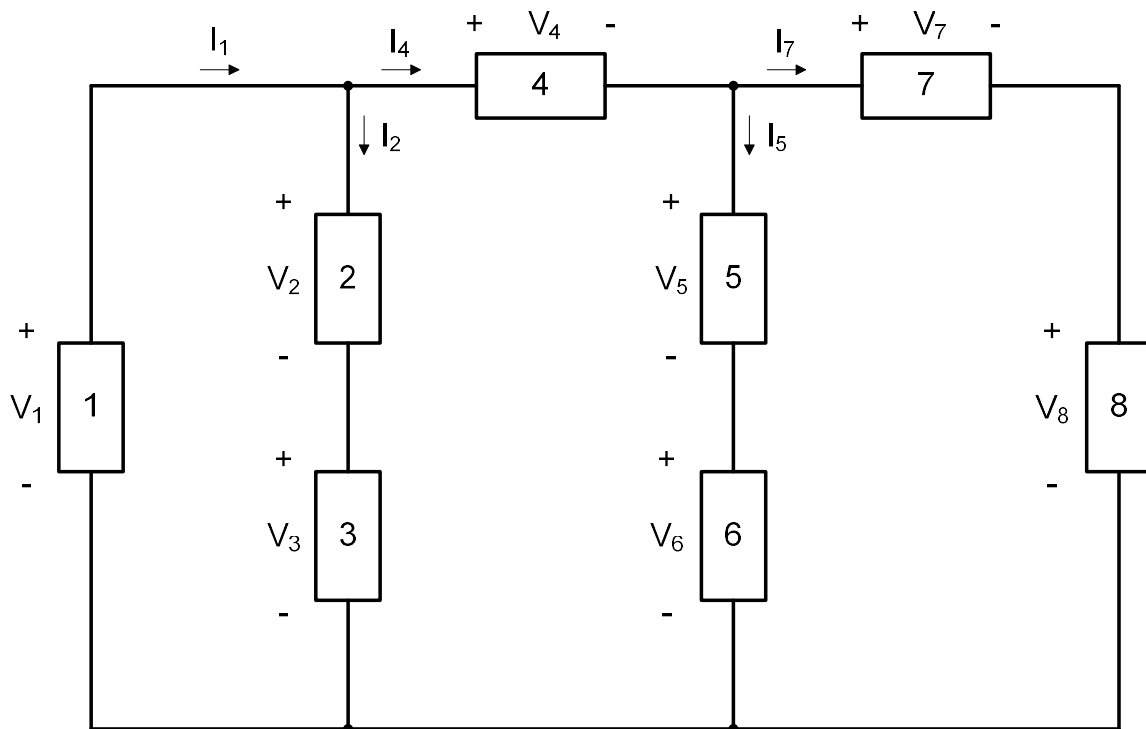


ELE1409 - Hiver 2021

Devoir 1 - Corrigé

Partie 1 :

Soit le circuit électrique suivant :



Dans ce circuit les éléments électriques 1 à 8 sont des sources électriques ou des charges électriques. Les grandeurs électriques correspondantes à certains de ces éléments sont données.

Élément 1 : $V_1 = 50 \text{ V}$ et $I_1 = -5 \text{ A}$.

Élément 2 : $V_2 = 25 \text{ V}$.

Élément 4 : $V_4 = -20 \text{ V}$ et $I_4 = -8 \text{ A}$.

Élément 5 : $P_5 = 60 \text{ W}$.

Élément 7 : $V_7 = -30 \text{ V}$ et $I_7 = -10 \text{ A}$.

Dans tous vos calculs, vous devez respecter les polarités des tensions et les sens des courants imposés sur le schéma.

a) Calculer la puissance de l'élément 1.

