Circulation
CIV8740

Nicolas Saunier
nicolas.saunier@polymtl.ca

24 avril 2019

Table des matières

3 Théorie de la circulation

Exercice 1 (tiré du wikibook)
Etant donné que 40 véhicules passent en un point donné en 1 min et parcourent 1 km, calculer le débit, la densité, la vitesse moyenne spatiale, la distance inter-véhiculaire moyenne (DIV) et le temps inter-véhiculaire (TIV) moyen.

Solution

- Le débit est $q = \frac{40\times3600}{60} = 2400$ véh/h.
- La vitesse de chaque véhicule est $v = \frac{q}{k} = 60$ km/h et la moyenne spatiale est $v_s = \frac{40}{\frac{40}{60}} = 60$ km/h (égale à la vitesse moyenne temporelle).
- La densité est $k = \frac{q}{v_s} = 40$ véh/km.
- La DIV moyenne $\bar{s} = \frac{1}{k} = \frac{1000}{40} = 25$ m et le TIV moyen est $\bar{h} = \frac{1}{q} = \frac{3600}{2400} = 1.5$ s.

Exercice 2 (tiré du wikibook)
Quatre véhicules se déplacent à vitesse constante entre deux positions de mesure X et Y, séparés par 280 m. Un observateur au point X note que les quatre véhicules sont passés en 15 s. Leurs vitesses sont mesurées respectivement à 88, 80, 90, and 72 km/h. Calculer le débit, la vitesse moyenne spatiale (directement et en passant par les temps de déplacement individuels) et la vitesse moyenne temporelle.

Solution

- Le débit est $q = \frac{N}{T} = \frac{4\times3600}{15} = 960$ véh/h.
- La vitesse moyenne temporelle est $v_t = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} v_n = \frac{1}{4}(72+90+80+88) = 82.5$ km/h ($N = 4$ et v_n est la vitesse du véhicule n).
- La vitesse moyenne spatiale est $v_s = \frac{N}{\sum_{n=1}^{N}\frac{1}{v_i}} = \frac{4}{\frac{1}{72}+\frac{1}{90}+\frac{1}{80}+\frac{1}{88}} = 81.86$ km/h. On la retrouve en calculant les temps de parcours de chaque véhicule sur les 280 m.

$$
\begin{aligned}
&N = 4\\
&t_i = L/v_i\\
&t_1 = L/v_1 = .028/88 = 0.000318\ h\\
&t_2 = L/v_2 = .028/80 = 0.000350\ h\\
&t_3 = L/v_3 = .028/90 = 0.000311\ h\\
&t_4 = L/v_4 = .028/72 = 0.000389\ h\\
&v_s' = \frac{NL}{\sum_{n=1}^{N} t_n} = \frac{4*0.028}{(0.000318+0.000350+0.000311+0.000389)} = 81.87\ km/h
\end{aligned}
$$

Exercice 3 Les temps d'occupation (en s), durant une période d'échantillonnage d'une minute, d'un détecteur à boucle long de 1 m sont les suivants : 0.39, 0.46, 0.43, 0.47, 0.5, 0.51, 0.48, 0.46, 0.32, 0.44. La circulation est constituée seulement de véhicules particuliers, de longueur égale à 4 m. Déterminer la densité, le débit et la vitesse moyenne spatiale du flot. Vérifier la relation fondamentale et l'inégalité de Wardrop.

Solution Si Δt_i est le temps passé par chaque véhicule sur le détecteur, le taux d'occupation est

$$\tau = \frac{\sum \Delta t_i}{T} = \frac{4.46}{60} = 0.0743$$

La densité est déduite du taux d'occupation

$$k = \frac{\tau}{L + l} = \frac{0.0743}{5.10^{-3}} = 14.86 \; véh/km$$

Le débit est

$$q = \frac{N}{T} = \frac{10 \times 3600}{60} = 600 \; véh/h$$

Chaque véhicule parcourt une distance $D = L+l = 5$ m, et la vitesse moyenne spatiale est

$$v_s = \frac{N \times D}{\sum \Delta t_i} = \frac{10 \times 5.10^{-3}}{4.46} = 40.36 \; km/h$$

On vérifie la relation fondamentale en calculant le rapport q/k

$$\frac{q}{k} = \frac{600}{14.86} = 40.38 \; km/h \approx v_s$$

La différence est due aux erreurs d'arrondi. La vitesse moyenne temporelle est

$$v_t = \frac{1}{10} \sum \frac{D}{\Delta t_i} = 41.05 \; km/h$$

Et on retrouve l'inégalité de Wardrop, $v_t \leq v_s$.

Exercice 4 Un groupe de véhicules a été observé à deux carrefours sur l'Avenue Queen Mary entre le Chemin de la Côte des Neiges et l'Avenue Victoria. La distance entre ces deux carrefours est de 366 m. Les instants de passage (en s) à ces deux carrefours sont les suivants :

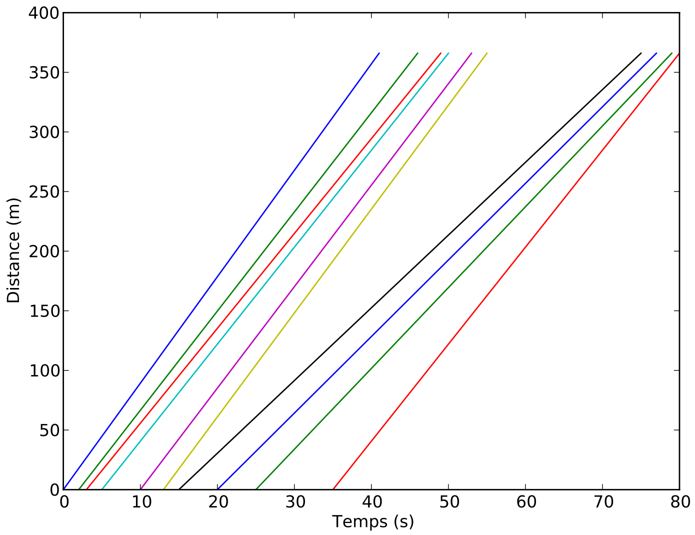
Véhicule	Instant à Côte des Neiges (s)	Instant à Victoria (s)
1	0	41
2	2	46
3	3	49
4	5	50
5	10	53
6	13	55
7	15	75
8	20	77
9	25	79
10	35	80

1. Tracer les trajectoires de ces véhicules dans un diagramme espace-temps (en supposant un déplacement à vitesse constante).
2. Pour deux observateurs placés à 100 m et 300 m du Chemin de la Côte des Neiges, quelle période d'observation est nécessaire pour observer les dix véhicules ? Quel débit correspond à cette période d'observation en chaque point ? Calculer la vitesse moyenne temporelle.

