

EXEMPLE DE FINAL MEC1210

(1)

Question No.2 (25 points)

Un compresseur spécial opérant en régime permanent est conçu pour mélanger et comprimer deux gaz entrant à des pressions différentes. Tel qu'illustré sur la figure 2, de l'azote entre dans la première entrée du compresseur à 20°C et 100 kPa avec une vitesse de 100 m/s par une aire transversale de 0.005 m^2 . En parallèle, 0.4 kg/s d'hélium entre par la deuxième entrée à 100°C et 200 kPa avec une vitesse de 30 m/s . Le compresseur consomme une puissance mécanique de 1 MW et perd 50 kW de chaleur à l'atmosphère due à un mauvais isolement thermique. Un mélange uniforme des deux gaz sort du compresseur à 1 MPa avec une vitesse négligeable. On peut supposer que l'azote et l'hélium sont des gaz parfaits avec des chaleurs massiques constantes. On peut aussi négliger les changements d'énergie potentielle. La température de l'atmosphère demeure constante à 25°C .

On demande de:

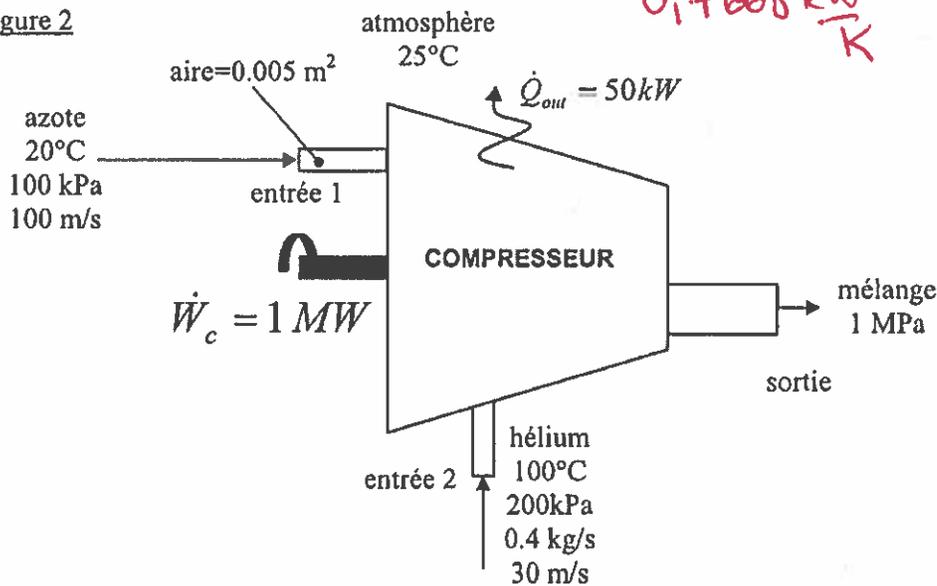
- Déterminer la température du mélange à la sortie du compresseur (en $^\circ\text{C}$). (11 points)
- Déterminer les fractions molaires d'azote et d'hélium du mélange à la sortie. (2 points)
- Calculer le taux production totale d'entropie (\dot{S}_{gen}) (en kW/K). (12 points)

$\dot{m}_1 = 0,575\text{ kg/s}$, $T_{m} = 711,48\text{ K} = 438,48^\circ\text{C}$

$Y_{N_2} = 17,4\%$
 $Y_{He} = 82,6\%$

$0,7668\text{ kW/K}$

Figure 2



Données thermodynamiques:

Pour l'azote: $M = 28.013\text{ kg/kmol}$; $R = 0.2968\text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$; $c_p = 1.039\text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$
 Pour l'hélium: $M = 4.003\text{ kg/kmol}$; $R = 2.0769\text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$; $c_p = 5.1926\text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$

- Notes:** - Vous devez absolument définir le(s) système(s) considéré(s).
 - Des relations utiles pour les gaz parfaits et leurs mélanges se trouvent à la page 6.

