

QUESTION 2 (7 points)

Une structure A-E (voir fig. a) comprend une poutre ABC reliée par des rotules mécaniques (voir symbole de cercle blanc sur la fig. a) à deux tiges, AD et CE. Ces tiges sont faites d'un matériau élastique-parfaitement plastique et leurs propriétés sont:

AD: $L = 2 \text{ m}$, $A_{AD} = 20 \text{ mm}^2$, $S_y = 300 \text{ MPa}$
 CE: $L = 1 \text{ m}$, $A_{CE} = 15 \text{ mm}^2$, $S_y = 300 \text{ MPa}$.

La section de la poutre ABC consiste à un assemblage de trois plaques (voir section illustrée à la fig. b). Ces plaques sont faites d'un matériau élastique-parfaitement plastique ayant une limite d'écoulement S_y de 300 MPa pour les plaques verticales et 525 MPa pour la plaque horizontale (suite à un traitement thermique).

La structure est chargée au point B par une force verticale P (dans le sens montré).

Illustrez tous les mécanismes d'effondrement et déterminez la charge limite P_L de la structure.

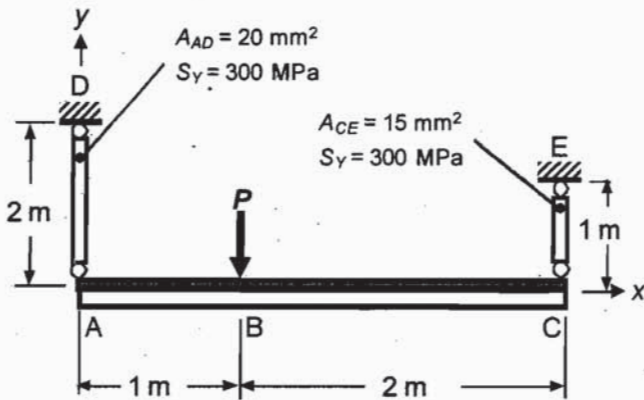


Fig. a) Structure A-E et le chargement externe P

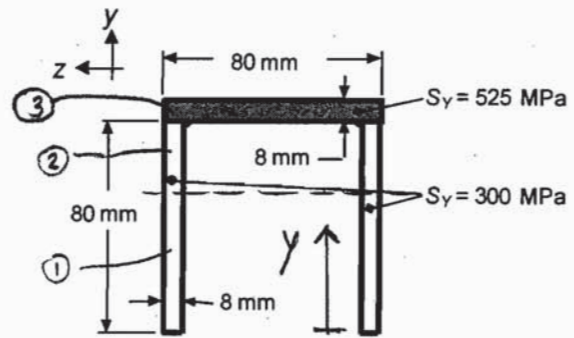


Fig. b) Section de la poutre ABC

AD $F_{LAD} = A_{AD} S_y = 20 \text{ mm}^2 \cdot 300 \text{ MPa} = 6 \text{ kN}$

CE $F_{LCE} = A_{CE} S_y = 15 \cdot 300 = 4,5 \text{ kN}$

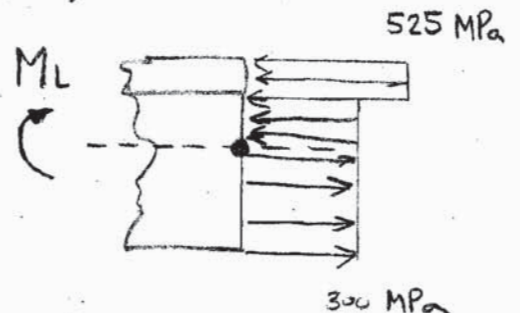
ABC = Position de l'axe neutre plastique ($\Sigma F = 0$)

$\Sigma F = 0$

$300 \cdot y \cdot 8 \cdot 2 = 300 \cdot (80 - y) \cdot 8 \cdot 2 + 525 \cdot 80 \cdot 8$

$4800y = 384000 - 4800y + 336000$

$9600y = 720000$ $y = 75 \text{ mm}$



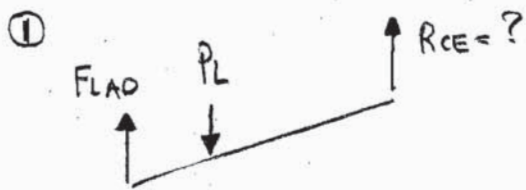
□ Calcul de M_L ($\Sigma M = 0$)

$$\Sigma M = 0$$

$$300 \cdot 75 \cdot 8 \cdot 2 \left(\frac{75}{2}\right) + 300 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 2 \left(\frac{5}{2}\right) + 525 \cdot 80 \cdot 8 \cdot 9 = M_L$$

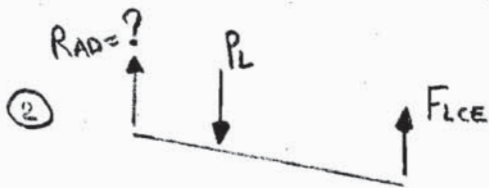
$M_L = 16,584 \times 10^6 \text{ N}\cdot\text{mm}$

 ou $16,584 \text{ kN}\cdot\text{m}$



$$\Sigma M_{/C} = 0 \quad 2P_L - 3F_{LAD} = 0$$

$$P_L = \frac{3}{2} F_{LAD} = \underline{\underline{9 \text{ kN}}}$$



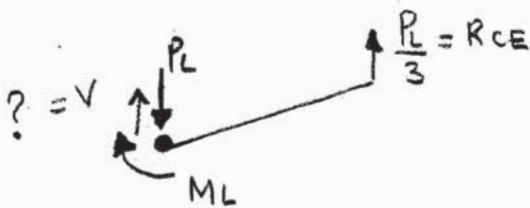
$$\Sigma M_{/A} = 0 \quad -P_L + 3F_{LCE} = 0$$

$$P_L = 3F_{LCE} = \underline{\underline{13,5 \text{ kN}}}$$



$$\Sigma F_y = 0 \quad R_{AD} + R_{CE} = P_L$$

$$\Sigma M_{/A} = 0 \quad -P_L + 3R_{CE} = 0 \quad R_{CE} = \frac{P_L}{3}$$



$$\Sigma M_{/O} = 0 \quad \frac{P_L}{3} \cdot 2 = M_L$$

$$P_L = \frac{3M_L}{2} = \underline{\underline{24,876 \text{ kN}}}$$

Le plus critique $\Rightarrow P_L = 9 \text{ kN}$ (mécanisme 1)