3. Si on prenait une photo aérienne de l'Avenue Queen Mary entre le Chemin de la Côte des Neiges et l'Avenue Victoria 30 s après le début des observations, combien de véhicules peut-on voir et quel espace occupent-ils ? Calculer la densité correspondante et la vitesse moyenne spatiale.

Solution

1. Les trajectoires sont tracées sur la figure suivante



2. Pour deux observateurs placés à 100 m et 300 m du Chemin de la Côte des Neiges, la période d'observation des 10 véhicules est respectivement de 36.1 s et 38.2 s. Cela correspond respectivement à un temps inter-véhiculaire moyen de $36.1/9 = 4.01$ s, soit un débit de 897 véh/h, et un temps inter-véhiculaire moyen de $38.2/9 = 4.24$ s, soit 848 véh/h. La vitesse moyenne temporelle est 7.80 m/s, soit 28.1 km/h.
3. Dans une photo aérienne de l'Avenue Queen Mary entre le Chemin de la Côte des Neiges et l'Avenue Victoria 30 s après le début des observations, on peut voir 9 véhicules (le dixième n'a pas encore passé Côte des Neiges) qui occupent 233.9 m, soit une distance inter-véhiculaire moyenne de $233.9/8 = 29.2$ m et une densité de 34.2 véh/km. La vitesse moyenne spatiale est 7.76 m/s, soit 27.9 km/h.

Exercice 5 Sur une artère urbaine longue de 500 m, les déplacements suivants de véhicules ont été mesurés à partir de deux photographies aériennes prises à 1 s d'intervalle : 15 m, 15 m, 12 m, 18 m, 20 m, 16 m. Déterminer le débit horaire correspondant.

Solution Chaque véhicule parcourt la distance mesurée entre les deux prises de photographie, à une seconde d'intervalle. On en déduit facilement les vitesses individuelles. La vitesse moyenne spatiale est la moyenne arithmétique des vitesses individuelles (quasi-instantanées), soit $v_s = (15 + 15 + 12 + 18 + 20 + 16)/6 = 16.0$ m/s $= 57.6$ km/h.

Il y a 6 véhicules sur l'artère longue de 500 m. Sans information supplémentaire sur d'autres véhicules, on calcule la densité comme $k = \frac{6}{0.5} = 12.0$ véh/km (il serait préférable de calculer la densité à partir de la distance inter-véhiculaire moyenne si on connaissait les positions des véhicules).

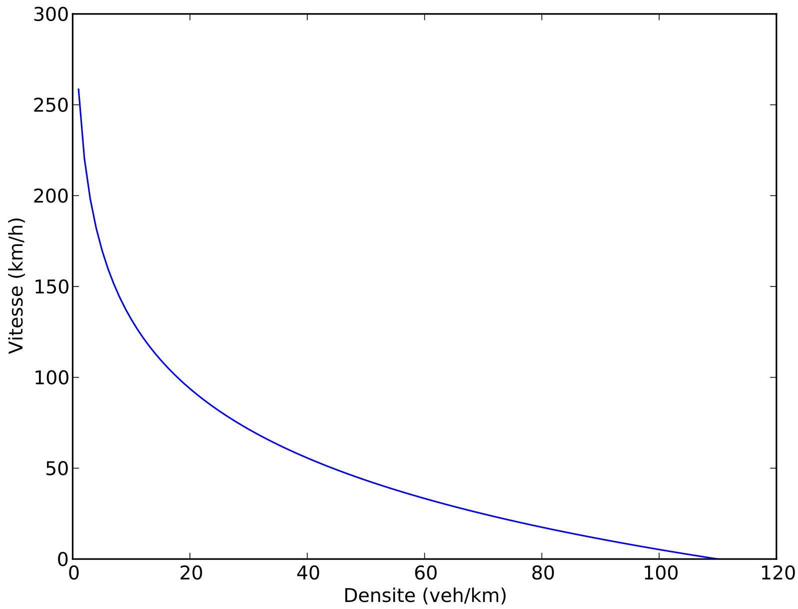
On en déduit finalement le débit $q = v_s k = 691.2$ véh/h.

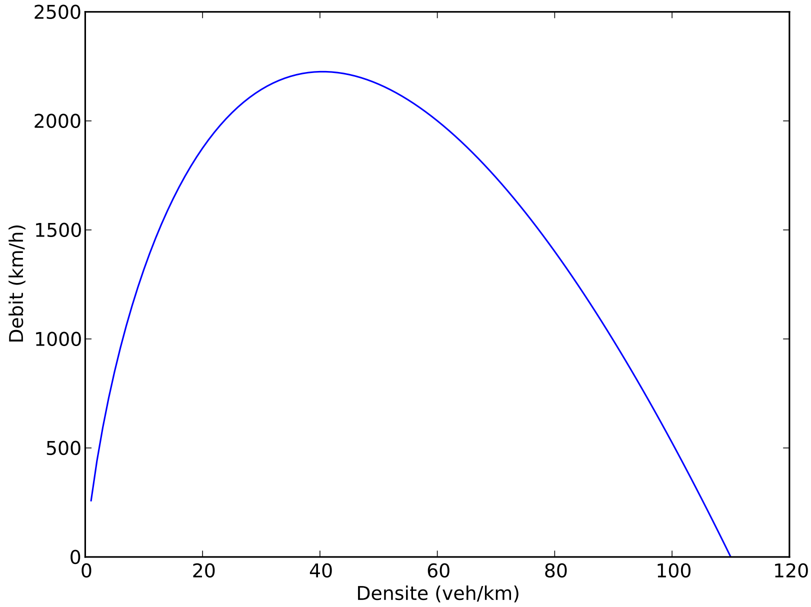
Exercice 6 Des observations de la circulation sur une autoroute indiquent que la densité de congestion est de 110 véh/km et que la vitesse à laquelle le débit atteint la capacité est 55 km/h. En utilisant le modèle de Greenberg,

1. Écrire les équations vitesse-densité et débit-densité et tracer les courbes correspondantes.
2. Quel est le débit maximal et la densité correspondante ?
3. Calculer le temps inter-véhiculaire moyen et la distance inter-véhiculaire moyenne lorsque le débit est maximal et lorsque la densité de congestion est atteinte.

