

NOTES:
 - Durée : 25 minutes
 - Répondre sur le questionnaire
 - Aucune documentation permise
 - Trois questions

Professeurs: M. Bernard; D. Therriault

NOM: Naru Bernard

MATRICULE: _____

SIGNATURE: _____

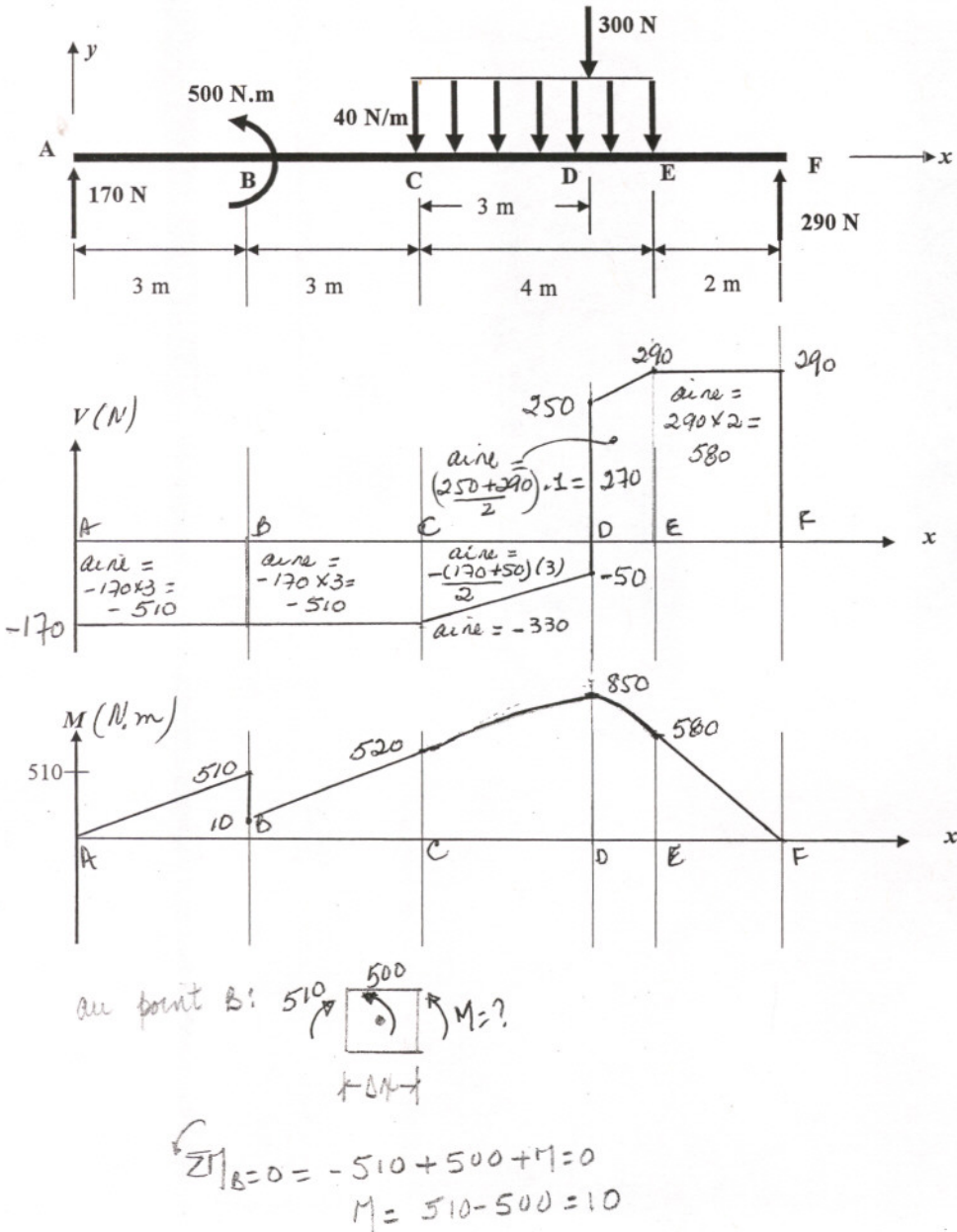
Note : /10

QUESTION No. 1 (4 points)

