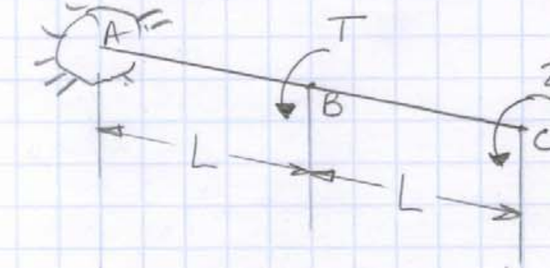
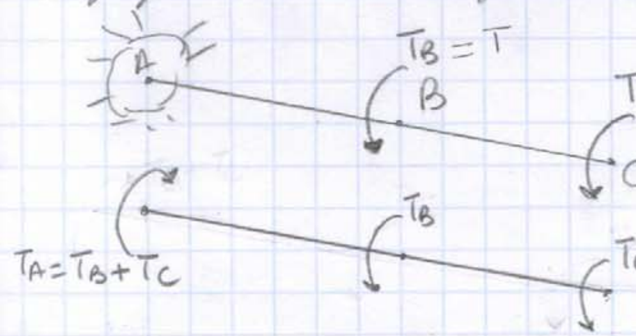
Exemple 1 - Problème isostatique - Torsion



- Un arbre en torsion encastré au point A
- $J_{AB} = J_{BC} = J$
- $G_{AB} = G_{BC} = G$
- on demande ϕ_C

Ici, le chargement est exprimé en fonction de T. Il faut donc donner un nom spécifique au chargement en B (T_B) et en C (T_C):



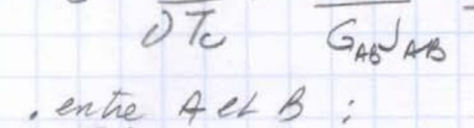
on peut poser :

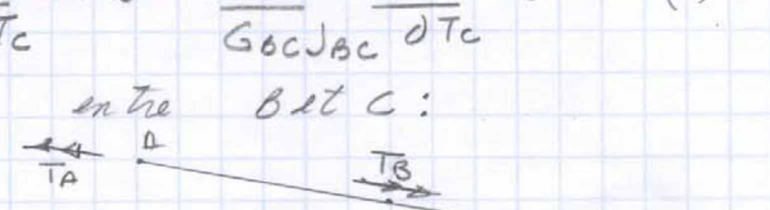
$$\phi_C = \frac{\partial U}{\partial T_C}$$

car ϕ_C, le déplacement angulaire, est le déplacement du couple appliqué au point C.

$$\bullet\ \phi_C = \frac{\partial U}{\partial T_C} = \frac{T_{AB}}{G_{AB} J_{AB}} \frac{\partial T_{AB}}{\partial T_C} L_{AB} + \frac{T_{BC}}{G_{BC} J_{BC}} \frac{\partial T_{BC}}{\partial T_C} L_{BC} \quad (1)$$

. entre A et B : entre B et C :





$$T_{AB} = T_A = T_B + T_C \quad (2)$$

$$T_{BC} + T_B - T_A = 0$$

$$T_{BC} = T_A - T_B = T_B + T_C - T_B$$

$$= T_C \quad (3)$$

éqns (2) et (3) dans éqn (1) $\Rightarrow$

$$\bullet\ \phi_C = \frac{(T_B + T_C)}{GJ}(1)\,L + \frac{(T_C)}{GJ}(1)\,L$$

$$= \frac{(T + 2T)}{GJ} L + \frac{2T}{GJ} L = \frac{5TL}{GJ}$$