Solution

1. L'équation de la vitesse v en fonction de la densité k est $v = v_c \, ln\frac{k_j}{k}$ où $k_j = 110$ véh/km est la densité de congestion et $v_c = 55$ km/h est la vitesse critique. L'équation du débit q en fonction de la densité est $q = vk = v_c k ln\frac{k_j}{k}$





2. La densité est critique lorsque le débit atteint sa valeur maximale. La densité critique k_c est donc telle que $q'(k_c) = 0$. On calcule $q'(k) = v_c ln \frac{k_j}{k} - v_c k \frac{1}{k}$. La densité critique et le débit maximal sont donc respectivement $k_c = \frac{k_j}{e} = 40.5$ véh/km et $q_{max} = k_c v_c = 2225$ véh/h.
3. À débit maximal, le temps et la distance inter-véhiculaire moyens sont respectivement $\bar{h} = 1.62$ s et $\bar{s} = 24.7$ m.
   Lorsque la densité de congestion est atteinte, le débit est nul, donc $\bar{h}$ n'est pas défini, et $\bar{s} = 9.09$ m.

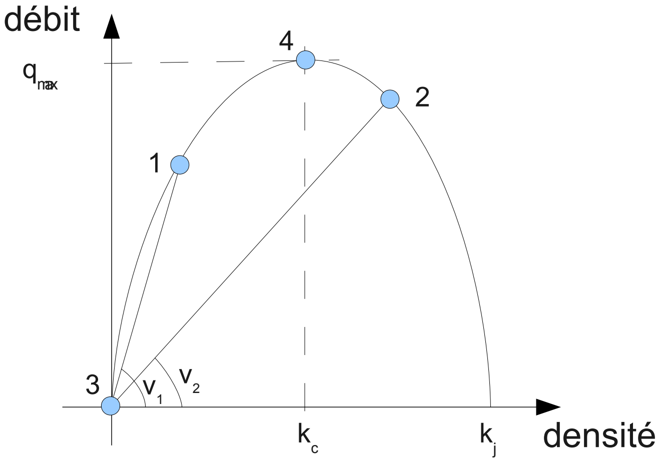
Exercice 7 Sur une route à deux voies (une dans chaque sens), les véhicules se déplacent de façon fluide avec un débit à 1500 véh/h à une vitesse moyenne spatiale de 75 km/h. À un instant t_1, un camion doit freiner à cause d'un problème mécanique et sa vitesse tombe à 30 km/h. Il est impossible de dépasser sur la section de route où se trouve le camion et les véhicules suivants doivent donc adapter leur vitesse : un peloton se forme derrière le camion, avec une densité de 60 véh/km.

1. Dans le diagramme représentant le débit en fonction de la densité, placer les points représentant les conditions de la circulation en amont du peloton de véhicules suivant le camion et dans le peloton, et visualiser les vitesses correspondantes (en supposant que la vitesse est une fonction linéaire de la densité).
2. Déterminer la vitesse des ondes de choc à l'avant et à l'arrière du peloton. Déterminer la vitesse de croissance du peloton derrière le camion.
3. Le camion quitte la route 10 min après avoir ralenti. Les véhicules à l'avant du peloton accélèrent de sorte que le débit est maintenant à capacité. Calculer le temps nécessaire à la disparition du peloton.

Solution

1. Les états de la circulation en amont du peloton, dans le peloton, et en aval sont numérotés respectivement 1, 2 et 3 (l'état de circulation i est caractérisé par un

débit q_i, une densité k_i et une vitesse moyenne v_i). La figure est la suivante (elle n'est pas à l'échelle) :



On peut noter que le débit à augmenté alors que la vitesse à diminué.

2. L'onde de choc entre l'état 3 et l'état 2 est

$$w_{32} = \frac{q_3 - q_2}{k_3 - k_2} = \frac{0 - 1800}{0 - 60} = 30\ km/h$$

L'onde de choc entre l'état 2 et l'état 1 est

$$w_{21} = \frac{q_2 - q_1}{k_2 - k_1} = \frac{1800 - 1500}{60 - 20} = 7.5\ km/h$$

Le front du peloton se déplace donc à 30 km/h et son arrière à 7.5 km/h par rapport à la route. La vitesse de croissance du peloton est la différence, soit 22.5 km/h.

3. À la fin des 10 min, la taille du peloton est de $22.5 \times \frac{1}{6} = 3.75$ km (il contient $3.75 * 60 = 225$ véhicules). Le nouvel état de circulation en aval du peloton est l'état 4, caractérisé par un débit q_4 =2112 véh/h et une densité correspondante de $k_4 = k_j/2 = 86.6/2 = 43.3$ véh/km. La vitesse de l'onde de choc entre l'état 2 et 4 est

$$w_{24} = \frac{q_2 - q_4}{k_2 - k_4} = \frac{1800 - 2112}{60 - 43.3} = -18.7\ km/h$$

L'onde de choc à l'avant du peloton se déplace donc en arrière. La vitesse relative des deux ondes de choc à l'avant et l'arrière du peloton est donc $7.5 + 18.7 = 26.2$ km/h. Le peloton long de 3.75 km disparaîtra au bout de $\frac{3.75}{26.2} = 0.143$ h, soit environ 8 min et 35 s.

Il est possible de raisonner au niveau du nombre des véhicules. Pour cela, il faut calculer les debits au niveau de chaque limite entre les états de circulation, soit le nombre de véhicules qui passent d'un état de circulation à un autre. Au niveau de l'onde de choc entre 2 et 4, le nombre de véhicules sortant du peloton est $k_4(v_4 - w_{24}) = k_2(v_2 - w_{24}) = 2922$ véh/h. Au niveau de l'onde de choc entre 1 et 2, le nombre de véhicules entrant dans le peloton est $k_1(v_1 - w_{21}) = k_2(v_2 - w_{21}) = 1350$ véh/h. Le solde net du peloton est une perte de $2922 - 1350 = 1572$ véh/h. Le peloton disparaîtra en $\frac{225}{1572} = 0.11643$ h.

On peut noter qu'une nouvelle onde de choc se crée à la disparition du peloton, entre l'état 4 et l'état 1.

Exercice 8 Le diagramme fondamental sur une section d'autoroute à deux voies est régi par la relation

$$v = 105 - 0.63k$$

avec v la vitesse moyenne (spatiale) en km/h et k la densité en véh/h.

Un incident dû à un poids lourd bloque totalement l'autoroute pendant une demie-heure au moment où la concentration de trafic est de 50 véh/km.

1. Déterminer la longueur de la file d'attente à la fin de l'incident (en distance et en nombre de véhicules).
2. Déterminer le temps nécessaire à la disparition de la file d'attente.
3. Tracer un échantillon de trajectoires de véhicules passant avant la formation de la file d'attente, dans la file d'attente, et après la disparition de la file d'attente.

