

Formulaire MEC2405 - Résistance des matériaux II

Section 1 : Révision de Mec 1420

$$\sigma_x = \frac{F}{A}$$

$$\sigma_x = -\frac{M_z y}{I_z} = -\frac{M_z}{S_z}$$

$$\tau_{x\theta} = \frac{Tr}{J}$$

Torsion section ouverte

$$\tau_{xi} = \frac{Tt}{J}$$

$$J = \sum \frac{bt^3}{3}$$

$$\sigma_{x'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos(2\theta) + \tau_{xy} \sin(2\theta)$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\sigma_{x'} + \sigma_{y'} = \sigma_x + \sigma_y = \sigma_1 + \sigma_2$$

$$\varepsilon_{x'} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos(2\theta) + \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin(2\theta)$$

$$\varepsilon_{x'} + \varepsilon_{y'} = \varepsilon_x + \varepsilon_y = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} \left[\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z) \right] + \alpha \Delta T$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} \left[\sigma_y - \nu(\sigma_z + \sigma_x) \right] + \alpha \Delta T$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} \left[\sigma_z - \nu(\sigma_y + \sigma_x) \right] + \alpha \Delta T$$

$$\sigma_x = \frac{pr_m}{2t}$$

$$I = \frac{bh^3}{12}$$

$$\tau = \frac{VQ}{Ib}$$

$$\sigma_\theta = \frac{pr_m}{t}$$

$$I = \frac{\pi r^4}{4}$$

$$J = \frac{\pi r^4}{2}$$

Torsion section fermée

$$\tau_{xs} = \frac{T}{2At}$$

$$J = \frac{4\bar{A}^2}{\int \frac{ds}{t}}$$

$$S = \frac{I}{C}$$

$$I = \pi r^3 t$$

$$J = 2\pi r^3 t$$

$$\tau_{x'y'} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin(2\theta) + \tau_{xy} \cos(2\theta)$$

$$\tan(2\theta_1) = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

$$\frac{\gamma_{x'y'}}{2} = -\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \sin(2\theta) + \frac{\gamma_{xy}}{2} \cos(2\theta)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G}$$

Tresca $\tau_{\max} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} = \frac{S_Y}{2}$

$$FS = \frac{S_Y}{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}} = \frac{S_Y}{2\tau_{\max}}$$

$$S_{S_Y} = \frac{S_Y}{2}$$

$$S_{S_Y} = 0,577S_Y$$

Von Mises $\sqrt{\frac{1}{2} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right]} = S_Y$

Section 2 : Flexion gauche

$$\bar{y}_i = \frac{\sum A_i \bar{y}_i}{\sum A_i}$$

$$\tan \beta = \frac{M_y}{M_z}$$

$$\tan \alpha = \frac{M_z I_{yz} + M_y I_z}{M_y I_{yz} + M_z I_y} = \frac{I_{yz} + I_z \tan \beta}{I_{yz} \tan \beta + I_y}$$

$$\sigma_x = -\frac{1}{I_y I_z - I_{yz}^2} \left[(M_y I_{yz} + M_z I_y) y - (M_z I_{yz} + M_y I_z) z \right]$$

$$\sigma_x = -\left[\frac{M_y}{I_{yz}^*} + \frac{M_z}{I_z^*} \right] y + \left[\frac{M_z}{I_{yz}^*} + \frac{M_y}{I_y^*} \right] z$$

$$I_y^* = \frac{I_y I_z - I_{yz}^2}{I_z} \quad ; \quad I_z^* = \frac{I_y I_z - I_{yz}^2}{I_y} \quad ; \quad I_{yz}^* = \frac{I_y I_z - I_{yz}^2}{I_{yz}}$$

$$I_{yz} = \sum (I_{y_i z_i} + \bar{y}_i \bar{z}_i A)$$

$$I_{y'} = \frac{I_y + I_z}{2} + \frac{I_y - I_z}{2} \cos 2\theta - I_{yz} \sin 2\theta$$

$$I_{z'} = \frac{I_y + I_z}{2} - \frac{I_y - I_z}{2} \cos 2\theta + I_{yz} \sin 2\theta$$

