

## Quiz 1 – Lundi, le 30 septembre 2008

**QUESTION 2 (12 points)**

La figure a) illustre en isométrie une structure ABCD composée d'un profilé en U (30 mm × 20 mm × 30 mm; épaisseur = 2 mm) soudé sur toute la longueur ABC à une plaque de 120 mm × 5 mm. La connexion en C et la membrure CD sont rigides. Le centroïde de la section (Fig. b) est situé à 28,4 mm de la base de la section et les propriétés de la section sont les suivantes:

$$A = 752 \text{ mm}^2 \quad ; \quad I_z = 65,92 \times 10^3 \text{ mm}^4 \quad ; \quad I_y = 730,4 \times 10^3 \text{ mm}^4.$$

Le chargement externe est le suivant :

- Au point D, une force horizontale  $F_{Dx} = 3\,760 \text{ N}$
- Au point C, un moment  $T_{Cx}$  autour de l'axe  $x$  (**valeur et sens inconnus**)
- Au point C, une force verticale  $F_{Cy} = 375 \text{ N}$  (sens montré).

Deux jauges sont collées sur la plaque à une distance de 0,8 m du point A. La jauge  $B_1$  est située à une distance de 25 mm de l'extrémité de la plaque et est orientée selon l'axe  $z$ . La jauge  $B_2$  est située au plan de symétrie et est orientée à un angle de  $30^\circ$  par rapport à l'axe  $x$ . Lorsque la poutre est chargée, les lectures des jauges sont :

$$\varepsilon_{B1} = \text{inconnue} \quad \text{et} \quad \varepsilon_{B2} = -394,2 \text{ } \mu\text{m/m}.$$

Les propriétés du matériau (acier) sont :  $E = 200\,000 \text{ MPa}$  ;  $\nu = 0,3$  ;  $G = 76\,923 \text{ MPa}$ .

- Calculez le moment inconnu  $T_{Cx}$  et indiquez son sens (9 points).
- Déterminez la valeur de la lecture de la jauge  $B_1$  sous l'effet de ce chargement en considérant que la membrure demeure dans le domaine élastique (3 points).

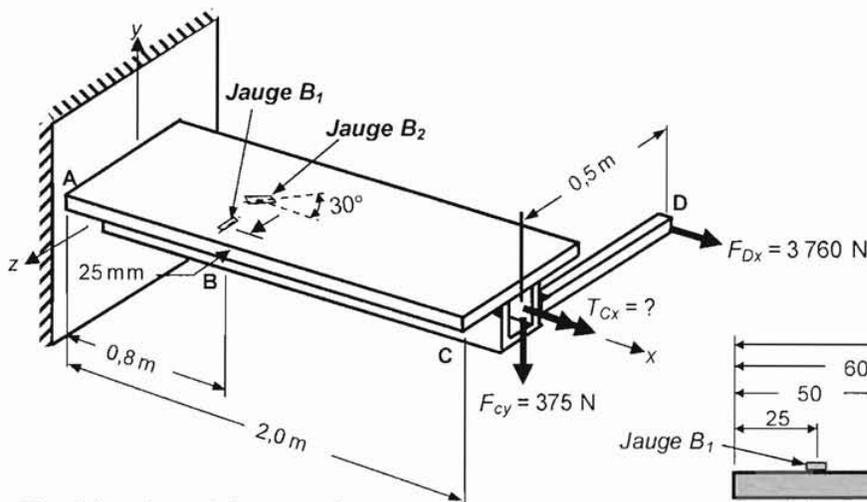


Fig. a) Structure et chargement

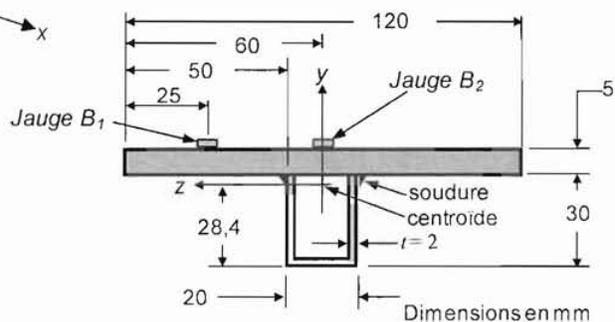


Fig. b) Section de la structure ABC  
(dessin pas à l'échelle)

a) Trouver  $T_{ox}$  à partir de la jauge  $\Rightarrow$  Contraintes à  $B_z$

□ axial  $\sigma_x = \frac{F_{ox}}{A} = \frac{3760}{752} = 5 \text{ MPa (tension)}$

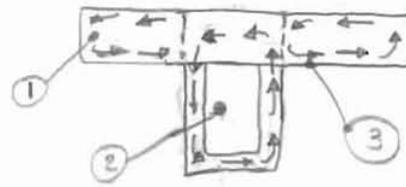
□ Flexion  $\sigma_x = \frac{M_z c}{I_z} = \frac{375 \cdot 1200 \cdot 6}{65,92 \times 10^3} = 45 \text{ MPa (tension)}$

□ Flexion  $\sigma_x = 0$  (plan neutre)