Solution Les conditions de circulation lors de l'accident sont les suivantes :

— état 1 en amont de la zone de circulation arrêtée en amont de l'accident avec densité $k_1 = 50$ véh/km et débit $q_1(50) = 3675$ véh/h

— état 2 zone de circulation arrêtée en amont de l'accident avec densité $k_2 = k_j = 105/0.63 = 166.7$ véh/km et débit $q_2 = 0$ véh/h

On en déduit la vitesse onde de choc entre les états 1 et 2 : $w_{12} = \frac{q_1 - q_2}{k_1 - k_2} = -31.5$ km/h. Au bout de 30 min, la file d'attente sera longue de 15.75 km et contiendra $15.75k_j = 2625$ véh.

À la fin du blocage par l'incident, on a un nouvel état en aval de la zone de circulation 2 qui est à capacité (état 3) avec la densité $k_3 = k_j/2 = 83.3$ véh/km (si la vitesse est une fonction linéaire de la densité, la densité critique est égale à la densité de congestion divisée par deux) et le débit $q_3(k = 83.5) = 4375$ véh/h. L'onde de choc entre les états 2 et 3 a la vitesse $w_{23} = \frac{q_3 - q_2}{k_3 - k_2} = -52.5$ km/h. La vitesse de cette deuxième onde étant supérieure à la première, on a bien une reduction de la file d'attente, à vitesse $w_{12} - w_{23} = 21$ km/h. Le temps nécessaire à la dissipation est $15.75/21 = 0.75$ h soit 45 min.

Il faut noter qu'une autre onde de choc se produit ensuite entre les états de circulation 1 et 3 après la dissipation de la file d'attente.

Exercice 9 (non corrigé)
Le diagramme fondamental d'une voie d'autoroute est régi par la relation

$$v = 0.7617(130 - k)$$

avec v la vitesse moyenne (spatiale) en km/h et k la densité en véh/h.

Le flot circule à 96.5 km/h. Un véhicule ralentit à 24.1 km/h pendant 50 s. Analyser le phénomène.

4 Rappels de statistiques

Exercice 1 La distribution empirique des temps inter-véhiculaires (TIV) observés habituellement sur une autoroute urbaine, à une période donnée, est la suivante :

Intervalle des TIV (s)	Pourcentage
0 à 1	15 %
1 à 2	30 %
2 à 3	26 %
3 à 4	20 %
> 4	9 %

Une régulation des intervalles à l'aide de panneaux à message variable est mise en place en amont du site. Les enregistrements de 400 TIV obtenus après l'implantation se ventilent ainsi :

Intervalle des TIV (s)	Effectifs
0 à 1	65
1 à 2	107
2 à 3	120
3 à 4	78
> 4	30

L'expérience de régulation est-elle concluante ?

Solution L'hypothèse nulle H_0 est que les deux échantillons proviennent de la même distribution. On trouve $\chi^2_4(0.05) = 9.488$ avec un risque de première espèce de 5 % pour $d = N - 1 - 0 = 4$ degrés de liberté (il y a $N = 5$ catégories pour la variable aléatoire du TIV). La statistique de décision est

$$X^2 = 5.33 < \chi^2_4(4, 0.05)$$

Il n'y a donc pas de raison de penser que les distributions sont différentes (le risque de se tromper en rejetant l'hypothèse nulle est trop grand), donc que les panneaux à message variable ont eu un effet.

Exercice 2 Examiner si la distribution des TIV suivante suit la loi exponentielle :

Intervalle des TIV (s)	Effectifs
0 à 2.9	42
3 à 5.9	35
6 à 8.9	26
9 à 11.9	11
12 à 14.9	9
≥ 15	6

Solution Le TIV moyen est estimé en utilisant la valeur centrale de chaque intervalle, et 16.5 s pour le dernier (difficile à choisir). On obtient $\bar{h} = 5.83$ s.

Avec ce paramètre, on peut calculer les valeurs de la fonction de répartition ($P(h < t) = e^{-\frac{t}{\bar{h}}}$) pour la limite supérieure de chaque intervalle et en déduire la fréquence théorique que le TIV soit dans chaque intervalle.

Intervalle des TIV (s)	Fréquences théoriques	Effectifs théoriques
0 - 2.9	0.40	51.92
3 - 5.9	0.24	31.02
6 - 8.9	0.14	18.54
9 - 11.9	0.09	11.08
12 - 14.9	0.05	6.62
≥ 15	0.08	9.83

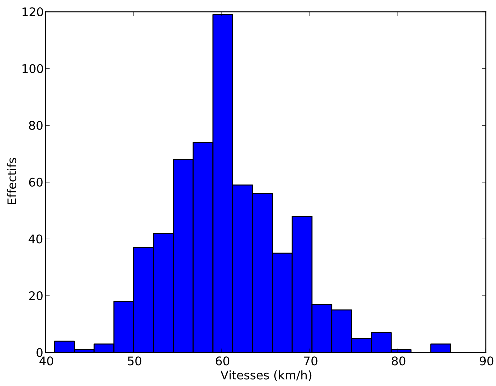
L'hypothèse nulle H_0 est que la distribution des TIV suit la loi exponentielle. On calcule la variable de décision $X^2 = 7.75$. Pour un niveau de confiance typiquement accepté de 95 %, avec $d = 6-1-1 = 4$ degrés de liberté, on a $\chi_4^2(0.05) = 9.488$. On ne peut donc rejeter l'hypothèse que la distribution observée des TIV suit la loi exponentielle de moyenne 5.83 s. La valeur de la variable de décision correspond à un niveau de confiance de 0.90, soit un risque de faire une erreur de première espèce de 0.10.

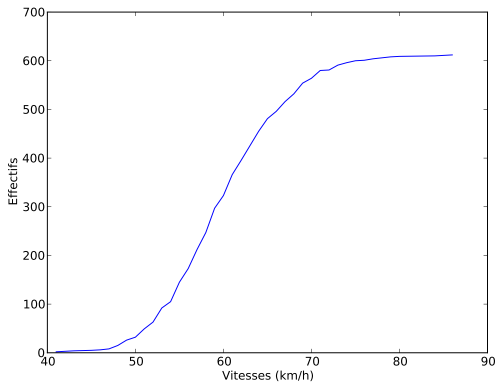
Exercice 3 Le fichier `td2-vitesses.csv` (dans répertoire Github) contient des données de vitesse instantanée recueillies à Vancouver. Veuillez

1. tracer l'histogramme des vitesses et la fonction de répartition correspondante,
2. déterminer la taille minimale de l'échantillon, pour une erreur de 2 km/h sur la moyenne et un niveau de confiance à 95 %,
3. déterminer la vitesse au 85ème centile, la moyenne, la médiane, la variance, l'écart-type, l'intervalle de confiance de la moyenne (niveau de confiance 95 %),
4. recommander une limite de vitesse raisonnable,
5. vérifier l'adéquation de la distribution à la loi normale.