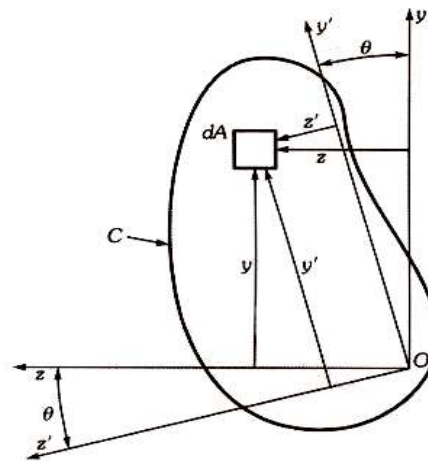
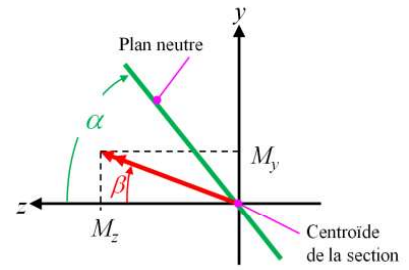


Figure A.4 Réaction du système d'axes. Le système d'axes y' et z' fait avec le système d'axes y et z un angle θ .

Section 3 : Énergie de déformation

Théorème de réciprocité
$$\sum_{i=1}^n (\bar{P}_i)_I \cdot (\bar{\delta}_i)_{II} = \sum_{j=1}^m (\bar{P}_j)_{II} \cdot (\bar{\delta}_j)_I$$

Énergie de déformation
$$U = \sum \frac{P_i^2 L}{2AE} + \sum \frac{T_i^2 L}{2GJ} + \sum \int \frac{M_i^2 dx}{2EI} + \sum \int \frac{V_i^2 dx}{2A_c G}$$

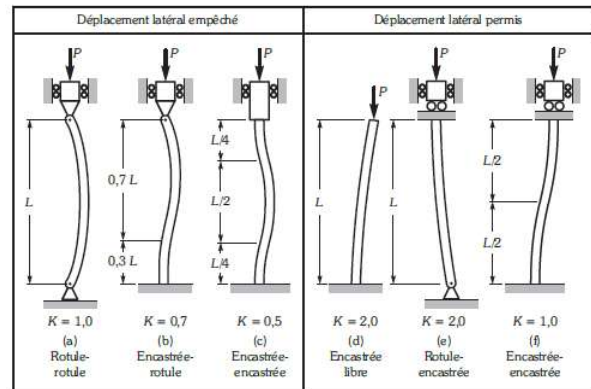
Théorème de Castigliano
$$\frac{dU}{dF} = \sum P_i \frac{\partial P_i}{\partial F} \frac{L}{AE} + \sum T_i \frac{\partial T_i}{\partial F} \frac{L}{GJ} + \sum \int M_i \frac{\partial M_i}{\partial F} \frac{dx}{EI} + \sum \int V_i \frac{\partial V_i}{\partial F} \frac{dx}{A_c G}$$

Section 4 : Instabilité et flambement

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$$

$$\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{KL}{r}\right)^2}$$

$$r = \sqrt{\frac{I}{A}}$$



Code ACNOR

$$C_r = \phi AS_y (1 + \lambda^{2n})^{-1/n} \quad \lambda = \frac{KL}{r} \sqrt{\frac{S_y}{\pi^2 E}} \quad F_{amp} = \frac{1}{1 - \frac{C}{P_{cr}}}$$

Flexion 2 plans

$$\frac{C}{C_r} + \frac{F_{amp} M_z}{M_{rz}} + \frac{F_{amp} M_y}{M_{ry}} \leq 1$$