Pour la poutre illustrée ci-dessous, les réactions aux appuis A et F ont été calculées; leurs valeurs sont indiquées sur la figure:

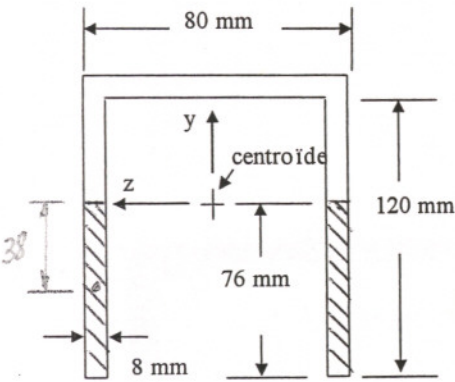
$R_A = 170 \text{ N}$; $R_F = 290 \text{ N}$

- Tracez le diagramme de l'effort tranchant en indiquant les valeurs importantes;
- Complétez le diagramme du moment fléchissant entre les points B et D seulement, en indiquant les valeurs importantes.



QUESTION No. 2 (3 points)

Pour le chargement illustré à la question 1, déterminez la valeur maximale de la contrainte de cisaillement associée à la flexion. La section de la poutre est montrée sur la figure ci-dessous ; l'épaisseur du profilé est constante et égale à 8 mm ; le centroïde est situé à 76 mm de la base et la valeur de $I_z = 4,27 \times 10^6 \text{ mm}^4$



Le cisaillement est maximal à l'axe neutre :

$$\tau = \frac{VQ}{Ib}$$

où $V = 290 \text{ N}$
 $I = 4,27 \times 10^6 \text{ mm}^4$

$b = 2 \times 8 \text{ mm}$
 $b = 16 \text{ mm}$

$Q = A' \bar{y}'$

$$= 2 \times 76 \times 8 \times \frac{76}{2} \text{ (mm}^3\text{)}$$

$$Q = 46,208 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

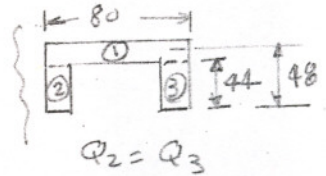
$$\tau = \frac{290 \text{ N} \times 46,208 \times 10^3 \text{ mm}^3}{4,27 \times 10^6 \text{ mm}^4 \times 16 \text{ mm}} = 0,196 \text{ MPa}$$

Vérification (pas demandée) :

Calculons Q avec la partie située au-dessus de l'axe neutre :

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 80 \times 8 \times 48 + \left(44 \times 8 \times \frac{44}{2} \right) 2$$

$$= 46,208 \times 10^3 \text{ mm}^3$$



FORMULAIRE

CHAPITRE 1 À 6 INCLUSIVEMENT

Pression $\sigma_\theta = \frac{pr}{t}$; $\sigma_x = \frac{pr}{2t}$

Flexion $\sigma_x = \frac{-M_z y}{I_z} = \frac{-M_z}{S_z}$; $\tau_{xy} = \frac{VQ}{Ib}$;

$I = \frac{bh^3}{12}$; $I = \frac{\pi r^4}{4}$; $I = \pi r^3 t$

Torsion

Section circulaire $\tau_{\theta x} = \frac{Tr}{J}$; $J = \frac{\pi r^4}{2}$; $J = 2\pi r^3 t$

Section fermée $\tau_{\theta s} = \frac{T}{2At}$

QUESTION No. 3 (6 points)

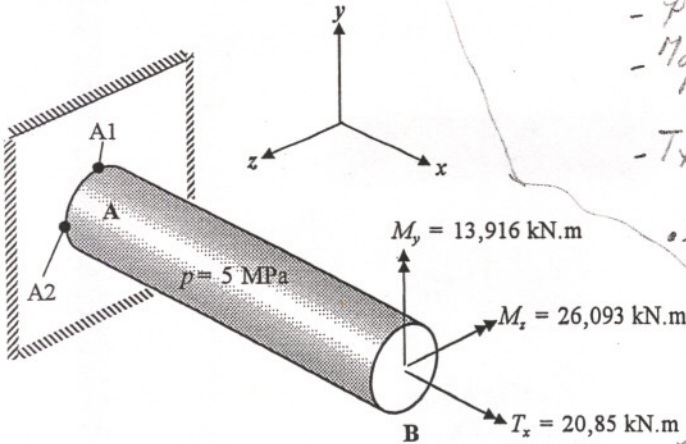
La figure illustre un réservoir fermé à paroi mince (rayon moyen = 150 mm; épaisseur = 5 mm) soumis au chargement suivant :

pression interne p ; moment M_y ; moment M_z ; moment T_x .

