

Q #13

$$t^2 y'' - 2y = 3t^2 - 1$$

$$\text{E.C. } t^2(r(1-r) - 2)$$

$$\text{Racines } r^2 - r - 2$$

$$r = \frac{1 \pm \sqrt{1-4 \cdot 1 \cdot -2}}{2 \cdot 1} \quad r_1 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2 \quad r_2 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -1$$

Donc

$$y_c = c_1 t^{-1} + c_2 t^2$$

$$y_{1c} = t^{-1} \quad y_{2c} = t^2$$

$$y'_1 = -t^{-2} \quad y'_2 = 2t$$

$$w(y_1, y_2)(t) = \begin{bmatrix} t^{-1} & t^2 \\ -t^{-2} & 2t \end{bmatrix} = 2 + 1 = 3$$

$$\begin{aligned} y &= -y_1 \sqrt{\frac{y_2 \cdot g(t)}{w(y_1, y_2)(t)}} dt + y_2 \sqrt{\frac{y_1 \cdot g(t)}{w(y_1, y_2)(t)}} dt \\ &= -\frac{t^{-1}}{3} \sqrt{t^2(3t^2-1)} dt + \frac{t^2}{3} \sqrt{t^{-1}(3t^2-1)} dt \\ &= -\frac{t^{-1}}{3} \sqrt{3t^4 - t^2} dt + \frac{t^2}{3} \sqrt{3t - t^{-1}} dt \\ &= -\frac{t^{-1}}{3} \left[\frac{3t^5}{5} - \frac{t^3}{3} \right] + \frac{t^2}{3} \left[\frac{3t^2}{2} - \ln|t| \right] \\ &= \frac{t^4}{5} - \frac{t^2}{9} + \frac{t^4}{2} - \frac{t^2}{3} \ln|t| \\ &= \frac{7}{10}t^4 - \frac{t^2}{9} - \frac{t^2}{3} \ln|t| \end{aligned}$$

Donc,

$$\begin{aligned} y &= y_c + y \\ &= c_1 t^{-1} + c_2 t^2 + \frac{7}{10}t^4 - \frac{t^2}{3} \ln|t| \end{aligned}$$

même donc on peut pour simplifier