La puissance électrique d'un élément est donnée par le produit de la tension aux bornes de cet élément par le courant qui le traverse, ce courant circulant du potentiel le plus élevé (+) vers le potentiel le plus bas (-) (voir la page 11 du cours 1). Dans le circuit ci-dessus, le courant I_1 circule dans l'élément 1 du potentiel le plus bas (-) vers le potentiel le plus élevé (+), un signe - s'impose dans l'expression de la puissance.

$$P_1 = -V_1 \cdot I_1 = -50 \cdot -5 = 250 \text{ W}$$

b) Calculer le courant dans l'élément 2.

La loi de Kirchhoff sur les nœuds ou sur les courants (voir la page 19 du cours 1) appliquée au nœud de connexion des branches du circuit contenant les éléments 1, 2 et 4 donne la relation suivante dans laquelle les courants qui arrivent au nœud interviennent positivement et ceux qui s'éloignent du nœud interviennent négativement :

$$I_1 - I_2 - I_4 = 0 \Rightarrow I_2 = I_1 - I_4 = -5 - (-8) = -5 + 8 = 3 \text{ A}$$

c) Calculer la puissance de l'élément 2.

La puissance électrique d'un élément est donnée par le produit de la tension aux bornes de cet élément par le courant qui le traverse, ce courant circulant du potentiel le plus élevé (+) vers le potentiel le plus bas (-) (voir la page 11 du cours 1).

$$P_2 = V_2 \cdot I_2 = 25 \cdot 3 = 75 \text{ W}$$

d) Calculer la tension aux bornes de l'élément 3.

La loi de Kirchhoff sur les boucles ou sur les tensions (voir la page 19 du cours 1) appliquée à la boucle du circuit contenant les éléments 1, 2 et 3 dans le sens horaire, donne la relation suivante dans laquelle les tensions qui correspondent à une augmentation du potentiel interviennent positivement et celles qui correspondent à une baisse du potentiel interviennent négativement :

$$V_1 - V_2 - V_3 = 0 \Rightarrow V_3 = V_1 - V_2 = 50 - 25 = 25 \text{ V}$$

e) Calculer la puissance de l'élément 3.

La puissance électrique d'un élément est donnée par le produit de la tension aux bornes de cet élément par le courant qui le traverse, ce courant circulant du potentiel le plus élevé (+) vers le potentiel le plus bas (-) (voir la page 11 du cours 1).

$$P_3 = V_3 \cdot I_2 = 25 \cdot 3 = 75 \text{ W}$$

f) Calculer la puissance de l'élément 4.

La puissance électrique d'un élément est donnée par le produit de la tension aux bornes de cet élément par le courant qui le traverse, ce courant circulant du potentiel le plus élevé (+) vers le potentiel le plus bas (-) (voir la page 11 du cours 1).

$$P_4 = V_4 \cdot I_4 = (-20) \cdot (-8) = 160 \text{ W}$$

g) Calculer le courant dans l'élément 5.

La loi de Kirchhoff sur les nœuds ou sur les courants (voir la page 19 du cours 1) appliquée au nœud de connexion des branches du circuit contenant les éléments 4, 5 et 7 donne la relation suivante dans laquelle les courants qui arrivent au nœud interviennent positivement et ceux qui s'éloignent du nœud interviennent négativement :

$$I_4 - I_5 - I_7 = 0 \Rightarrow I_5 = I_4 - I_7 = -8 - (-10) = -8 + 10 = 2 \text{ A}$$

h) Calculer la tension aux bornes de l'élément 5

La puissance électrique d'un élément est donnée par le produit de la tension aux bornes de cet élément par le courant qui le traverse, ce courant circulant du potentiel le plus élevé (+) vers le potentiel le plus bas (-) (voir la page 11 du cours 1).