Flexion 1 plan

$$\frac{C}{C_r} \leq 1,0 \quad \frac{C}{C_{ri}} + \frac{F_{amp/i} M_i}{M_{ri}} \leq 1,0$$

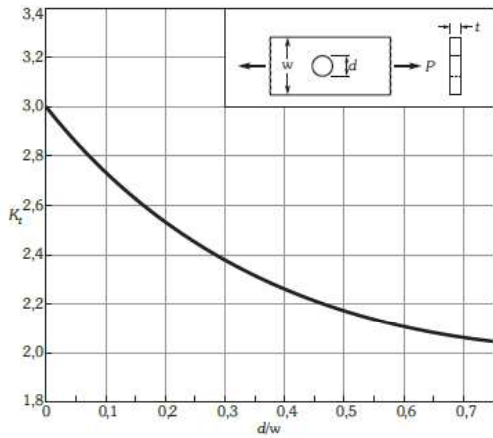


Figure D.1 Plaque avec trou transversal, soumise à une traction ou à une compression axiale.
 $\sigma_{nom} = P/[(w - d)t]$

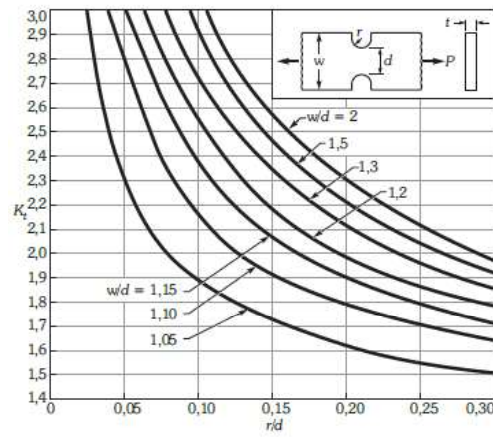


Figure D.2 Plaque avec encoche, soumise à une traction ou à une compression axiale.
 $\sigma_{nom} = P/(d t)$

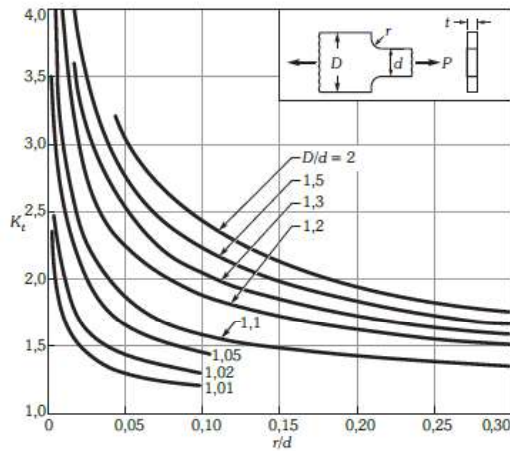


Figure D.3 Plaque avec épaulement, soumise à une traction ou à une compression axiale.
 $\sigma_{nom} = P/(d t)$

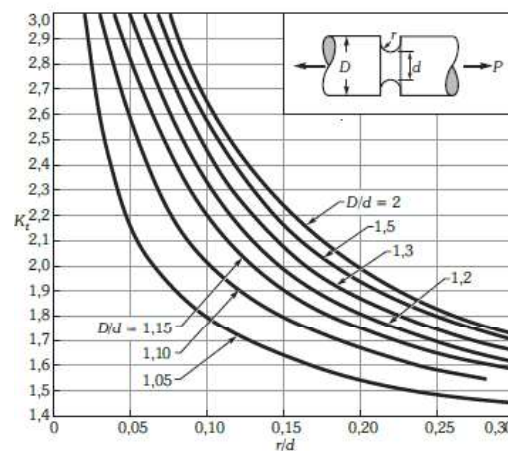


Figure D.4 Barreau cylindrique avec rainure circulaire, soumis à une traction.
 $\sigma_{nom} = P/(\pi d^2/4)$