Les propriétés du réservoir sont :

$$I = 53,05 \times 10^6 \text{ mm}^4 ; J = 106,105 \times 10^6 \text{ mm}^4 ; S = 347,9 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

- a) Déterminez l'état de contraintes aux points A1 et A2, situés sur la surface externe du cylindre;
 b) Illustrez ces contraintes sur les cubes élémentaires ci-dessous en montrant séparant chaque composante de contrainte sur les faces positives seulement; indiquez clairement la valeur et le sens des contraintes.



• en A1: $-M_z \Rightarrow \sigma_x$ (fibre externe)
 $-p \Rightarrow \sigma_\theta$ et σ_r
 $-M_y \Rightarrow$ aucune contrainte σ_x (axe neutre)
 $-T_x \Rightarrow \tau_{xz}$

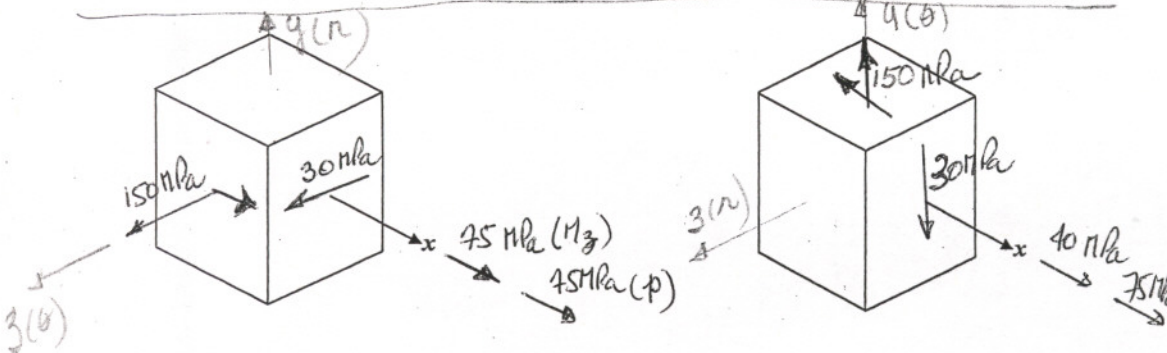
• en A2:
 $-M_z \Rightarrow$ aucune contr. σ_x (axe neutre)
 $-p \Rightarrow \sigma_r$ et σ_θ
 $-M_y \Rightarrow \sigma_x$ (fibre externe)
 $-T_x \Rightarrow \tau_{x\theta}$

$$(\sigma_x)_{M_z} = \frac{M_z}{S_y} = \frac{26,093 \times 10^6 \text{ N}\cdot\text{mm}}{347,9 \times 10^3 \text{ mm}^3} = 75 \text{ MPa}$$

$$(\sigma_x)_{M_y} = \frac{M_y}{S_y} = \frac{13,916 \times 10^6 \text{ N}\cdot\text{mm}}{347,9 \times 10^3 \text{ mm}^3} = 40 \text{ MPa}$$

$$(\tau_{xz})_{T_x} = \frac{T_x \cdot r}{J} = \frac{20,85 \times 10^6 \text{ N}\cdot\text{mm} \times 152,5 \text{ mm}}{106,105 \times 10^6 \text{ mm}^4} = 30 \text{ MPa}$$

• Pression
 $\sigma_\theta = \frac{pr}{t} = \frac{5 \times 150}{5} = 150 \text{ MPa}$
 $\sigma_r = \frac{pr}{2t} = 75 \text{ MPa}$



Point A1 situé sur le dessus du cylindre

Point A2 situé à mi-hauteur du cylindre