

QUESTION 1 (7 points)

La figure 1a montre en isométrique un tube AB dont la section rectangulaire est illustrée à la figure 1b. Ce tube est chargé en B par un moment  $M_{Bz} = 8 \text{ kN}\cdot\text{m}$  et par un couple  $T_{Bx}$  de valeur et de sens inconnus. Une jauge de déformation collée au point C suivant une orientation de  $45^\circ$  par rapport à l'axe x, indique une lecture de  $870 \times 10^{-6} \text{ m/m}$ .

Déterminez la valeur et le sens du couple  $T_{Bx}$  (le sens indiqué à la figure 1a ne correspond pas nécessairement à la réponse).

Propriétés du matériau:

Limite d'écoulement,  $S_y = 300 \text{ MPa}$

Module de Young,  $E = 200 \text{ 000 MPa}$

Coefficient de Poisson,  $\nu = 0,3$

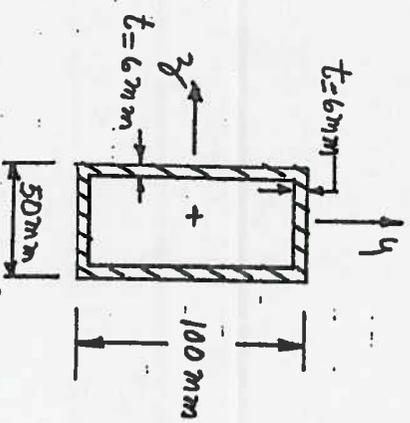
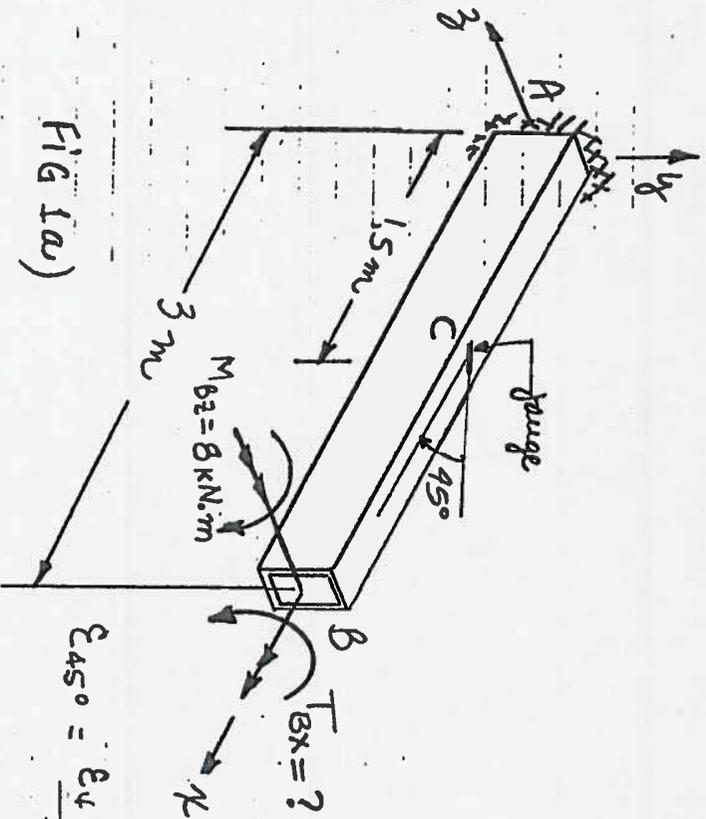


Fig 1b)

- A = 1656 mm<sup>2</sup> (aire hachurée)
- $I_x = 2,0 \times 10^6 \text{ mm}^4$
- $S_x = 40,0 \times 10^3 \text{ mm}^3$
- $I_y = 0,64 \times 10^6 \text{ mm}^4$
- $S_y = 25,6 \times 10^3 \text{ mm}^3$

$$\epsilon_{45^\circ} = \frac{\epsilon_x + \epsilon_y}{2} + \frac{\epsilon_y - \epsilon_x}{2} \sin 90^\circ + \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin 90^\circ$$

CONTRAINDTE FLEXION  $\sigma_x = \frac{M_{Bz}}{S_y} = \frac{8 \times 10^6 \text{ N}\cdot\text{mm}}{40 \times 10^3 \text{ mm}^3} = 200 \text{ MPa}$

CONTRAINDTE TORSION  $\bar{A} = (100-6) \times (50-6) = 4136 \text{ mm}^2$

$$\tau_{xy} = \frac{T}{2\bar{A}t} = \frac{T}{2 \times 4136 \times 6} = \frac{T}{49632 \text{ mm}^2}$$

DEFORMATIONS  $\epsilon_{45^\circ} = \frac{1}{E} [\sigma_x \sin^2 45^\circ - \sigma_y \cos^2 45^\circ + \gamma_{xy} \sin 45^\circ \cos 45^\circ]$   
 $\epsilon_{45^\circ} = \frac{1}{E} [\sigma_x \cdot \frac{1}{2} - \sigma_y \cdot \frac{1}{2} + \gamma_{xy} \cdot \frac{1}{2}] = -\frac{\gamma_{xy}}{E} = -3000 \times 10^{-6} \text{ m/m}$

$$\epsilon_{45^\circ} = \frac{1}{E} [\sigma_x \sin^2 45^\circ - \sigma_y \cos^2 45^\circ + \gamma_{xy} \sin 45^\circ \cos 45^\circ]$$

$$\begin{aligned}\gamma_{xz} &= 2\epsilon_{45} - (\epsilon_v + \epsilon_z) \\ &= 2 \times 870 \times 10^{-6} - (1000 - 300) \times 10^{-6} = 1040 \times 10^{-6} \text{ m/m}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tau_{xz} &= G \gamma_{xz} = 76.9 \times 10^3 \times 1040 \times 10^{-6} & G &= \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{200 \times 10^3}{2.6} = 76.9 \times 10^3 \\ &= 79.976 \text{ MPa} = 80 \text{ MPa}\end{aligned}$$

$$\tau_{xz} = \frac{T}{49632 \text{ mm}^3} = 80 \text{ MPa} \quad \rightarrow \quad T = 80 \times 49632 = 3.97 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

SEUS DU COUPLE

