

# MEC6216 - Géothermie et applications

## EXAMEN FINAL

Automne 2019

---

### NOTES

- 1) Cet examen compte pour 40% de la note finale.
- 2) La durée de l'examen est de 9h30 à 12h00.
- 3) Toute documentation permise.
- 4) Calculatrice non-programmable seulement.

---

### Question 1 (4 points)

On envisage d'ériger un champ de puits de 6 x 6 reliés à des pompes à chaleur géothermiques opérant uniquement en climatisation. Le diamètre des puits est de 12 cm. La conductivité thermique et la diffusivité thermique du sol sont égales à 3.0 W/m-K et 0.1 m<sup>2</sup>/jour, respectivement. Deux cas sont examinés :

- a) Puits de profondeur H = 100 m (longueur totale de 3600 m) et espacés d'une distance B = 9 m
  - b) Puits de profondeur H = 120 m (longueur totale de 4320 m) et espacés d'une distance B = 6 m
- a) En vous servant de la Figure 1.1, calculer la valeur de la pénalité de température,  $T_p$ , pour les 2 cas après 20 ans si le déséquilibre annuel dans le sol est de 10 kW. [2 points]
- b) En supposant que la seule impulsion thermique est celle de 10 kW, quelle sera la température moyenne du fluide dans le champs de puits de 3600 m après 20 ans si la température du sol est de 10 °C et  $R_b = 0.1$  m-K/W ? [2 points]

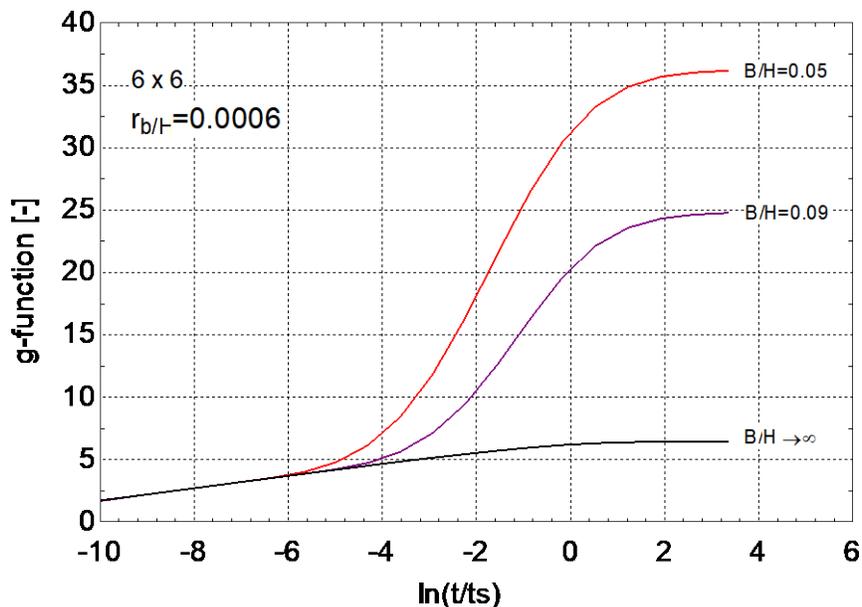


Figure 1.1

## Question 2 (4 points)

Un test de réponse thermique sur un banc d'essai muni d'un seul puits géothermique a été réalisé. Les caractéristiques connues du banc d'essai sont :

Longueur du puits = 18.3m ; rayon du puits,  $r_b = 0.063$  m ;  $R_b = 0.173$  m-K/W ( $= R_b^*$ ) ; Température initiale du sol,  $T_g = 20.21$  °C

L'essai de réponse thermique est effectué en trois phases. Le Tableau 2.1 donne les puissances fournies pour chaque phase.

