ÉCOLE POLYTECHNIQUE
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE
COURS MEC2405 - RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX II
TRAVAIL DIRIGÉ ÉVALUÉ NO. 4 – 28 octobre 2008

NOTES:
- **Durée : 45 minutes**
- **Répondre sur le questionnaire**
- **Aucune documentation permise**
- **Deux questions**

Professeur: Daniel Therriault

NOM:______________________ PRÉNOM:______________

SIGNATURE:______________________ MATRICULE:______________

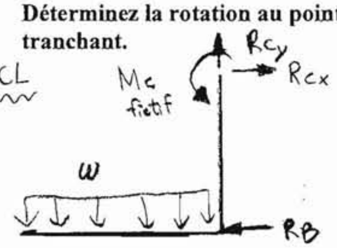
Note : **/10**

QUESTION 1 (5 points)

La structure ABC, simplement supportée au point B et articulée au point C, est soumise à une charge uniformément distribuée *w* entre les points A et B. Le joint en B est rigide. Les deux membrures AB et BC ont des aires identiques (*A*) et une rigidité en flexion égale à *EI*.

Déterminez la rotation au point C; dans vos calculs, négligez l'énergie de déformation associée à l'effort tranchant.

DCL

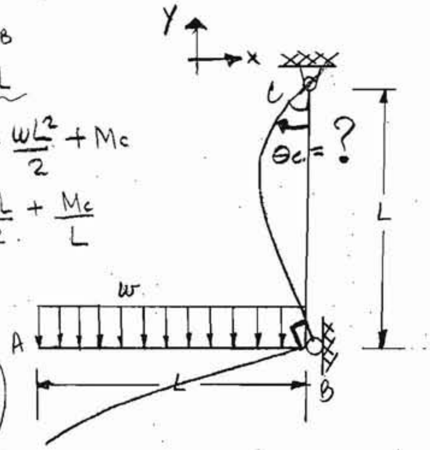


$\Sigma F_x = 0 \quad R_{cx} = R_B$

$\Sigma F_y = 0 \quad R_{cy} = wL$

$\Sigma M_{/B} = 0 \quad R_{cx} L = \frac{wL^2}{2} + M_c$

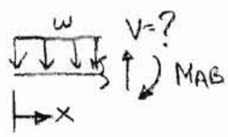
$R_{cx} = \frac{wL}{2} + \frac{M_c}{L}$



Donc, $R_{cx} = R_B = \frac{wL}{2} + \frac{M_c}{L}$

$*$ Ajouter un moment fictif en C $\left(\theta = \frac{\partial U}{\partial M_c}\Big|_{fictif}\right)$ avant de faire l'équilibre

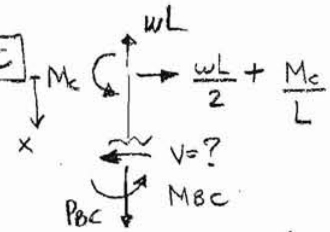
AB



$\Sigma M_{/o} = 0 \quad M_{AB} = \frac{wx^2}{2}$

$(0 \leq x \leq L)$

BC



$(0 \leq x \leq L)$

$\Sigma M_{/o} = 0 \quad M_{BC} = \left(\frac{wL}{2} + \frac{M_c}{L}\right)x - M_c$

$\Sigma F_y = 0 \quad P_{BC} = wL$

$$\theta_c = \frac{\partial U}{\partial M_c}\Big|_{M_c=0} = \int_0^L \frac{M_{AB}\left(\cancel{\frac{\partial M_{AB}}{\partial M_c}}\right)^{0}}{EI}dx + \int_0^L \frac{M_{BC}}{EI}\left(\frac{\partial M_{BC}}{\partial M_c}\right)dx + \frac{P\left(\cancel{\frac{\partial P}{\partial M_c}}\right)^{0} L}{AE}$$

$$= \int_0^L \frac{1}{EI}\left[\frac{wLx}{2} + \cancel{\frac{M_c x}{L}}^{0} - \cancel{M_c}^{0}\right]\left(\frac{x}{L} - 1\right)dx = \int_0^L \frac{1}{EI}\left[\frac{wLx^2}{2L} - \frac{wLx}{2}\right]dx$$

$$= \frac{1}{EI}\left[\frac{wx^3}{6} - \frac{wLx^2}{4}\right]\Bigg|_0^L = \frac{1}{EI}\left(\frac{wL^3}{6} - \frac{wL^3}{4}\right) = \boxed{\frac{-wL^3}{12EI} = \theta_c}$$

FORMULAIRE

$*$ sens opposé à M_c ⚠

$$U = \Sigma\frac{P_i^2 L}{2AE} + \Sigma\frac{T_i^2 L}{2GJ} + \Sigma\int_0^L \frac{M^2 dx}{2EI} + \quad ; \quad \frac{\partial U}{\partial F} = \Sigma\frac{P_i \frac{\partial P_i}{\partial F} L}{AE} + \Sigma\frac{T_i \frac{\partial T_i}{\partial F} L}{GJ} + \Sigma\int_0^L \frac{M\frac{\partial M}{\partial F}dx}{EI}$$