

Torsion d'une poutre formée de deux matériaux différents

Une poutre de section complexe a été fabriquée en assemblant un tube à paroi mince et à section circulaire avec une poutre de section rectangulaire. Les deux poutres sont fabriquées d'un matériau différent et toutes les données relatives au problème sont données sur la figure 1.

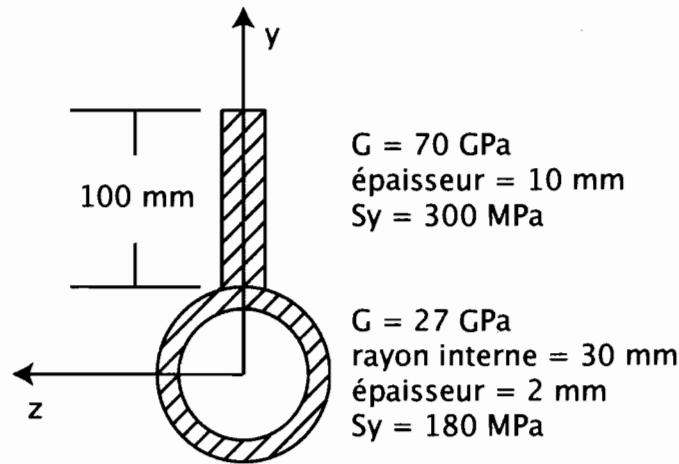


FIG. 1: Poutre de section complexe formée par l'assemblage d'une poutre de section circulaire creuse et d'une poutre de section rectangulaire

En supposant un facteur de sécurité $FS = 2$, quel est le moment maximal de torsion T_{max} que cette poutre peut supporter avant de plastifier ?

a) Calcul des propriétés de section

$$J_1 = \frac{bt^3}{3} = \frac{100 \times 10^3}{3} \text{ mm}^4 = \underline{33\,333 \text{ mm}^4}$$

$$J_2 = \frac{\pi(\tau_e^4 - \tau_i^4)}{2} = \frac{\pi(32^4 - 30^4)}{2} \text{ mm}^4$$

$$\approx \underline{3.75 \times 10^5 \text{ mm}^4}$$

b) Compatibilité géométrique

$$\varphi_1 = \frac{T_1 L}{G J_1} = \varphi_2 = \frac{T_2 L}{G J_2}$$

$$L_D \frac{T_1 L}{33333 \times 70} = \frac{T_2 L}{3.75 \times 10^5 \times 27}$$

$$L_D \frac{T_1}{T_2} = \frac{33333 \times 70}{3.75 \times 10^5 \times 27} = 0.23$$

$$\boxed{T_1 = 0.23 T_2}$$

c) Equilibre statique

$$T_1 + T_2 = T_{TOT} \rightarrow 0.23 T_2 + T_2 = T_{TOT}$$

$$T_2 = \frac{1}{1.23} T_{TOT} = 0.813 T_{TOT}$$

$$T_1 = 0.187 T_{TOT}$$

d) Calcul des contraintes

Pour ① $\sigma_{MAX} = \frac{T_1 t_{MAX}}{J_1} = \frac{0.187 T_{TOT} \times 10 \text{ N}\cdot\text{mm}\cdot\text{mm}}{33333 \text{ mm}^4} = 5.61 \times 10^{-5} T_{TOT}$

Pour ② $\sigma_{MAX} = \frac{T_2 t_e}{J_2} = \frac{0.813 T_{TOT} \times 32 \text{ N}\cdot\text{mm}\cdot\text{mm}}{3.75 \times 10^5 \text{ mm}^4} \approx 6.99 \times 10^{-5} T_{TOT}$

e) Vérification de l'écaulement

Pour ①
$$FS = \frac{S_{y1}}{2 \tau_{max}} = \frac{300}{2 \times 5.61 \times 10^{-5} T_{TOT}}$$

$$T_{MAX} = \frac{300}{2 \times FS \times 5.61 \times 10^{-5}} = \frac{300}{2 \times 2 \times 5.61 \times 10^{-5}} \approx 1.34 \times 10^6 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

Pour ②
$$FS = \frac{S_{y2}}{2 \tau_{MAX}} = \frac{180}{2 \times 6.93 \times 10^{-5} T_{TOT}}$$

$$T_{MAX} = \frac{180}{2 \times FS \times 6.93 \times 10^{-5}} = \frac{180}{2 \times 2 \times 6.93 \times 10^{-5}} \approx 6.49 \times 10^5 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

Donc, ici, T_{MAX} qui peut être appliqué sur la poutre est

de $6.49 \times 10^5 \text{ N}\cdot\text{mm}$