Question No. 3 (25 points)

Un moteur à combustion interne est modélisé par un système cylindre-piston contenant 0.001 kg d'air exécutant un cycle comprenant les quatre processus suivants :

Processus 1-2 : Compression *polytropique* tel que $PV^n = \text{constant}$ ($n=1.30103$), de $P_1= 100$ kPa, $T_1= 300K$ à $V_2= V_1/10$.

Processus 2-3 : Chauffage à *volume constant* jusqu'à $T_3 = 800K$.

Processus 3-4 : Détente *adiabatique et réversible* jusqu'à une pression $P_4= 100$ kPa.

Processus 4-1 : Refroidissement à pression constante.

L'air peut être considéré comme un gaz parfait à chaleurs massiques variables avec $R=0.287$ kPa·m³/kg·K. On peut négliger les changements d'énergie cinétique et potentielle de l'air.

On demande de:

- a) Déterminer les volumes, températures et pressions de l'air aux quatre états 1, 2, 3, 4. (10 points)
- b) Déterminer le travail effectué pour chacun des quatre processus du cycle (1-2, 2-3, 3-4 et 4-1) (en kJ) et indiquer si le travail est effectué *par* ou *sur* l'air. (5 points)
- c) Déterminer l'échange de chaleur pour chacun des quatre processus du cycle (1-2, 2-3, 3-4 et 4-1) (en kJ) et indiquer si la chaleur est transférée *par* ou *à* l'air. (3 points)
- d) Calculer le rendement thermique du cycle. (3 points)
- e) Représenter le cycle sur des diagrammes P-V et T-S pour l'air en montrant les états et la direction des évolutions. (4 points)

a) Réponses: $T_1=300K, P_1=100kPa, V_1=8,61 \cdot 10^{-4} m^3, T_2=600K, P_2=2000kPa, V_2=8,61 \cdot 10^{-5} m^3$

Notes: $T_3=800K, P_3=2666,67kPa, V_3=V_2, \text{ (avec les } P\text{)} P_4=P_1, T_4=322,91K, V_4=9,27 \cdot 10^{-4} m^3$

- Travail de frontière pour une évolution polytropique ($PV^n = \text{constant}, n \neq 1$)

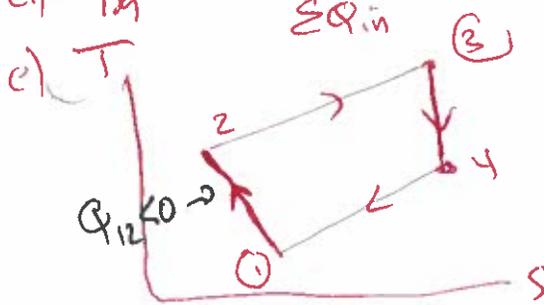
$$W_b = \frac{P_{final} V_{final} - P_{initial} V_{initial}}{1 - n}$$

- Des relations utiles pour les gaz parfaits se trouvent à la page 6.

b) $W_{12} = -0,286 kJ$ (sur), $W_{23} = 0 kJ$, $W_{34} = 0,362 kJ$ (par), $W_{41} = -6,610 kJ$ (sur)

c) $Q_{12} = -0,065 kJ$ (par), $Q_{23} = 0,1575 kJ$ à l'air, $Q_{34} = 0 kJ$, $Q_{41} = -0,0229 kJ$ (par)

d) $\eta_{th} = 1 - \frac{\sum Q_{out}}{\sum Q_{in}} = 1 - \frac{(0,065 + 0,0229)}{0,1575} = 44,19\%$



Question No. 4 (25 points)