Tableau 2.1

Intervalle de temps (h)	Puissance fournie (W)	Température moyenne du fluide à la fin de l'intervalle calculée en utilisant la SLI (°C)
0 à 9.06	592.4	29.74
9.06 à 10.97	0	21.81
10.97 à 50.63	592.4	31.27

La Figure 2.1 montre l'évolution de la température moyenne du fluide dans le puits pendant les trois phases. Les résultats expérimentaux ont été analysés pour en déduire la conductivité thermique et la diffusivité thermique du sol. A l'aide de ces valeurs, l'évolution de la température moyenne a été calculée en utilisant la solution de la source linéique infinie (SLI) et les résultats sont montrés à la Figure 2.1. De plus, les températures moyennes à trois temps précis sont données au Tableau 2.1. On demande :

- Pourquoi la SLI ne donne pas des résultats comparables aux résultats expérimentaux dans les premières heures de l'essai. **[1 point]**
- Évaluer la conductivité thermique (en W/m-K) et la diffusivité thermique ( $m^2/\text{Jour}$ ) du sol. **[3 points]**

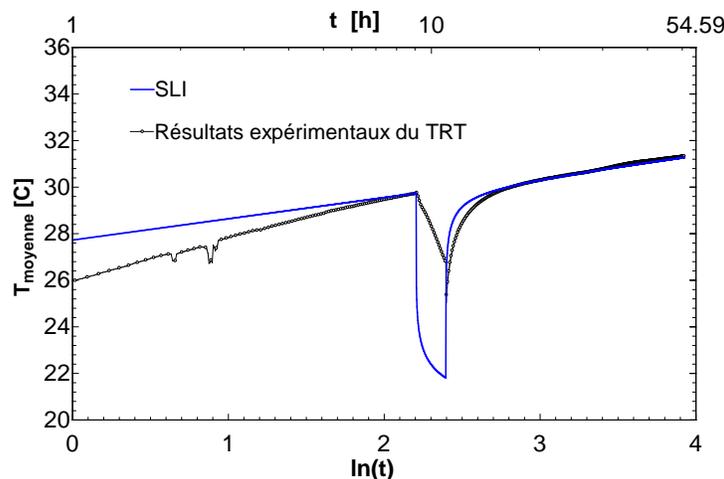


Figure 2.1

Si requis, utilisez l'approximation suivante de l'exponentielle intégrale :

$$\Delta T = \frac{q}{4\pi k} \left[ -\gamma - \ln\left(\frac{r^2}{4\alpha t}\right) \right] \text{ où } \gamma = 0.5772 \quad \text{où } q \text{ est en W/m}$$

### Question 3 (4 points)

On vous demande d'examiner les performances de deux puits géothermiques dans lesquels on compte utiliser soit du CO<sub>2</sub> ou du R134. Les deux puits ont 30 m de profondeur et la résistance thermique du puits,  $R_b$ , est égale à 0.1 m-K/W. On suppose que la température à la paroi,  $T_b$ , est constante et égale à 10 °C. Ils sont munis d'un tube en U dimensionnés de façon à ce que la perte de pression soit la même dans les deux cas. Ainsi, dans les deux cas, la perte de pression totale dans la branche descendante est de 20 kPa alors qu'elle est de 40 kPa dans la branche montante. Dans les deux cas, le fluide entre dans le puits sous la forme d'une vapeur saturée ( $x = 1$ ) à une température de 20 °C.

En supposant que la perte de pression varie linéairement dans chaque branche et que le débit massique est de 0.02 kg/s dans les deux cas, on vous demande de :

- calculer la température du fluide à mi-hauteur ( $z = 15\text{m}$ ) pour les branches montantes et descendantes des deux puits et évaluer la moyenne arithmétique,  $T_f$ , de ces deux températures. **[1 point]**
- déterminer la quantité de chaleur échangée  $q$  (en W/m) dans les deux puits en utilisant la formule suivante :  $q = (T_f - T_b)/R_b$ . **[1 point]**
- calculer le titre du réfrigérant à la sortie des deux puits. **[1 point]**
- expliquer brièvement pourquoi la quantité de chaleur échangée est différente dans les deux cas malgré le fait que la température d'entrée et la perte de pression totale sont identiques dans les deux cas. **[1 point]**

Note : Utiliser les formules suivantes pour déterminer les propriétés des deux réfrigérants