Solution

1. On trace les histogrammes pour 20 intervalles de vitesse (choix arbitraire) la fonction de répartition empirique des données dans les trois figures suivantes.





2. La taille minimale de l'échantillon est

$$n = z_{\alpha/2}^2 \frac{\sigma^2}{e^2} = 1.96^2 * \frac{6.80^2}{2^2} = 44.4 \approx 45$$

3. La vitesse au 85ème centile, la moyenne, la médiane, la variance et l'écart-type sont respectivement 68.0 km/h, 60.5 km/h, 60.0 km/h, 46.3 (km/h)^2 et 6.80 km/h. L'intervalle de confiance à 95 % pour la moyenne est $[59.9, 61.0]$ (km/h).

4. On recommande rarement une vitesse limite plus basse que la vitesse au $85^{ème}$ centile car il y a peu de chance qu'elle soit respectée. En absence d'autres informations sur la route, on peut proposer 70 km/h, vitesse arrondie supérieure à la vitesse au $85^{ème}$ centile, pas tant éloignée de la vitesse maximale observée (84 km/h).
5. Avec les valeurs empiriques de la moyenne et de l'écart-type, on calcule les échantillons de références pour la distribution normale (en considérant les 20 intervalles de l'histogramme initial) :

Intervalle des vitesses (km/h)	Fréquences théoriques	Effectifs théoriques
41.0-43.25	0.00565	3.46
43.25-45.5	0.00817	5.0
45.5-47.75	0.0168	10.3
47.75-50.0	0.031	19.0
50.0-52.25	0.0515	31.5
52.25-54.5	0.0765	46.8
54.5-56.75	0.102	62.5
56.75-59.0	0.122	74.8
59.0-61.25	0.131	80.3
61.25-63.5	0.126	77.4
63.5-65.75	0.109	66.9
65.75-68.0	0.0848	51.9
68.0-70.25	0.059	36.1
70.25-72.5	0.0368	22.6
72.5-74.75	0.0206	12.6
74.75-77.0	0.0104	6.35
77.0-79.25	0.00468	2.86
79.25-81.5	0.00189	1.16
81.5-83.75	0.000688	0.421
83.75-86.0	0.000312	0.191

Les échantillons empiriques sont les suivants : il apparaît qu'il faut regrouper certains intervalles pour avoir au moins 5 observations par intervalle (les 3 premiers et les 4 derniers).

Intervalle des vitesses (km/h)	Effectifs
41.0-43.25	4
43.25-45.5	1
45.5-47.75	3
47.75-50.0	18
50.0-52.25	37
52.25-54.5	42
54.5-56.75	68
56.75-59.0	74
59.0-61.25	119
61.25-63.5	59
63.5-65.75	56
65.75-68.0	35
68.0-70.25	48
70.25-72.5	17
72.5-74.75	15
74.75-77.0	5
77.0-79.25	7
79.25-81.5	1
81.5-83.75	0
83.75-86.0	3

L'hypothèse nulle H_0 est que la distribution des vitesses suit la loi normale. On calcule ensuite la variable de décision $X^2 = 54.1$. Pour un niveau de confiance typiquement accepté de 95 %, avec 12 degrés de liberté, on a $\chi^2_{12}(0.05) = 21.03$. On peut donc rejeter l'hypothèse nulle que la distribution observée des vitesses suit une loi normale. La valeur de la variable de décision correspond à un niveau de confiance de 0.999, soit un risque de première espèce très faible.

Exercice 4 On recueille des vitesses en un point d'une route au Québec et le résultat est présenté dans le tableau suivant.

Intervalle des vitesses (km/h)	Effectifs
15-20	0
20-25	3
25-30	6
30-35	18
35-40	45
40-45	48
45-50	18
50-55	12
55-60	4
60-65	3
65-70	0

1. Calculer la médiane, la vitesse moyenne et l'écart-type de l'échantillon.
2. Quel est l'intervalle de confiance de la vitesse moyenne en ce point, aux niveaux de confiance de 95 % et 99.7 % ?
3. A partir des résultats de cette étude, une nouvelle sera faite pour atteindre une tolérance de ± 1.5 km/h à un niveau de confiance de 95 %. Quelle est la taille de l'échantillon requis ?

4. A-t-on le droit de décrire la distribution de cet échantillon comme normale ?

Solution

1. La vitesse médiane est dans l'intervalle $[40, 45]$ (km/h). La vitesse moyenne est 41.06 km/h et l'écart-type 7.57 km/h.
2. L'intervalle de confiance de la vitesse moyenne est $[41.06 - 1.96 \times \frac{7.57}{\sqrt{157}}, 41.06 - 1.96 \times \frac{7.57}{\sqrt{157}}]$, soit $[39.88, 42.24]$ (km/h) à un niveau de confiance de 95 %, et $[39.25, 42.87]$ (km/h) à un niveau de confiance de 99.7 %.
3. En utilisant l'écart-type calculé pour l'échantillon obtenu dans cette étude, la taille requise pour une tolérance de ± 1.5 km/h à un niveau de confiance de 95 % est $\frac{1.96^2 7.57^2}{1.5^2} = 97.8 \approx 98$ mesures de vitesse.
4. On fait le test du χ^2 d'adéquation de l'échantillon à la loi normale. Les probabilités et les effectifs théoriques pour chaque intervalle de vitesse selon la loi normale sont présentés dans le tableau suivant :

Intervalle des vitesses (km/h)	Probabilités théoriques	Effectifs théoriques
$-\infty$ - 20	0.0027	0.425
20-25	0.0143	2.24
25-30	0.0551	8.65
30-35	0.14	21.9
35-40	0.233	36.5
40-45	0.254	39.9
45-50	0.183	28.7
50-55	0.086	13.5
55-60	0.0266	4.17
60-65	0.00539	0.846
65 - $+\infty$	0.000782	0.123

L'hypothèse nulle H_0 est que la distribution des vitesses suit la loi normale. On doit regrouper les trois premiers et trois derniers intervalles pour calculer la variable de décision $X^2 = 9.58$. À $7 - 1 - 2 = 4$ degrés de liberté avec un niveau de confiance de 95 %, $\chi^2_7 = 9.488$. On doit donc rejeter l'hypothèse que la distribution des vitesses suit une loi normale à un niveau de confiance de 95 %, mais la statistique correspond à un niveau de confiance de 95.2 %. Tout dépend du risque que l'on est prêt à accepter.