$$P_5 = V_5 \cdot I_5 \Rightarrow V_5 = \frac{P_5}{I_5} = \frac{60}{2} = 30 \text{ V}$$

i) Calculer la tension aux bornes de l'élément 6

La loi de Kirchhoff sur les boucles ou sur les tensions (voir la page 19 du cours 1) appliquée à la boucle du circuit contenant les éléments 2, 3, 4, 5 et 6 dans le sens horaire, donne la relation suivante dans laquelle les tensions qui correspondent à une augmentation du potentiel interviennent positivement et celles qui correspondent à une baisse du potentiel interviennent négativement :

$$V_3 + V_2 - V_4 - V_5 - V_6 = 0 \Rightarrow V_6 = V_3 + V_2 - V_4 - V_5 = 25 + 25 - (-20) - 30 = 40 \text{ V}$$

j) Calculer la puissance de l'élément 6

La puissance électrique d'un élément est donnée par le produit de la tension aux bornes de cet élément par le courant qui le traverse, ce courant circulant du potentiel le plus élevé (+) vers le potentiel le plus bas (-) (voir la page 11 du cours 1).

$$P_6 = V_6 \cdot I_5 = 40 \cdot 2 = 80 \text{ W}$$

k) Calculer la puissance de l'élément 7

La puissance électrique d'un élément est donnée par le produit de la tension aux bornes de cet élément par le courant qui le traverse, ce courant circulant du potentiel le plus élevé (+) vers le potentiel le plus bas (-) (voir la page 11 du cours 1).

$$P_7 = V_7 \cdot I_7 = (-30) \cdot (-10) = 300 \text{ W}$$

l) Calculer la tension aux bornes de l'élément 8

La loi de Kirchhoff sur les boucles ou sur les tensions (voir la page 19 du cours 1) appliquée à la boucle du circuit contenant les éléments 5, 6, 7 et 8 dans le sens horaire, donne la relation suivante dans laquelle les tensions qui correspondent à une augmentation du potentiel interviennent positivement et celles qui correspondent à une baisse du potentiel interviennent négativement :

$$V_6 + V_5 - V_7 - V_8 = 0 \Rightarrow V_8 = V_6 + V_5 - V_7 = 40 + 30 - (-30) = 100 \text{ V}$$

m) Calculer la puissance de l'élément 8

La puissance électrique d'un élément est donnée par le produit de la tension aux bornes de cet élément par le courant qui le traverse, ce courant circulant du potentiel le plus élevé (+) vers le potentiel le plus bas (-) (voir la page 11 du cours 1).

$$P_8 = V_8 \cdot I_7 = 100 \cdot (-10) = -1000 \text{ W}$$

n) Quels sont les éléments qui interviennent comme des sources dans le circuit?

Une analyse des résultats obtenus montre que le seul élément dont la puissance est négative est l'élément 8. En considérant la convention de signe présentée à page 18 du cours 1, l'élément 8 fournit de la puissance. L'élément 8 est donc la seule source du circuit.

Pour vérifier les calculs, un bilan de puissance s'impose. Il doit y avoir autant de puissance fournie que de puissance absorbée :

$$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 + P_7 + P_8 = 250 + 75 + 75 + 160 + 60 + 80 + 300 + (-1000) = 0$$

Partie 2 :

- a) Une source continue de 120 V alimente une résistance de 20 ohms en série avec une inductance de 20 millihenrys. Calculer le courant dans la résistance.**

La source de 120 V est continue, l'inductance agit comme un court-circuit. La tension aux bornes de la résistance est égale à celle de la source, c'est-à-dire 120 V. Le courant dans la résistance de 20 Ω est obtenu à l'aide de la loi d'Ohm:

$$I = \frac{V_s}{R} = \frac{120}{20} = 6 \text{ A}$$

- b) Une source continue de 120 V alimente une résistance de 20 ohms en parallèle avec un condensateur de 37 microfarads. Calculer la puissance fournie par la source.**

La puissance fournie par la source est dissipée par la résistance. La puissance fournie par la source est égale à la puissance dissipée par une résistance qui est donnée par la relation:

$$P_S = \frac{V_R^2}{R} = \frac{120^2}{20} = 720 \text{ W}$$

- c) Une source continue de 120 V alimente une résistance de 20 ohms en série avec une inductance de 20 millihenrys. Calculer l'énergie emmagasinée dans l'inductance.**

L'inductance est en série avec la résistance de 20 Ω donc elle est traversée par le même courant de 6 A. L'énergie emmagasinée par l'inductance est donnée par la relation suivante :

$$W_L = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} (0,02 \cdot 6^2) = 0,36 \text{ J}$$

d) Une source continue de 120 V alimente une résistance de 20 ohms en parallèle avec un condensateur de 37 microfarads. Calculer le courant dans la résistance.

