

QUESTION 2 (6 points)

La figure a) illustre une membrure élastique AB ($L = 4$ m) encadrée au point A et articulée au point B. La section de la membrure AB est illustrée à la figure b); l'épaisseur de la paroi est uniforme. Le matériau est un acier ($E = 200\,000$ MPa; $S_y = 400$ MPa) qui n'a pas été traité pour relâcher les contraintes résiduelles. ($n = 1,34$).

Le chargement suivant est appliqué simultanément :

- une charge axiale, $P = 500$ kN;
- une charge uniformément distribuée selon la direction y , $w = 2$ kN/m

- a) Calculez les réactions aux appuis A et B; négligez l'effet de l'effort tranchant et de la force axiale sur l'énergie déformation; (2 points)
- b) En vous référant à la norme ACNOR et en considérant un coefficient de tenue ϕ égal à 0,9 ainsi qu'un facteur de pondération de la charge égal à 1,5, vérifiez si la membrure AB possède une résistance suffisante pour éviter le flambement. (4 points)

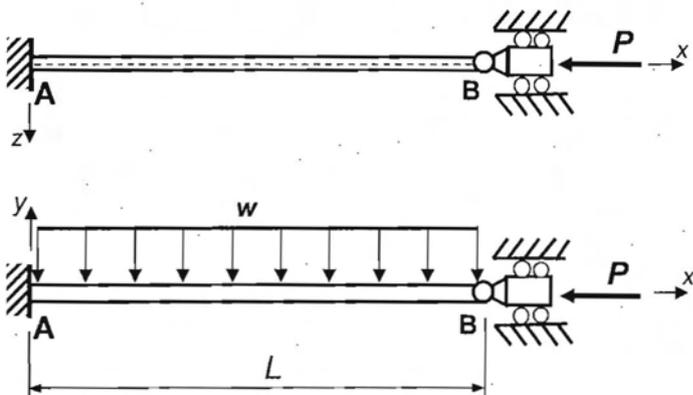


Fig. a) Structure et chargement

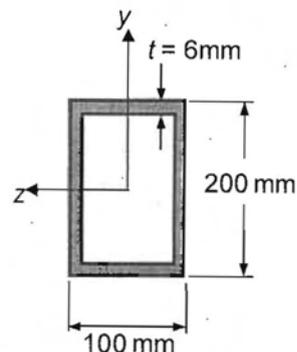
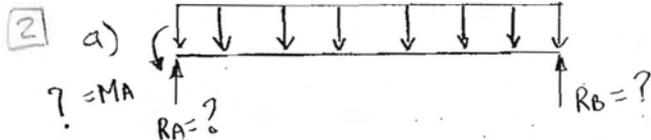


Fig. b) Section de AB

$A = 3456$ mm² (surface foncée)
 $I_z = 17,94 \times 10^6$ mm⁴
 $r_z = 72,05$ mm
 $S_z = 179,4 \times 10^3$ mm³
 $I_y = 5,99 \times 10^6$ mm⁴
 $r_y = 41,63$ mm
 $S_y = 119,8 \times 10^3$ mm³

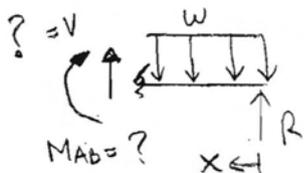


$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 & \quad R_{Ax} = P \\ \sum F_y = 0 & \quad wL = R_A + R_B \\ \sum M/A = 0 & \quad MA - \frac{wL^2}{2} + R_B L = 0 \end{aligned}$$

Surabondante $\Rightarrow R_B = R$ ($S_B = 0$)

$$\begin{aligned} R_A &= wL - R \\ MA &= \frac{wL^2}{2} - RL \end{aligned}$$

0,5



$$\begin{aligned} \sum M/o = 0 \\ M_{AB} &= -\frac{wx^2}{2} + Rx \quad (0 \leq x \leq L) \end{aligned}$$

0,5

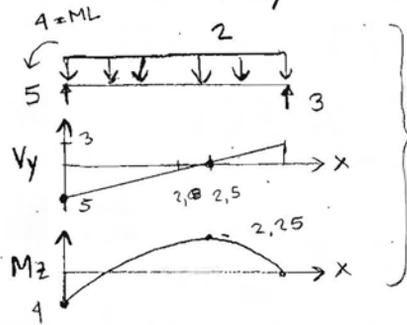
$$\delta_B = \frac{\partial U}{\partial R} = \frac{1}{EI} \int_0^L (Rx - \frac{wx^2}{2}) x dx = \int_0^L (Rx^2 - \frac{wx^3}{2}) dx = \left[\frac{Rx^3}{3} - \frac{wx^4}{8} \right]_0^L$$

$$= \frac{RL^3}{3} - \frac{wL^4}{8} = 0 \Rightarrow R = \frac{3wL}{8} \quad \text{donc} \quad R_A = \frac{5wL}{8} \quad (\text{sens montré})$$

$$R_B \uparrow \quad 0.75 \quad M_A = \frac{wL^2}{8} \quad (\text{sens montré})$$

* $R_B = 3 \text{ kN} \quad R_A = 5 \text{ kN} \quad M_A = 4 \text{ kN.m} \quad 0.25$

4) b) Poutre-colonne (flexion 1 plan) → enc. rot + dép. bloqué $K=0.7$
o flexion xy (autour de z) 0.25



$C = 1.5P = 750 \quad 0.25$

$$\lambda_z = \frac{KL}{r_z} \sqrt{\frac{S_y}{\pi^2 E}} = \frac{0.7 \cdot 4000}{72.05} \sqrt{\frac{400}{\pi^2 \cdot 200000}}$$

$$= 0.553 \quad 0.25$$

$$C_r = \phi A S_y (1 + \lambda^2)^{-0.746}$$

$$= 0.9 \cdot 3456 \cdot 400 \cdot (1 + 0.553^{2.68})^{-0.746} = 1083 \text{ kN} \quad 0.25$$

$M_{zmax} = 4 \text{ kNm} \times 1.5 = 6 \quad 0.25$

$$P_{crz} = \frac{\pi^2 EI_z}{(KL)^2} = \frac{\pi^2 \cdot 200000 \cdot 17.94}{(0.7 \cdot 4000)^2} = 4510 \text{ N} \quad 0.25$$

$$F_{amp/z} = \frac{1}{1 - C/P_{crz}} = \frac{1}{1 - \frac{750}{4510}} = 1.2 \quad 0.25$$

$M_{rz} = \phi S_z S_y = 0.9 \cdot 179.4 \times 10^3 \cdot 400 = 64,58 \text{ kN} \quad 0.25$

$$\frac{C}{C_{rz}} + \frac{F_{amp/z} M_{zmax}}{M_{rz}} = \frac{750}{1083} + \frac{1.2 \cdot 6}{64,58} = 0,8 < 1 \quad (\text{ok!}) \quad 0.25$$

Plan xz ($K=0.7$ aussi) $\lambda_y = \frac{0.7 \cdot 4000}{41.63} \sqrt{\frac{400}{\pi^2 \cdot 200000}} = 0.957 \quad 0.25$

$$C_{ry} = 0.9 \cdot 3456 \cdot 400 \cdot (1 + 0.957^{2.68})^{-0.746} = 773 \text{ kN} \quad 0.25$$

$$\frac{C}{C_{ry}} = \frac{750}{773} = 0,97 < 1 \quad 0.25$$