Exercice 5 Sur une année, on observe la distribution suivante des niveaux de service par heure pour une section d'autoroute dans une direction donnée.

NS	Pourcentage
A	25
B	26
C	4
D	3
E	30
F	12

L'autoroute est ré-aménagée avec l'ajout d'une voie dans chaque direction. Au bout d'un mois, on observe la répartition suivante des niveaux de service.

NS	Effectifs
A	189
B	197
C	35
D	38
E	181
F	80

1. Peut-on conclure que l'aménagement a eu un effet significatif sur le niveau de service ?
2. Le changement observé correspond-il une amélioration de la circulation ?

Solution

1. Il faut faire un test (test du χ^2) pour déterminer si la distribution des niveaux de service par heure est la même que l'année précédente. L'hypothèse nulle H_0 est que la distribution des niveaux de service par heure suit la distribution des niveaux de service par heure de l'année précédente.
   La variable de décision du test du χ^2 est calculée et vaut 20.9, ce qui correspond à un risque de première espèce inférieur à 0.005 dans le tableau (exactement $8.47\ 10^{-4}$). Les deux distributions de niveaux de services sont donc significativement différentes et l'aménagement a donc eu un effet significatif sur le niveau de service.
2. En comparant les pourcentages des niveaux de service par heure pendant le mois à ceux de l'année précédente, le changement observé correspond à une amélioration puisque on observe pour l'essentiel un transfert des niveaux de service E et F vers des niveaux plus fluides (A à D).

5 Études de circulation

Exercice 1 Un carrefour de Montréal (carrefour 1) a eu 9.35 collisions par million de véhicules entrants pendant les 3 dernières années. La ville de Montréal a recensé 8 carrefours avec des caractéristiques similaires (désigné comme le groupe de référence), dont les taux de collisions pour la même période sont : 7.89, 9.24, 7.09, 8.67, 7.20, 7.93, 9.94, 6.68

Calculer l'intervalle de confiance à 95 % du nombre de collisions par million de véhicules entrants pour le groupe de référence. Comparer le taux de collision du carrefour 1 à cet intervalle de confiance pour conclure s'il s'y déroule un nombre de collisions anormalement élevé.

Solution Le nombre moyen de collisions par million de véhicules entrants pour le groupe de référence est 8.08, avec un écart-type de 1.13 (utiliser la formule avec $n-1=7$ carrefours). L'intervalle de confiance à 95 % correspondant est de $[7.02, 9.13]$ collisions par million de véhicules entrants (en utilisant la loi de Student puisque l'écart-type est estimé à partir de l'échantillon). Le nombre de collisions par million de véhicules entrants dans le carrefour 1 est plus élevé que la moyenne du groupe de référence et tombe en dehors de l'intervalle de confiance : il peut être considéré comme anormalement élevé et il faudrait envisager une étude des accidents plus approfondie.

Exercice 2 Une autoroute sur du terrain vallonné a une composition de 10 % de camions et 5 % de motorisés. Quel est le débit en équivalent véhicules particuliers (uvp) d'un débit de 3500 véh/h ? Les coefficient d'équivalence sont fournis dans le tableau suivant :

Coefficient	Plat	Vallonné	Montagneux
e_C (camion)	1.5	2.5	4.5
e_M (motorisé)	1.2	2.0	4.0

Solution On applique la formule de conversion vue dans la section sur la théorie de la circulation

$$Q_{uvp} = Q(1 + \sum(e_i - 1)p_i) = Q(1 + p_C(e_C - 1) + p_M(e_M - 1)) = \frac{Q}{f_{PL}}$$

où Q est le début, p_C et p_M sont respectivement les proportions de camion et de motorisés dans la circulation. On obtient donc un débit en unité de véhicules particuliers $Q_{uvp} = 3500(1 + 0.1(2.5 - 1) + 0.05(2.0 - 1))) = 3500 * 1.2 = 4200$ uvp/h.

Exercice 3 Une vieille autoroute urbaine (sans carrefour, "freeway") à quatre voies (deux voies dans chaque direction) a les caractéristiques suivantes : des voies larges de 3.3 m, pas de dégagement latéral, une densité d'échangeurs de 1.2 échangeurs par km, une circulation composée de 5 % de camions et aucun motorisé, un facteur de pointe horaire de 0.9 et un terrain vallonné. La demande de pointe est actuellement de 2200 véh/h, et la croissance attendue de la circulation est de 3 % par an. Quel est le niveau de service actuel ? Quel sera-t-il dans 5, 10, 20 ans ? Pour éviter la saturation complète de l'autoroute, quand devra-t-on apporter des améliorations significatives à l'autoroute ou construire de nouvelles routes ?

Un extrait du HCM est disponible sur le site moodle pour fournir les références nécessaires à cet exercice.

Solution On calcule la vitesse libre VL :

$$\begin{aligned} VL &= VLB - f_{LV} - f_{DL} - f_N - f_{DE} \\ &= 110 - 3.1 - 5.8 - 7.3 - 12.1 = 81.7\ km/h \end{aligned}$$

Le facteur PL est $f_{PL} = \frac{1}{1+0.05(2.5-1)} = 0.93$. On calcule le débit d'analyse q_p (le facteur de population est pris par défaut à 1.0) :

$$\begin{aligned} q_p &= \frac{Q}{FPH \times N \times f_{PL} \times f_p} \\ &= \frac{2200}{0.9 \times 2 \times 0.93 \times 1.0} = 1314\ uvp/h/voie \end{aligned}$$

Avec un débit d'analyse de 1314 uvp/h/voie, la vitesse moyenne sera égale à la vitesse libre, et on en déduit la densité $k = \frac{1314}{81.7} = 16.1$ uvp/km/voie. Le niveau de service actuel est donc D.

Dans n années, la demande de pointe sera de 2200×1.03^n. On en déduit le débit d'analyse, la vitesse moyenne et la densité et le niveau de service pour 5, 10, 15 et 20 ans :

Année de prévision	débit d'analyse (uvp/h/voie)	vitesse (km/h)	densité (uvp/km/voie)	NS
5	1523	81.7	18.6	D
10	1766	81.7	21.6	D
15	2047	79.6	25.2	E
20	2208	78.9	28.0	F

En utilisant les formules du HCM, on trouve que la vitesse est égale à la vitesse libre pour des débits d'analyse inférieurs à $3100 - 15 \times VL = 1874.5$ km/h/voie. Pour la prévision à 20 ans, la capacité de l'autoroute est $1800 + 5 \times VL = 2208$ véh/h/voie (la demande atteint 2373 véh/h/voie, mais le débit d'analyse ne peut dépasser la capacité de l'autoroute) et la vitesse vaut 78.9 km/h. On vérifie bien que la densité atteind le seuil de saturation pour ces valeurs. Lorsque la demande dépasse la capacité, il y a d'autres méthodes d'analyse décrites dans le HCM permettant de prédire l'accumulation des véhicules et la propagation de la saturation dans un réseau. La capacité est atteinte entre la 16ème et 17ème année, et il faut donc intervenir avant.

