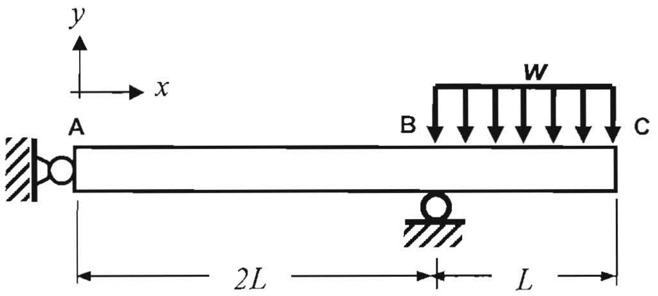
QUESTION 2 (8 points)

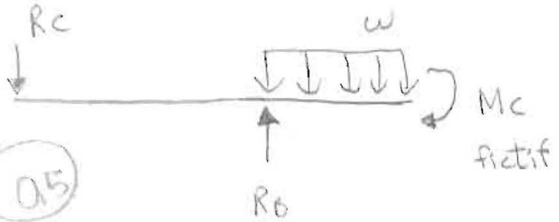
La figure ci-dessous illustre une structure ABC, articulée au point A et simplement appuyée au point B. La partie AB est de longueur $2L$ et celle BC est de longueur L. Une charge distribuée w est appliquée sur la partie BC. La structure a une rigidité en flexion égale à EI, une rigidité en traction égale à AE, une aire effectivement de cisaillement égale à A_c et un module de cisaillement qui vaut G.

La longueur L est relativement petite par rapport aux dimensions de la section, de sorte que l'énergie de déformation associée aux efforts tranchants ne peut pas être négligée.

Déterminez la rotation au point C.



□ DCL



0.5

0.5

□ $\theta_c = \dfrac{\partial U}{\partial M_c}$ ajouter Mc fictif

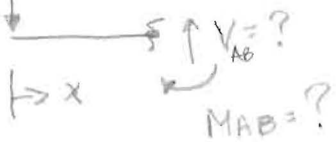
□ $\sum F_y = 0 \qquad wL + R_c = R_B \longrightarrow R_B = wL + \dfrac{wL}{4} + \dfrac{M_c}{2L} = \dfrac{5wL}{4} + \dfrac{M_c}{2L}$

$\sum M_{/B} = 0 \qquad \dfrac{wL^2}{2} + M_c = R_c 2L \longrightarrow R_c = \dfrac{wL}{4} + \dfrac{M_c}{2L}$

□ Efforts internes

1

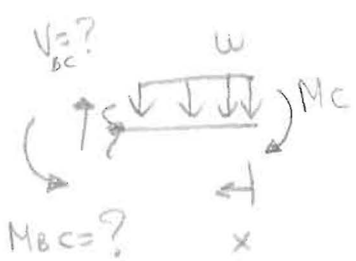
$R_c = \dfrac{wL}{4} + \dfrac{M_c}{2L}$



$\sum F_y = 0 \qquad V_{AB} = \dfrac{wL}{4} + \dfrac{M_c}{2L}$

$\sum M_{/} = 0 \qquad M_{AB} = \dfrac{xwL}{4} + \dfrac{M_c x}{2L} \qquad (0 \leq x \leq 2L)$ 1

1



$\sum F_y = 0 \qquad V_{BC} = wx$

$\sum M_{/0} = 0 \qquad M_{BC} = \dfrac{wx^2}{2} + M_c \qquad (0 \leq x \leq L)$ 1

$$\theta_c = \left.\frac{\partial U}{\partial M_c}\right|_{M_c=0} = \int_0^{2L} \frac{M_{AB}}{EI}\left(\frac{\partial M_{AB}}{\partial M_c}\right)dx + \int_0^{2L} \frac{V_{AB}}{A_c G}\left(\frac{\partial V_{AB}}{\partial M_c}\right)dx$$

$$+ \int_0^{L} \frac{M_{BC}}{EI}\left(\frac{\partial M_{BC}}{\partial M_c}\right)dx + \int_0^{L} \frac{V_{BC}}{A_c G}\left(\cancel{\frac{\partial V_{BC}}{\partial M_c}}\right)dx$$

1

$$= \int_0^{2L} \frac{1}{EI}\left(\frac{x\omega L}{4} + \cancel{\frac{M_c x}{2L}}\right)\left(\frac{x}{2L}\right)dx + \int_0^{2L} \frac{1}{A_c G}\left(\frac{\omega L}{4} + \cancel{\frac{M_c}{2L}}\right)\left(\frac{1}{2L}\right)dx + \int_0^{L} \frac{1}{EI}\left(\frac{\omega x^2}{2} + \cancel{M_c}\right)(1)\,dx$$

$$= \int_0^{2L} \frac{1}{EI}\left(\frac{x^2\omega}{8}\right)dx + \int_0^{2L} \frac{1}{A_c G}\left(\frac{\omega}{8}\right)dx + \int_0^{L} \frac{\omega x^2}{2EI}\,dx$$

1,5

$$= \left.\frac{x^3\omega}{24EI}\right|_0^{2L} + \left.\frac{\omega x}{8A_cG}\right|_0^{2L} + \left.\frac{\omega x^3}{6EI}\right|_0^{L} = \frac{8L^3\omega}{24EI} + \frac{2L\omega}{8A_cG} + \frac{\omega L^3}{6EI}$$

$$\theta_c = \frac{\omega L^3}{2EI} + \frac{\omega L}{4A_cG}$$ (sens montré)

0,5