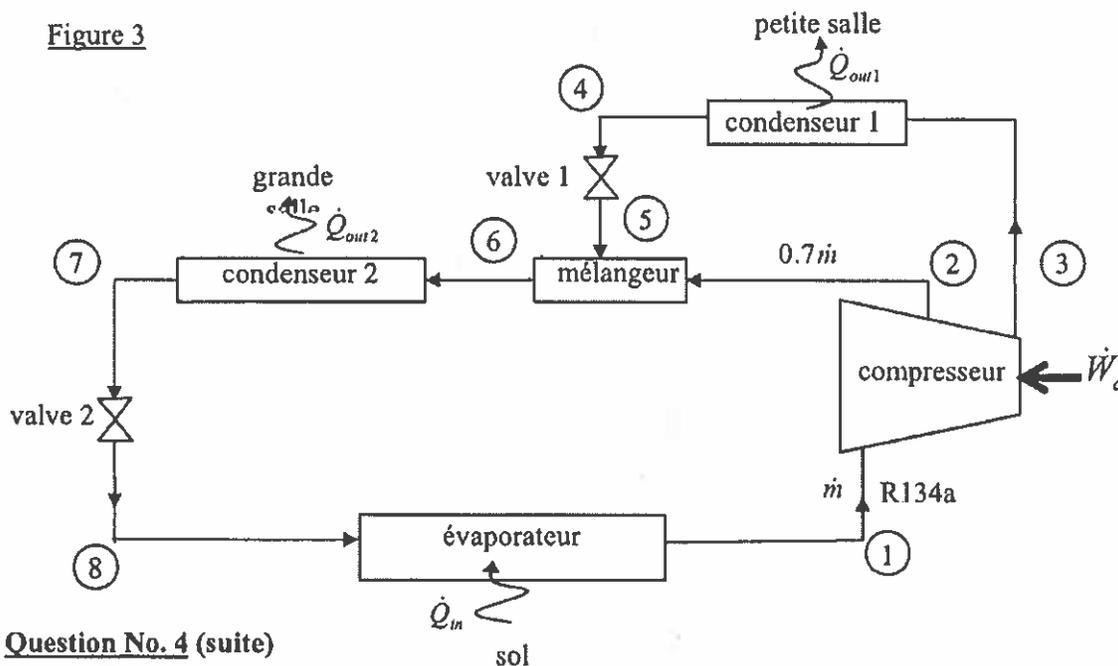
Une usine en milieu nordique requiert une grande salle maintenue à une température modérée et une petite salle gardée à une température plus élevée. Ces deux salles sont chauffées par une pompe géothermique qui fonctionne en régime permanent avec un débit *total* (\dot{m}) de 0.1 kg/s de réfrigérant 134a (R134a), tel qu'illustré sur la figure 3. Celle-ci utilise un compresseur avec extraction partielle qui alimente deux condenseurs à des pressions différentes: 70% du débit total est extrait après une compression partielle. Le reste continue dans le compresseur et passe ensuite par le condenseur 1 pour chauffer la petite salle. Ce débit à haute pression passe ensuite par la valve d'expansion 1 avant d'aller se mélanger avec le débit de pression modérée extrait du compresseur. Le débit ainsi combiné alimente le condenseur 2 pour chauffer la grande salle avant de passer par la valve d'expansion 2 et dans l'évaporateur enfoui profondément dans le sol.

Les états du fluide aux différents points du cycle sont:

- état 1: *vapeur saturée* à 100 kPa (entrée du compresseur)
- état 2: 1 MPa (première sortie du compresseur, première entrée du mélangeur)
- état 3: 1.6 MPa (deuxième sortie du compresseur; entrée du condenseur 1)
- état 4: *liquide saturé* (sortie du condenseur 1; entrée de la valve d'expansion 1)
- état 5: 1 MPa (sortie de la valve d'expansion 1; deuxième entrée du mélangeur)
- état 6: sortie du mélangeur ; entrée du condenseur 2
- état 7: *liquide saturé* (sortie du condenseur 2; entrée de la valve d'expansion 2)
- état 8: sortie de la valve d'expansion 2; entrée de l'évaporateur

Le compresseur, les valves d'expansion et le mélangeur sont *adiabatiques*. Le rendement isentropique du compresseur est de 81.59% avant la première extraction (entre les états 1 et 2), et de 90% après la première extraction (entre les états 2 et 3). On peut négliger les pertes de pression à travers les tuyaux, les condenseurs, le mélangeur et l'évaporateur. On peut aussi négliger les changements d'énergie cinétique et potentielle.