6 Dispositif de contrôle

Exercice 1 15 min (/2 Pts)
Citez deux caractéristiques discriminantes de panneaux de signalisation qui permettent de distinguer leur signification. Indiquez pourquoi la signalisation symbolique est préférée aux messages écrits.

Solution Les discriminants utilisés dans la signalisation sont : la forme, la couleur, le symbole, la matière, la lumière, la légende, le mouvement, l'orientation. Par exemple, les panneaux de danger et travaux sont respectivement jaune et orange. La forme des panneaux d'arrêt et de cédez-le-passage leur sont respectivement uniques.

La signalisation symbolique est perçue et comprise plus rapidement par les usagers de la route. De plus, elle peut être compris par des usagers qui ne comprennent pas le langage dans lequel un message est écrit.

Exercice 2 30 min (/4 Pts)

1. Tracer et compter les points de conflit par catégorie (croisement, convergence et divergence) dans un carrefour en T (trois branches à deux voies, avec une voie par direction).
2. Discuter le niveau de contrôle approprié pour un tel carrefour en T.
3. Comparer les points de conflits à un carrefour en T et à un carrefour giratoire avec les mêmes branches.
4. Décrire (brièvement) la signalisation à un carrefour giratoire. Quel est le niveau de contrôle d'un carrefour giratoire ?

Solution

1. Il y a trois points de conflit de chaque categorie dans un carrefour giratoire.
2. Le niveau de contrôle dépend de la demande et de la visibilite au carrefour. Les trois niveaux de contrôle sont possible. S'il est attendu que les conducteurs et autres usagers sont capables de gérer les conflits à ce carrefour, le niveau 1 pourrait s'avérer suffisant.
3. Un carrefour giratoire a trois points de conflit de convergence et trois de divergence (aucun point de conflit de croisement).
4. La signalisation à un carrefour giratoire implique du marquage au sol (lignes axiales pour la canalisation des mouvements) et des panneaux de cedez le passage à l'entree (avec les lignes correspondantes au sol à l'entrée) : il s'agit d'un contrôle de niveau 2.

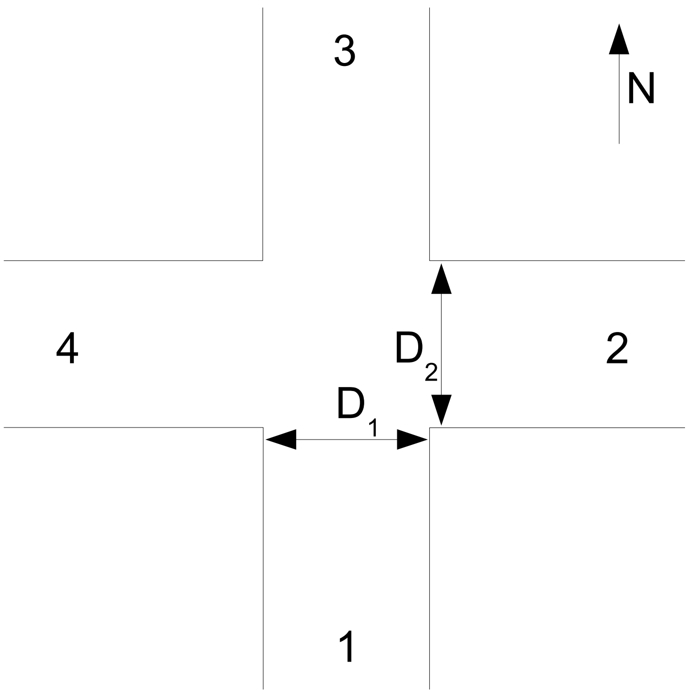
7 Les carrefours

Noter qu'un exercice est corrigé dans les notes à la fin de la section sur le calcul d'un carrefour à feux isolé.

Exercice 1 (tiré d'un TP) 15 min (/2 Pts)

Dans cette séance, vous allez modéliser un carrefour à feux et évaluer son fonctionnement. Les caractéristiques du carrefour sont les suivantes :

- deux voies dans chaque sens (soit 4 voies en tout pour chaque rue)
- les rues sont numérotées sur la figure suivante et les débits sont indiqués dans le tableau suivant (en véh/h)
- le débit de saturation est de 1615 uvpd/h/voie.
- la circulation comprend 5 % de véhicules lourds (camion/bus) provenant de 3 et 1, et 7 % provenant de 2 et 4 (coefficient d'équivalence de 1.5)
- il n'est pas permis de tourner à droite pendant le rouge
- il n'y a pas de pente particulière sur le carrefour, la largeur des rues est $D_1 = 18$ m et $D_2 = 16$ m (largeur de voie par défaut de 3.6 m)
- la vitesse d'approche est 50 km/h sur toutes les approches
- la longueur moyenne des véhicules est 6 m
- les débits piétons sont négligeables
- le temps de perception-réaction pour les conducteurs est $TPR = 1.5$ s
- la limite de vitesse est 50 km/h et la décélération maximale des véhicules 3 m/s^2
- le temps perdu au démarrage est 2 s par phase et le temps utile pendant le jaune est 2 s par phase



origine \ destination	1	2	3	4
1	/	85	700	50
2	25	/	50	500
3	800	60	/	75
4	70	610	35	/

1. Proposer un plan de feux pour le carrefour dans les conditions actuelles.
2. On anticipe que dans le futur les débits des virages à gauche provenant de 1 et 3 augmentent respectivement à 220 véh/h et 175 véh/h. Proposer une solution pour ces conditions futures, en modifiant la géométrie et/ou le plan de feu.

Solution

Conditions actuelles La première étape consiste à évaluer le besoin pour une phase protégée pour les mouvements tourne-à-gauche (les tourne-à-droite sont rarement protégés, et les débits piétons sont très faibles ici). Dans les conditions actuelles, aucune des deux conditions (débit tourne-à-gauche q_{tg} supérieur à 200 véh/h ou $q_{tg} \times \frac{q_o}{N_0} \geq$ 50000 véh/h avec q_o débit du courant opposé) sur les débits ne sont vérifiées. Un simple plan de feux à deux phases est donc examiné : les entrées 1 et 3 ont le vert pendant la phase A, les entrées 2 et 4 ont le vert pendant la phase B.

