

NOM: Solution

MATRICULE: \_\_\_\_\_

SIGNATURE: Maria Bernard

Note : /10

**QUESTION 1 (12 points)**

Une membrure AB de 2 m de longueur est encadrée à son extrémité A et chargée à son extrémité B par un moment de torsion T de valeur inconnue (fig.a). La section de la membrure est composée d'un tube circulaire en **aluminium** (rayon moyen = 20 mm; épaisseur = 2 mm) collé sur une plaque en **acier** (150 mm x 8 mm) seulement aux extrémités A et B de la membrure (fig a et b).

Les propriétés des matériaux sont :

Aluminium : E = 70 000 MPa ;  $\nu = 0,34$  ; G = 26 120 MPa;  $S_Y = 250$  MPa

Acier : E = 200 000 MPa ;  $\nu = 0,3$  ; G = 76 923 MPa;  $S_Y = 300$  MPa

Déterminez la valeur de T qui provoquera le début de l'écoulement dans la membrure.

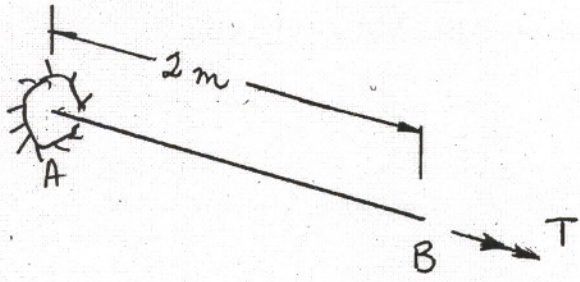


Fig.a) Membrure chargée en torsion

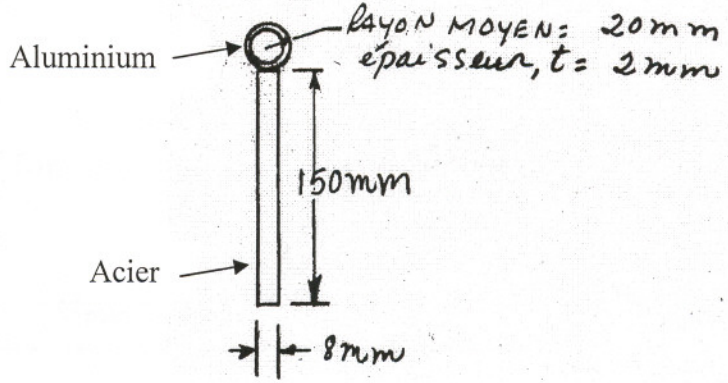


Fig.b) Section de la membrure

Calcul des J :

$$J_{Alu} = \frac{4\bar{A}^2}{J_{ds/t}} = \frac{4(\pi r^2)^2}{2\pi r/t} = \frac{4\pi^2 r^4 t}{2\pi r} = 2\pi r^3 t$$
$$= 2\pi (20)^3 \times 2 \text{ mm}^4 = 100,53 \times 10^3 \text{ mm}^4$$

$$J_{Acier} = \frac{1}{3} b t^3 = \frac{1}{3} \times 150 \times (8)^3 \text{ mm}^4 = 25,6 \times 10^3 \text{ mm}^4$$

Compatibilité de T :

$$\phi_{Alu} = \phi_{Acier} \Rightarrow \frac{T_{Alu} \times L}{G_{Alu} J_{Alu}} = \frac{T_{Acier} \times L}{G_{Acier} J_{Acier}}$$

$$\frac{T_{Alu}}{26120 \times 100,53 \times 10^3} = \frac{T_{Acier}}{76923 \times 25,6 \times 10^3}$$

$$T_{Alu} = 1,33 T_{Acier}$$

$$\varphi = \frac{T L}{G J}$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

Section circulaire

$$\tau_{\theta x} = \frac{T r}{J} \quad ; \quad J = \frac{\pi r^4}{2} \quad ; \quad J = 2\pi r^3 t$$

Section ouverte

$$\tau_{xy} = \frac{T t}{J} \quad ; \quad J = \frac{1}{3} \sum b t^3$$

Section fermée

$$\tau_{xs} = \frac{T}{2 A t} \quad ; \quad J = \frac{4 \bar{A}^2}{\oint \frac{ds}{t}}$$

## Chapitre 10 - CRITÈRES DE DÉFAILLANCE ET CONTRAINTE PERMISE

Critère de Von Mises: 
$$\sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} = S_Y$$

Critère de Tresca: 
$$\sigma_{\max} - \sigma_{\min} = S_Y$$

Equi libre :

$$T = T_{Alu} + T_{Acier}$$

$$= 1,33 T_{Acier} + T_{Acier} = 2,33 T_{Acier}$$

ou

$$= T_{Alu} + \frac{T_{Alu}}{1,33} = 1,75 T_{Alu}$$

Écoulement :

si Alu  $\Rightarrow \tau_{Alu} = 125 \text{ MPa} = \frac{T_{Alu}}{2 \bar{A} t} \Rightarrow T_{Alu} = 125 \times 2 \times \pi \times 20^2 \times$   
(N.mm)

$$= 628,32 \times 10^3 \text{ N.mm}$$

$$\therefore T = 1,75 T_{Alu} = 1,099 \text{ kN.m}$$

si acier  $\Rightarrow \tau_{Acier} = \frac{300 \text{ MPa}}{2} = \frac{T_{Acier} t}{J_{Acier}} \Rightarrow T_{Acier} = \frac{150 \times 25,6 \times 10^3}{8}$   
(N.mm)

$$= 0,48 \times 10^6 \text{ N.mm}$$

$$\Rightarrow T = 2,33 T_{Acier} = 1,118 \text{ kN.m}$$

choix:  $T = 1,099 \text{ kN.m}$