

Quiz 1 – Mercredi, le 30 septembre 2009

QUESTION 2 (9 points)

La poutre AB montrée à la figure a) est fabriquée en soudant, sur toute sa longueur, deux plaques rectangulaires de 90 mm × 12 mm (voir la fig. b). Le centre de la plaque verticale est situé à 18 mm du bord de la plaque horizontale. Cette poutre doit supporter un moment fléchissant M_z de 5 kN.m (selon le sens montré) et un moment de torsion T_{Bx} de 1,08 kN.m (selon le sens montré).

Le centroïde de la section est situé à 31,5 mm de la base et à 13,5 mm du centre de la plaque verticale. Les propriétés de la section sont :

$$I_z = 2,146 \times 10^6 \text{ mm}^4 \quad I_y = 1,136 \times 10^6 \text{ mm}^4 \quad I_{yz} = \text{à déterminer.}$$

En considérant un facteur de sécurité de 2, déterminez la valeur minimale de la limite d'écoulement S_y pour qu'il n'y ait pas écoulement dans cette membrure (en identifiant clairement la position du point le plus critique).

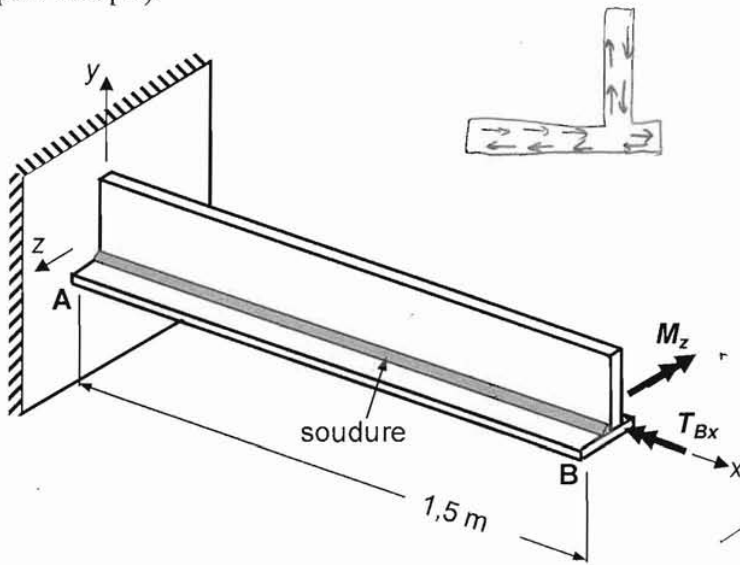


Fig. a) Poutre et son chargement

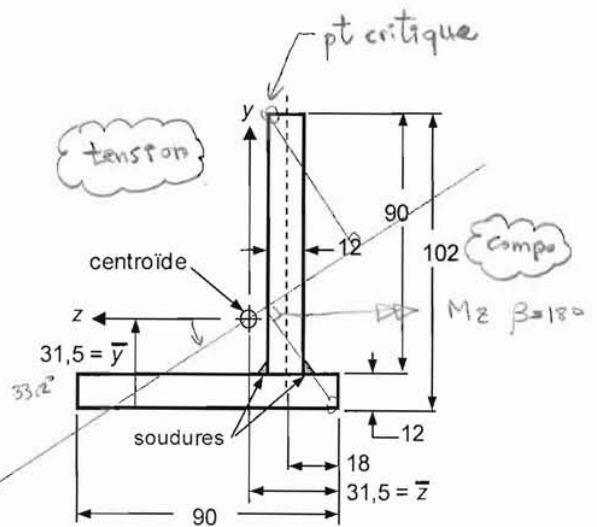
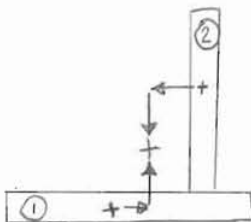


Fig. b) Section de la poutre (dimensions en mm)

o $I_{yz} \neq 0 \rightarrow$ flexion gauche + torsion (section ouverte)

$$\begin{aligned} I_{yz} &= I_1 + I_2 = I_{y_1 z_1} + \bar{y}_1 \bar{z}_1 A + I_{y_2 z_2} + \bar{y}_2 \bar{z}_2 A \\ &= -13,5 \cdot 25,5 \cdot 90 \cdot 12 + 25,5 \cdot -13,5 \cdot 90 \cdot 12 \\ &= -0,7436 \times 10^6 \text{ mm}^4 \end{aligned}$$

①



□ Torsion (ouvert)

$$\tau_{xs} = \frac{T_{tot} t}{J_{tot}} = \frac{1,08 \times 10^6 \cdot 12}{103\,680} = 125 \text{ MPa} \quad (1)$$

$$J_{tot} = \sum \frac{1}{3} b t^3 = \frac{2}{3} 90 \cdot 12^3 = 103\,680 \text{ mm}^4 \quad (1)$$

□ Plan neutre $t_g \alpha = \frac{M_z I_{yz}}{M_x I_y} = \frac{-0,7436 \times 10^6}{1,136 \times 10^6} = -33,2^\circ \quad (1)$
 ($M_y = 0$)

□ Point critique \Rightarrow voir dessin de la section
 $(y, z) \Rightarrow (70,5, -7,5)$

□ σ_x

$$\sigma_x = \frac{-1}{I_y I_z - I_{yz}^2} \left[(M_z I_y) y - (M_x I_{yz}) z \right]$$

$$= 0,5305 \times 10^{12} \left[(-5 \times 10^6 \cdot 1,136 \times 10^6 \cdot 70,5) - (-5 \times 10^6 \cdot -0,7436 \cdot -7,5) \right]$$

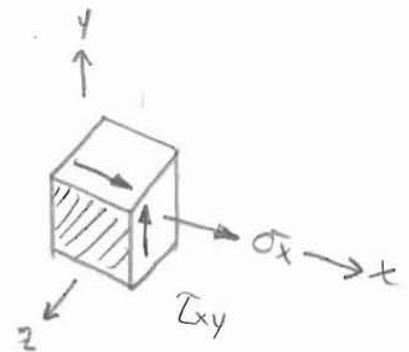
$$= -0,5306 (-400,4 + 27,88)$$

$$= 197,6 \text{ MPa (en tension)} \quad (2)$$

$$\sigma_3 = \sigma_z = 0$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$= \frac{197,6}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{197,6}{2}\right)^2 + (125)^2} = 258,1 \text{ MPa} \\ - 60,5 \text{ MPa}$$



(1)

Tresca $FS = \frac{S_y}{2 \tau_{max}} \Rightarrow S_y = 1,5 \cdot 159,3 \cdot 2 = 478 \text{ MPa} = S_y \quad (1)$