Figure 3



Question No. 4 (suite)

On demande de:

- a) Indiquer la phase et déterminer l'enthalpie, et le titre (si c'est un mélange liquide-vapeur saturé), pour chacun des états de 1 à 8. (11 points)
- b) Représenter le cycle sur un diagramme T-s (avec dôme de saturation) en montrant les états et la direction des évolutions. (5 points)
- c) Déterminer la puissance totale requise (\dot{W}_c) par le compresseur (en kW). (5 points)
- d) Calculer le coefficient de performance de la pompe thermique (basé sur le taux de transfert de chaleur total aux deux salles). (4 points)

a) $h_1 = 234,44 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ (vap. sat), $h_2 = 293,38 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ (vap. surch) (avec $h_{2s} = 282,53 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$)

$h_3 = 305,41 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ (vap. surch) (avec $h_{3s} = 304,2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$), $h_4 = 135,93 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ (liq. sat)

$h_5 = h_4$ (mélange saturé), $x_5 = 0,175$, $h_7 = 107,32 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ (liq. sat)

$h_8 = h_7$ (mélange saturé), $x_8 = 0,415$. Pour trouver h_6 , il faut faire un bilan sur le mélange.

$0,7 \dot{m} h_2 + 0,3 \dot{m} h_5 = \dot{m} h_6$

$h_6 = 246,14 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ (mélange saturé, $x_6 = 0,85$)

c) Bilan Compresseur: $\dot{m} h_1 + \dot{W}_c = 0,7 \dot{m} h_2 + 0,3 \dot{m} h_5$

$\Rightarrow \dot{W}_c = 6,255 \text{ kW}$

d) $COP_T = ?$ $COP_T = \frac{\sum \dot{Q}_H}{\dot{W}_c} = \frac{\dot{Q}_{ext1} + \dot{Q}_{ext2}}{\dot{W}_c}$

Bilan Condenseur 1: $\dot{Q}_{ext1} = 5,081 \text{ kW}$, $\dot{Q}_{ext2} = 13,802 \text{ kW}$
 et Bilan Condenseur 2:

$COP_T = \frac{5,081 + 13,802}{6,255} = 3,03$



Relations utiles et données thermodynamiques

Travail de frontière pour une évolution polytropique ($PV^n = \text{constant}$, $n \neq 1$)

$$W_b = \frac{P_{\text{final}} V_{\text{final}} - P_{\text{initial}} V_{\text{initial}}}{1 - n}$$

1) Chaleurs massiques constantes :

Changement d'entropie: $s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1}$

Pour un processus isentropique:

$$Pv^k = \text{const.}; \quad Tv^{k-1} = \text{const.}; \quad TP^{\frac{1-k}{k}} = \text{const.}; \quad k \equiv \frac{c_p}{c_v} = \frac{c_p}{c_p - R}$$

2) Chaleurs massiques variables :

Changement d'entropie: $s_2 - s_1 = s_2^\circ - s_1^\circ - R \ln \frac{P_2}{P_1}$

Pour un processus isentropique:

$$\left(\frac{P_2}{P_1} \right)_{s=\text{const.}} = \frac{P_{r2}}{P_{r1}} \quad \left(\frac{v_2}{v_1} \right)_{s=\text{const.}} = \frac{v_{r2}}{v_{r1}}$$

3) Pour un mélange (m) de n gaz parfaits:

$$h_m = \sum_{i=1}^n mf_i h_i; \quad s_m = \sum_{i=1}^n mf_i s_i; \quad mf_i \equiv \frac{m_i}{m_m}$$

$$M_m = \sum_{i=1}^n y_i M_i; \quad y_i \equiv \frac{N_i}{N_m}$$

$$N_i \equiv \frac{m_i}{M_i}; \quad N_m = \sum_{i=1}^k N_i$$

$$\Delta s_i = c_{p,i} \ln \frac{T_{i,2}}{T_{i,1}} - R_i \ln \frac{P_{i,2}}{P_{i,1}} \quad P_i = y_i P_m$$