#### CO<sub>2</sub>:

$$T_{sat} = 0.008 \times P_{sat} - 25.4$$

$$H_{liq} = 3.13 \times T_{sat} + 193.5$$

$$H_{vap} = -1.7 \times T_{sat} + 441.1$$

#### R134A:

$$T_{sat} = 0.06 \times P_{sat} - 14.3$$

$$H_{liq} = 1.4 \times T_{sat} + 199.5$$

$$H_{vap} = 0.5 \times T_{sat} + 399.0$$

où  $T_{sat}$  est la température de saturation (°C),  $P_{sat}$  est la pression de saturation (kPa),  $H_{liq}$  et  $H_{vap}$  sont les enthalpies du liquide saturé et de la vapeur saturée (kJ/kg).

### Question 4 (4 points)

Ce problème porte sur l'élaboration d'un modèle de type TRC pour un puits géothermiques munis de deux tuyaux tel que montré à la Figure 4.1. Le puits est divisé en quatre parties soit deux disques selon la direction axiale dans lesquels se trouvent deux demi-lunes.

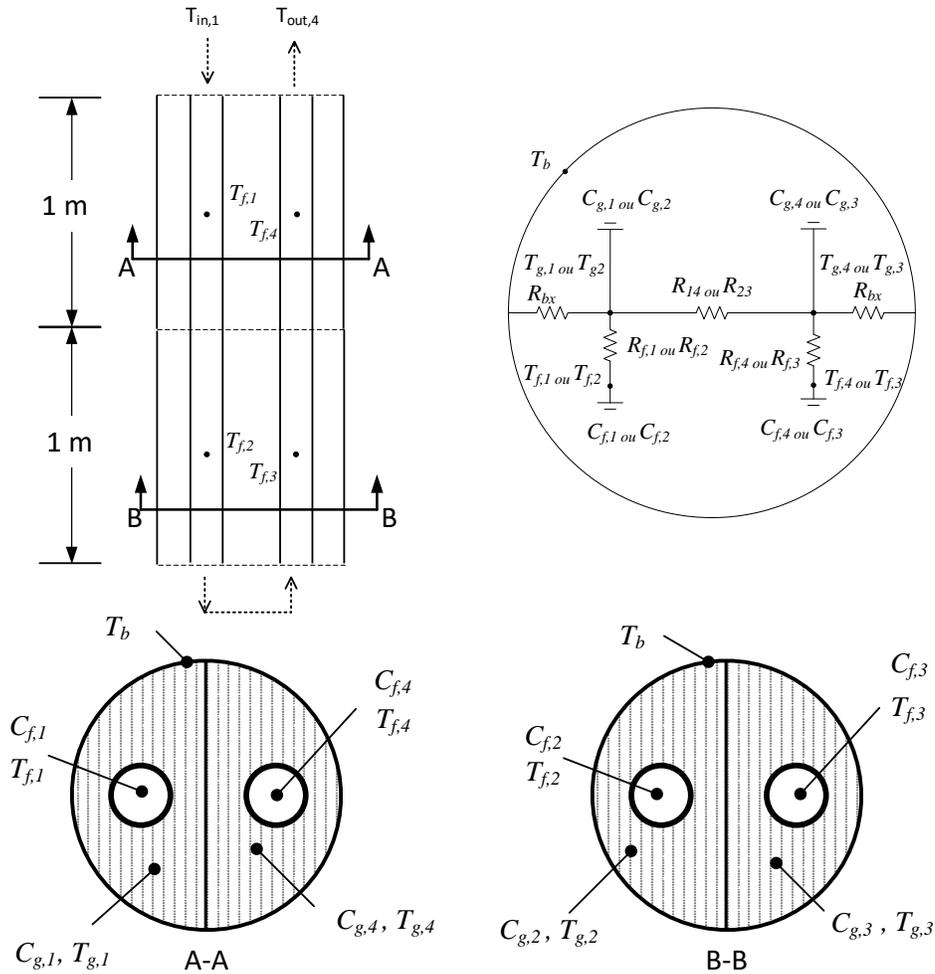


Figure 4.1  
Le puits a les caractéristiques suivantes :

