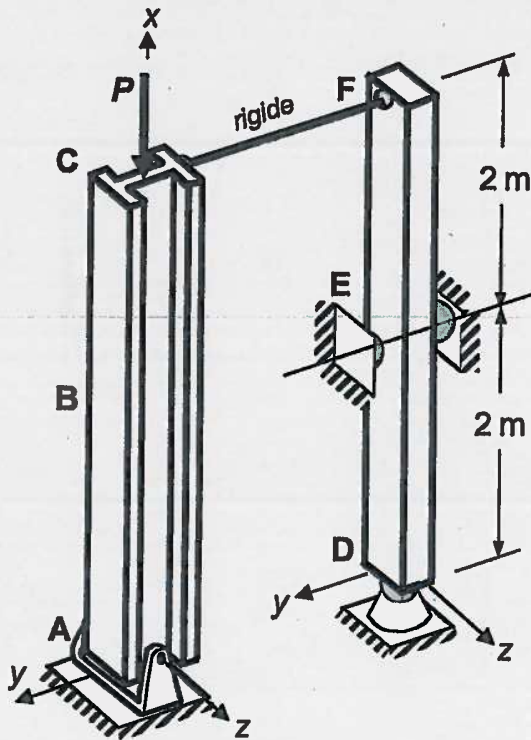


QUESTION 3 (5 points)

La figure a) illustre en isométrie un système est composé d'une membrure ABC ($L = 4$ m), d'une poutre DEF ($L = 4$ m) et d'une membrure rigide CF. La membrure ABC est articulée en A où la rotation de la section est permise uniquement autour de l'axe z. La poutre DEF stabilise la membrure ABC dans le plan x-y. Les joints C, D, E et F sont des rotules. La poutre DEF a une section rectangulaire (fig. b) et la membrure ABC a une section W200 x 52 (fig. c). Les deux membrures sont faites d'un acier ($E = 200\ 000$ MPa; $S_y = 300$ MPa).

La membrure ABC supporte une charge P appliquée au point C.

- a) Déterminez la force de compression P_{cr} qui engendra l'instabilité en mode rigide de la membrure ABC dans le plan x-y (2 points).
- b) Déterminez la force de compression théorique P_{cr} qui engendra le flambement de la membrure élastique ABC (3 points).



NOTE: À l'aide du théorème de Castigliano, vous connaissez la relation suivante:

$$\delta = \frac{2Fl^3}{3EI}$$

} smaller
X

Fig. a) Membrures ABC et DEF et le chargement

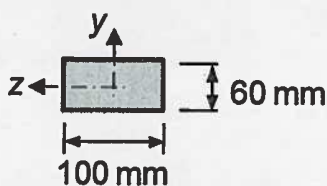
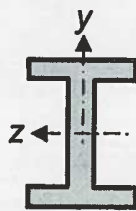


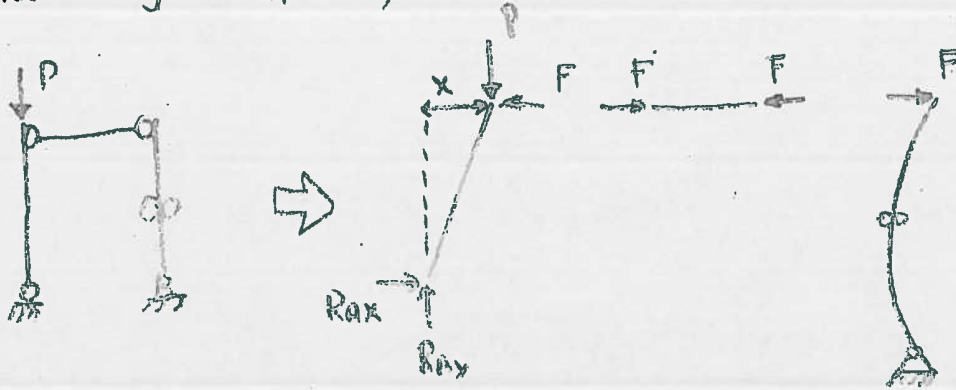
Fig. b) Section de la poutre DEF



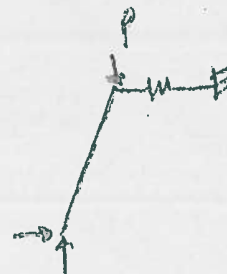
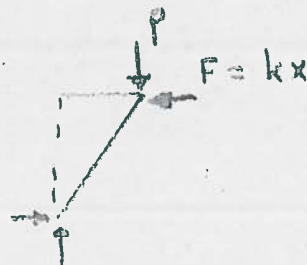
- $A = 6660$ mm²
- $I_z = 52,7 \times 10^6$ mm⁴
- $r_z = 89,0$ mm
- $I_y = 17,8 \times 10^6$ mm⁴
- $r_y = 51,7$ mm

Fig. c) Propriétés géométriques de la membrure de type W200 x 52

a) mode rigide (plan x-y)



on sait : $\delta = \frac{2Fl^3}{3EI}$



$$k = \frac{F}{\delta} = \frac{3EI}{2L^3}$$

0,5

$$\sum M_A = 0$$

$$Px = FL$$

$$P_{crit} = kL$$

$$Px = kxL$$

0,5

$$I_x = \frac{bh^3}{12} = \frac{100 \cdot 60^3}{12}$$

$$= 1,8 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$P_{crit} = \frac{3EI}{2L^3} L = \frac{3 \cdot 200000 \cdot 1,8 \times 10^6}{2 \cdot 2000^3} \cdot 4000$$

1

$$P_{crit} = 270000 \text{ N} \text{ ou } \underline{270 \text{ kN}} = P_{crit}$$

b) mode élastique

□ plan x-y



- rotule-rotule
- dép. lat. bloqué

$K=1$

0,5

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI_z}{(KL)^2} = \frac{\pi^2 200\,000 \cdot 52,7 \times 10^6}{(4000)^2} = 6,501 \times 10^6 \text{ N ou}$$

6501 kN = P_{cr}

0,75

□ plan x-z



- enc. - libre

$K=2$

0,5

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI_y}{(KL)^2} = \frac{\pi^2 200\,000 \cdot 17,8 \times 10^6}{(2 \cdot 4000)^2} = 5,49 \times 10^5 \text{ N ou}$$

549 kN = P_{cr}

prendre le plus petite

0,25

1