□ Torsion : section composée

① et ③ ouvert

② fermé

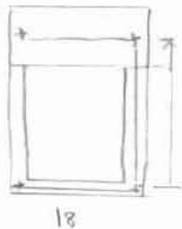


sens ?  
 si comme sur  
 le dessin

$J_{tot} = J_o + J_f$

$J_{ouvert} = \frac{1}{3} \sum bt^3 = \frac{2 \cdot 50 \cdot 5^3}{3} = 4166,7 \text{ mm}^4$

$J_f = \frac{4 \bar{A}^2}{\int \frac{ds}{t}} = \frac{4 \cdot 567^2}{\frac{18}{5} + \frac{31,5}{2} + \frac{31,5}{2} + \frac{18}{2}} = \frac{4 \cdot 567^2}{44,1} = 29160 \text{ mm}^4$



$29 + 2,5 = 31,5$

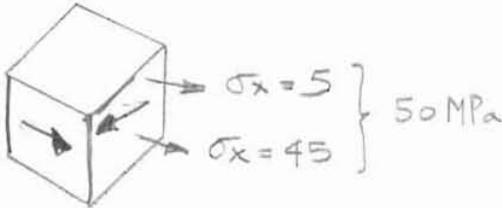
$\bar{A} = 31,5 \cdot 18 = 567 \text{ mm}^2$

\* compatibilité  
 - même matériau  
 $\frac{T_o}{J_o} = \frac{T_f}{J_f} = \frac{T_{tot}}{J_{tot}}$

$J_{tot} = 4166,7 + 29160 = 33326,7 \text{ mm}^4$

$$\tau_{xs} = \frac{T_f}{2 \bar{A} t} = \frac{J_f T_{tot}}{J_{tot} 2 \bar{A} t} = \frac{29160 * T_{tot}}{333267 * 567 * 5 * 2} = 0,0001543 T_{tot}$$

à la jauge



$\tau_{xz} \oplus$

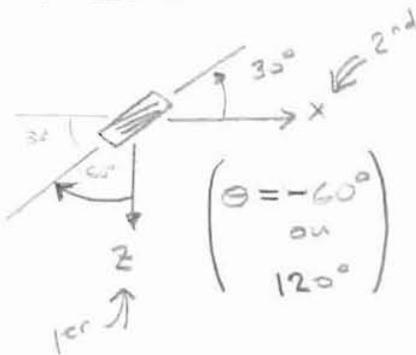
$$\epsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] = \frac{50}{200000} = 250 \mu\text{m/m}$$

$\epsilon_y \Rightarrow$  pas utile ici

$$\epsilon_z = -\frac{\nu \sigma_x}{E} = -\nu \epsilon_x = -75$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G} = \frac{0,0001543 T_{tot}}{76923} = 20,06 \times 10^{-10} T_{tot}$$

rotation selon l'axe de la jauge Bz



$$\epsilon_z' = \frac{\epsilon_z + \epsilon_x}{2} + \frac{\epsilon_z - \epsilon_x}{2} \cos 2\theta + \frac{\gamma_{xz}}{2} \sin 2\theta$$

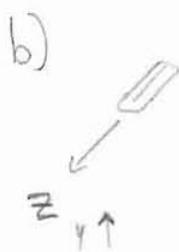
$$-394,2 = \frac{-75 + 250}{2} + \left( \frac{-75 - 250}{2} \right) (-0,5) + \frac{\gamma_{xz}}{2} (-0,866)$$

$$-394,2 = 87,5 + 81,25 - 0,433 \gamma_{xz}$$

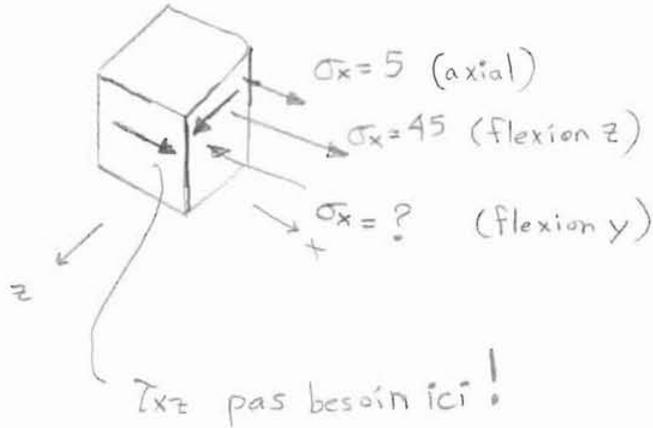
$$\gamma_{xz} = 1300 \times 10^{-6} = \frac{0,0001543 T_{tot}}{76923}$$



donc  $T_{tot} = 648087 \text{ N}\cdot\text{mm}$  ou  $\approx 0,65 \text{ kNm}$   
(même sens que dessin)

b)  jaugé B1  $\rightarrow \epsilon_{B1} = \epsilon_z$

$$\epsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] = \frac{-\nu\sigma_x}{E}$$



□ Superposition

$$\sigma_x = 5 + 45 - 90 = -40 \text{ MPa}$$

$$\sigma_x = \frac{M_y c}{I_y} = \frac{3760 * 500 * 35}{730,4 * 10^3} = 90 \text{ MPa (compression)}$$

$$\epsilon_z = \frac{-0,3 * -40}{200000} = \boxed{+60 \mu\text{m/m} = \epsilon_{B1}}$$