La seconde étape consiste à convertir les débits sur chaque approche en nombre d'équivalents de nombre véhicules particuliers en mouvement tout droit par heure (uvpd/h). Il faut utiliser les tableaux fournis pour déterminer les équivalents pour les mouvements tournants. Le coefficient multiplicateur pour convertir les débits en unités de véhicules particuliers est $0.95 \times 1 + 0.05 \times 1.5 = 1.025$ pour les approches 1 et 3 et 1.035 pour la composition des véhicules sur les approches 2 et 4. On trouve les débits équivalents :

— approche 1 : $1.025 \times (50 \times 8 + 700 \times 1 + 85 \times 1.18) \approx 1230$ uvpd/h
— approche 2 : $1.035 \times (25 \times 5.15 + 500 \times 1 + 50 \times 1.18) \approx 711$ uvpd/h
— approche 3 : $1.025 \times (60 \times 6.5 + 800 \times 1 + 75 \times 1.18) \approx 1310$ uvpd/h
— approche 4 : $1.035 \times (35 \times 4 + 610 \times 1 + 70 \times 1.18) \approx 862$ uvpd/h

Les charges prépondérantes pour chaque phase sont

— phase A : $y_{p_A} = \frac{1310}{2 \times 1615} \approx 0.406$ (correspondant à l'approche 3)
— phase B : $y_{p_B} \approx 0.267$ (correspondant à l'approche 4)

D'autre part, on calcule les temps de jaune et de rouge intégral pour chaque phase. Le temps de jaune J est le même pour les deux phases puisque la vitesse d'approche v_0 est 50 km/h sur toutes les approches, soit $J = TPR + \frac{v_0}{2a} = 3.8$ s (avec le temps de perception-réaction $TPR = 1.5$ s et la décélération $a = 3$ m/s^2). Avec une longueur moyenne L de 6 m pour les véhicules, on a

— phase A : $RI_A = \frac{D_2 + L}{v_0} \approx 1.6$ s
— phase B : $RI_A = \frac{D_1 + L}{v_0} \approx 1.7$ s

Il est donné que le temps perdu au démarrage est $t_{p,dem} = 2$ s par phase et le temps utile pendant le jaune est $j_u = 2$ s par phase. On en déduit le temps perdu pour chaque phase :

— phase A : $t_{p_A} = t_{p,dem} + J + RI_A - j_u \approx 5.4$ s
— phase B : $t_{p_B} \approx 5.5$ s

Le temps perdu total par cycle est donc $T = 10.9$ s. La charge globale du carrefour est $Y = 0.673$. On en déduit la longueur du cycle optimal $C_0 = \frac{1.5T+5}{1-Y} \approx 65.3$ s, arrondi à 66 s. Les temps de vert effectif sont alloués à chaque phase :

— phase A : $V_{e_A} = \frac{(C_0 - T) y_{p_A}}{Y} \approx 33.2$ s
— phase B : $V_{e_B} \approx 21.9$ s

Finalement, on obtient les temps de vert affichés pour chaque phase

— phase A : $V_A = V_{e_A} + t_{p_A} - J - RI_A = 33.2 + 5.4 - 3.8 - 1.6 = 33.2$ s
— phase B : $V_B = 21.9$ s

Puisque les mouvements piétons étaient considérés comme négligeables, il n'était pas demandé de vérifier les temps de traversée nécessaires pour les piétons. Le phasage est dans tous les cas suffisant pour les temps nécessaires à la traversée des piétons : $3.2 + 16 = 19.2$ s pour la phase A et $3.2 + 18 = 21.2$ s pour la phase B.

Conditions futures Lorsque les mouvements de tourne-à-gauche augmentent sur les approches 1 et 3, les critères indiquent qu'il faut protéger ces mouvements et leur donner une voie réservée (si on fait le calcul des charges avec deux phases, les charges sont très supérieures à 1), ce qui implique de construire des voies réservées supplémentaires pour ces mouvements. On propose un plan de feu en trois phases, avec une première phase pour les tourne-à-gauche protégés venant de 1 et 3 (phase A1), puis les mouvements tout droit et tourne-à-droite venant encore de 1 et 3 (phase A2), puis la phase B identique à précédemment.

Il faut recompter les débits en équivalents de véhicules particuliers en mouvement tout droit par heure. Il faut noter que les mouvements tourne-à-gauche protégés ne sont plus en conflit dans le carrefour, auquel cas leur équivalent n'est plus que 1.05. On obtient les charges prépondérantes pour chaque phase

— phase A1 : débits 237 uvpd/h pour l'entrée 1 et 188 uvpd/h pour l'entrée 3, d'où $y_{p_{A1}} \approx 0.146$

— phase A2 : débits 820 uvpd/h pour l'entrée 1 et 911 uvpd/h pour l'entrée 3, d'où $y_{p_{A2}} \approx 0.282$

— phase B : $y_{p_B} \approx 0.267$

Le temps perdu par cycle devient $T = 5.4 + 5.4 + 5.5 = 16.3$ s. La charge globale est $Y = 0.695$. On en déduit $C_0 \approx 97$ s, puis les durées de vert effectif et affiché (qui sont égales comme précédemment puisque le temps perdu au démarrage est compensé par le temps utile en début de jaune) :

— phase A1 : $V_{e_A1} = V_{A1} \approx 17.0$ s

— phase A2 : $V_{e_A2} = V_{A2} \approx 32.7$ s

— phase B : $V_{e_B} = V_B \approx 31.0$ s

Une alternative plus efficace est de supprimer l'intervalle entre les verts des phases A1 et A2 puisque les mouvements tourne-à-gauche de la phase A1 peuvent être permis dans la phase A2. Dans ce cas, le temps perdu est diminué et redevient $T = 10.9$. On a toujours $Y = 0.695$, d'où $C_0 \approx 71$ s et

— phase A1 : $V_{e_A1} = V_{A1} \approx 12.7$ s

— phase A2 : $V_{e_A2} = V_{A2} \approx 24.4$ s

— phase B : $V_{e_B} = V_B \approx 23.1$ s

Néanmoins, ce type de phase composée (tourne-à-gauche protégé puis permis sans temps de jaune et rouge intégral intermédiaire) doit être signalisé différemment et peut créer de la confusion chez les conducteurs. Les gains en temps perdu et sur la durée de cycle sont cependant importants.

Une autre solution consiste à simplement construire une voie réservée pour les mouvements de tourne-à-gauche sur les approches 1 et 3, sans modifier le plan de feux.