

QUESTION 5 (5 points)

Une membrure, attachée à son extrémité A, est chargée à son extrémité B par un couple T_x de valeur inconnue (fig. a).

La section de cette membrure (fig. b) est composée de 2 tubes circulaires (rayon moyen = 15 mm; épaisseur de la paroi = 1,5 mm) en alliage d'**aluminium** qui sont collés, sur toute leur longueur, sur une plaque d'**acier** (largeur = 100 mm; épaisseur = 5 mm).

Les valeurs du module de cisaillement G sont :

alliage d'aluminium : 25 000 MPa ; acier : 76 923 MPa

Une jauge est collée au centre de la plaque rectangulaire en acier, à une distance de 300 mm de l'extrémité A (fig. a). Cette jauge est orientée à un angle de 45° par rapport à l'axe x . Sous l'effet du chargement, la lecture de la jauge est égale à -325×10^{-6} m/m.

Déterminez la valeur du couple T_x et indiquez son sens.

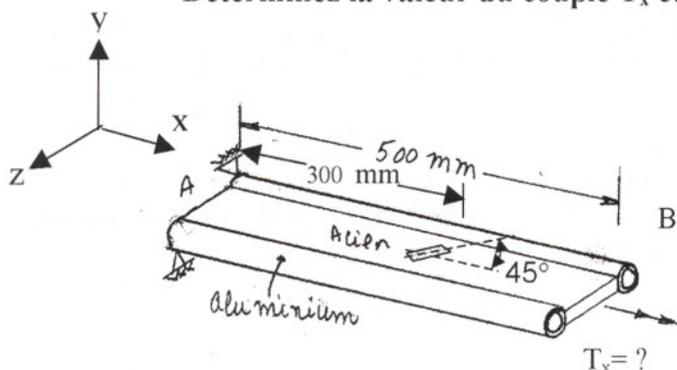


Fig. a) Structure et chargement

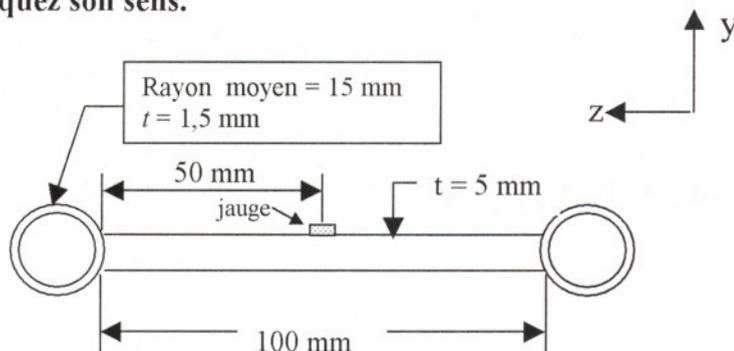
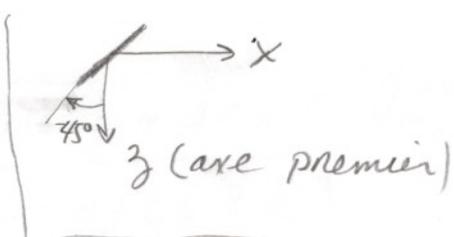


Fig. b) Section de la membrure Composée (plan y-z)

La jauge est dans le plan $x-z$

$$\epsilon_{-45^\circ} = -325 \times 10^{-6} = \frac{\epsilon_x + \epsilon_z}{2} + \frac{\epsilon_z - \epsilon_x}{2} \cos 2(-45^\circ)$$

$$+ \frac{\delta \tau_{xz}}{2} \sin 2(-45^\circ) \quad (\text{eq 1})$$



$$\epsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] = 0 \quad ; \quad \epsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] = 0$$

(eq 2) (eq 3)

(eq 2) et eq (3) dans eq (1) \Rightarrow

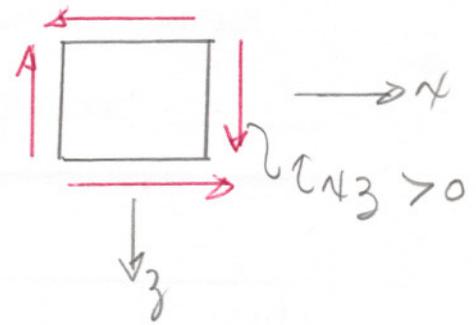
$$\epsilon_{-45^\circ} = -\frac{\delta \tau_{xz}}{2}$$

$$\delta_{xz} = 650 \times 10^{-6} \text{ m/m}$$

$$\tau_{xz} = G \delta_{xz} = 76923 \times 650 \times 10^{-6} \text{ (MPa)}$$

$$= 50 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xz} = \frac{T_{\text{acier}}}{J_{\text{acier}}}$$



Test selon le sens montré à la figure

$$J_{\text{acier}} = \frac{1}{3} b t^3 = \frac{1}{3} \times 100 (5)^3 = 4,166\bar{6} \times 10^3 \text{ mm}^4$$

$$T_{\text{acier}} = \frac{\tau_{xz} J_{\text{acier}}}{t_{\text{acier}}} = \frac{50 \text{ N/mm}^2 \times 4,166\bar{6} \times 10^3 \text{ mm}^4}{5 \text{ mm}} = 41,66\bar{6} \times 10^3 \text{ N, mm}$$

$$J_{\text{acier}} = \Phi_{\text{alu}} = \frac{T_{\text{acier}}}{G_{\text{acier}} J_{\text{acier}}} = \frac{T_{\text{alu}}}{G_{\text{alu}} J_{\text{alu}}}$$

$$T_{\text{alu}} = \frac{T_{\text{acier}} G_{\text{alu}} J_{\text{alu}}}{G_{\text{acier}} J_{\text{acier}}} = \frac{41,66\bar{6} \times 10^3 \times 25000 \times 2\pi (15)^3 (1/5)}{76923 \times 4,166\bar{6} \times 10^3}$$

$$= 1034 \times 10^3 \text{ N, mm}$$

$$T_{\text{TOT}} = 2T_{\text{alu}} + T_{\text{acier}} = (2 \times 103,4 + 41,66) \times 10^3 \text{ N, mm}$$

$$= 248,5 \text{ N, m} \quad \circ \circ$$