La source de 120 V est continue, le condensateur se conduit comme un circuit ouvert. Le courant dans la résistance de 20 Ω est obtenu à l'aide de la loi d'Ohm:

$$I = \frac{V_s}{R} = \frac{120}{20} = 6 \text{ A}$$

e) Une source continue de 120 V alimente une résistance de 20 ohms en parallèle avec un condensateur de 37 microfarads. Calculer l'énergie emmagasinée dans le condensateur.

La tension aux bornes du condensateur est celle aux bornes de la source, c'est-à-dire 120 V. L'énergie emmagasinée par le condensateur est donnée par la relation :

$$W_C = \frac{1}{2} CV_s^2 = \frac{1}{2} (37 \cdot 10^{-6} \times 120^2) = 0,27 \text{ J}$$

f) Une source continue de 120 V alimente une résistance de 20 ohms en série avec une inductance de 20 millihenrys. Calculer la puissance fournie par la source.

La puissance fournie par la source est dissipée par la résistance. La source est traversée par le courant de 6 A. La puissance dissipée par une résistance est donnée par la relation:

$$P_S = R \cdot I_R^2 = 20 \cdot 6^2 = 720 \text{ W}$$

La puissance fournie par la source peut être aussi calculée à l'aide de la relation qui apparaît à la page 10 du cours 1:

$$P_S = V_S \cdot I_S = V_S \cdot I_R = 120 \cdot 6 = 720 \text{ W}$$

- g) Une source continue de 120 V alimente une résistance de 20 ohms en parallèle avec un condensateur de 37 microfarads. Calculer la puissance fournie par la source.**

La puissance fournie par la source est dissipée par la résistance. La puissance fournie par la source est égale à la puissance dissipée par une résistance qui est donnée par la relation:

$$P_S = \frac{V_R^2}{R} = \frac{120^2}{20} = 720 \text{ W}$$

- h) Une source continue de 120 V alimente une résistance de 20 ohms en série avec une inductance de 20 millihenrys et avec un condensateur de 37 microfarads. Calculer le courant dans la résistance.**

La source de 120 V est continue, le condensateur se conduit comme un circuit ouvert. Il est en série avec la résistance de 20 Ω qui n'est donc parcourue par aucun courant.

- i) Une source continue de 120 V alimente une résistance de 20 ohms en série avec une inductance de 20 millihenrys et avec un condensateur de 37 microfarads. Calculer l'énergie emmagasinée dans l'inductance.**

La source de 120 V est continue, le condensateur se conduit comme un circuit ouvert. Il est en série avec l'inductance de 20 millihenrys qui n'est donc parcourue par aucun courant. Il n'y a donc pas d'énergie emmagasinée dans l'inductance.

- j) Une source continue de 120 V alimente une résistance de 20 ohms en série avec une inductance de 20 millihenrys et avec un condensateur de 37 microfarads. Calculer l'énergie emmagasinée dans le condensateur.**

La source de 120 V est continue, le condensateur se conduit comme un circuit ouvert. L'inductance agit comme un court-circuit et il n'y a pas de courant à travers la résistance. La tension aux bornes du condensateur est celle aux bornes de la source, c'est-à-dire 120 V. L'énergie emmagasinée par le condensateur est donnée par la relation :

$$W_C = \frac{1}{2} C V_S^2 = \frac{1}{2} (37 \cdot 10^{-6} \times 120^2) = 0,27 \text{ J}$$