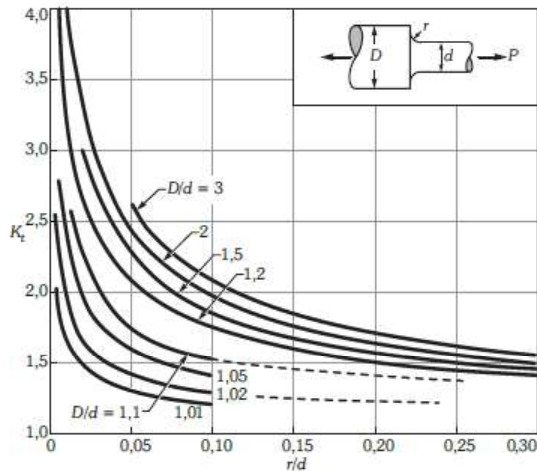


Figure D.5 Barreau cylindrique avec épaulement, soumis à une traction axiale.
 $\sigma_{nom} = P/(\pi d^2/4)$

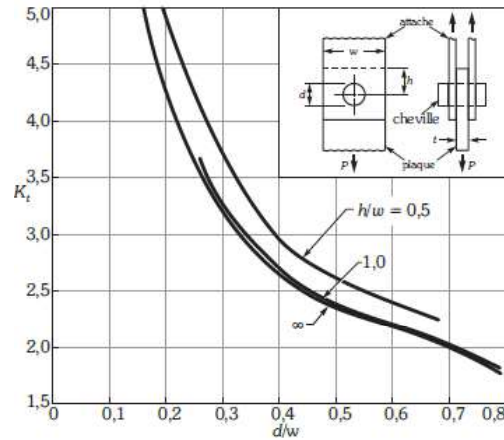


Figure D.6 Plaque retenue par un goujon passant dans un trou et soumise à une traction axiale (jeu négligeable entre le goujon et le trou). Pour un jeu non négligeable, augmenter K_t de 35 à 50 %.
 $\sigma_{nom} = P/[(w - d) t]$

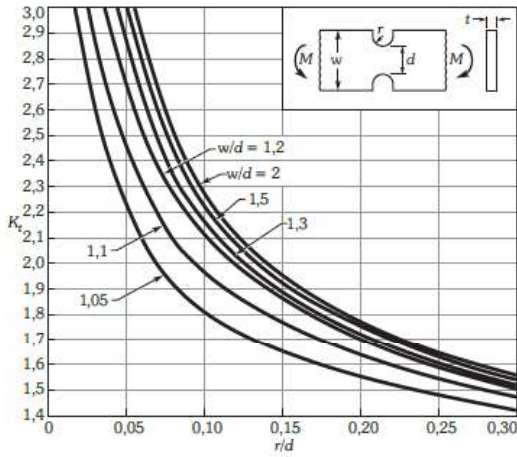


Figure D.7 Plaque avec encoche, soumise à une flexion.
 $\sigma_{nom} = M(d/2)/(td^3/12)$

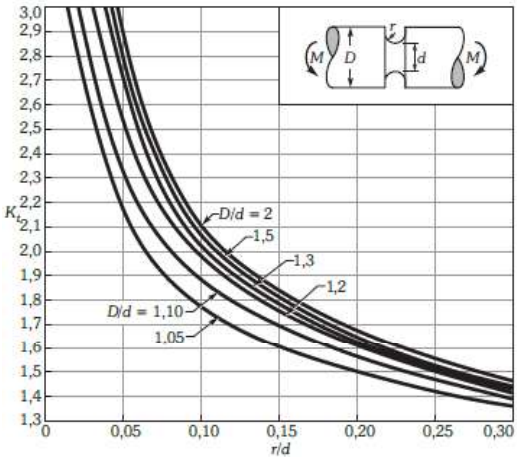


Figure D.9 Barreau cylindrique avec rainure circulaire, soumise à une flexion.
 $\sigma_{nom} = M(d/2)/(\pi d^4/64)$

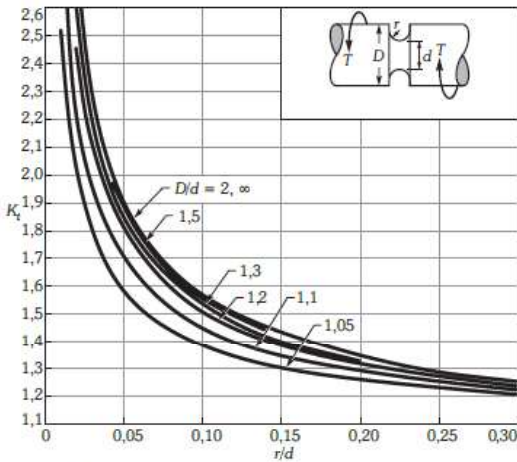


Figure D.11 Barreau cylindrique avec rainure circulaire, soumis à une torsion.
 $\tau_{nom} = T(d/2)/(\pi d^4/32)$

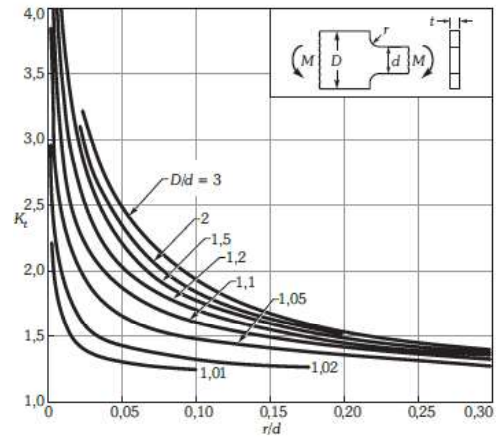


Figure D.8 Plaque avec épaulement, soumise à une flexion.
 $\sigma_{nom} = M(d/2)/(t d^3/12)$

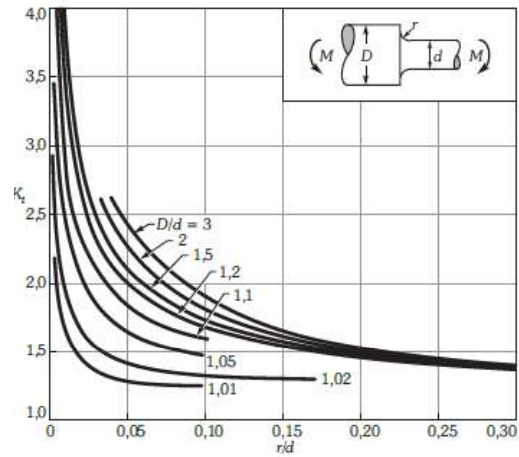


Figure D.10 Barreau cylindrique avec épaulement, soumise à une flexion.
 $\sigma_{nom} = M(d/2)/(\pi d^4/64)$

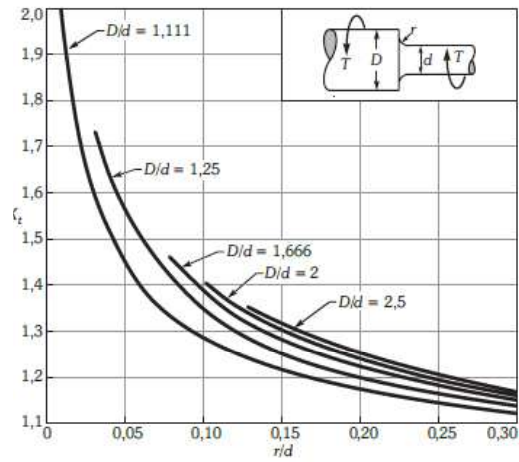


Figure D.12 Barreau cylindrique avec épaulement, soumis à une torsion.
 $\tau_{nom} = T(d/2)/(\pi d^4/32)$