Paramètre	valeur	unité
$H$ , Hauteur du puits	2	m
$T_b$ , température de la paroi du puits (considérée constante)	10	°C
$R_{f,1}, R_{f,2}, R_{f,3}, R_{f,4}$ , Résistances thermiques reliées à la convection dans le fluide et la conduction dans la paroi du tuyau	0.05	m-K/W
$R_{14}, R_{23}$ , Résistance thermique entre tuyaux	0.2545	m-K/W
$R_{bx}$ , Résistance thermique entres les tuyaux et la paroi du puits	0.0693	m-K/W
$C_g$ , Capacité thermique du coulis dans chaque demi-lune par unité de longueur	3670	J/m-K
$C_f$ , Capacité thermique du fluide dans chaque tuyau par unité de longueur	818	J/m-K
$Cp_f$ , Chaleur spécifique du fluide	4200	J/kg-K
Débit (constant) à l'entrée 1	0.0125	kg/s

On vous demande :

- En utilisant la nomenclature de la Figure 4-1, établir un système d'équations de type TRC permettant de déterminer l'évolution temporelle de toutes les températures (fluide et coulis) dans les quatre parties du puits lorsque la température d'entrée,  $T_{in_1}$  varie. **[1 point]**
- Le modèle développé en a) a été solutionné et les résultats partiels sur deux pas de temps sont données au Tableau 4-2. On vous demande de déterminer un système d'équations permettant de déterminer la température de sortie du puits,  $T_{out,4}$ , pour ces conditions au temps  $t=100$  secondes. **[2 points]**
- Solutionner le système d'équations déterminé en b) pour obtenir  $T_{out,4}$  **[1 point]**

Tableau 4-2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
time	$T_{in_1}$	$T_{out_1}$	$T_{in_2}$	$T_{out_2}$	$T_{in_3}$	$T_{out_3}$	$T_{in_4}$	$T_{out_4}$	$T_{f1}$	$T_{f2}$	$T_{f3}$	$T_{f4}$	$T_{g1}$	$T_{g2}$	$T_{g3}$	$T_{g4}$	$T_b$
[s]	[C]	[C]	[C]	[C]	[C]	[C]	[C]	[C]	[C]	[C]	[C]	[C]	[C]	[C]	[C]	[C]	[C]
20																	
40																	
60																	
80												17.25				11.41	10
100							21.27						18.02				10

### Question 5 (4 points)

La Figure 5.1 montre un réseau de deux puits de longueur différente alimentés en parallèle par une pompe. Le débit pompé est relativement faible ( $= 0.1$  L/s) ce qui engendre un écoulement laminaire dans les deux puits. Par conséquent, le facteur de friction ( $f$ ) et le nombre de Nusselt moyen ( $Nu$ ) sont donnés par les relations suivantes :

$$f = \frac{64}{Re} \quad \text{et} \quad Nu = 1.86 \left( \frac{RePr}{L/D_i} \right)^{1/3}$$

où  $Re$  est le nombre de Reynolds,  $Pr$  est le nombre de Prandtl,  $L$  est la longueur totale du tuyau et  $D_i$  est le diamètre interne du tuyau. Les autres caractéristiques des 2 puits ainsi que les propriétés du fluide caloporteur sont données au Tableau 5.1.

- a) Sachant que les pertes de charge entre les points 1 et 2 et 3 et 4 sont identiques (et que les pertes de charge ailleurs dans le réseau sont négligeables), calculer les débits (en L/s) dans les deux puits. **[2 points]**

Tableau 5.1

Paramètre	Valeur	Unités
Diamètre interne des tuyaux, $D_i$	0.026	m
Diamètre externe des tuyaux, $D_o$	0.032	m
Rayon des puits, $r_b$	0.075	m
Conductivité thermique du coulis, $k_g$	0.73	W/m-K
Résistance thermique des tuyaux, $R_{pipe}$	0.083	m-K/W
Densité du fluide, $\rho$	1000	kg/m <sup>3</sup>
Viscosité du fluide, $\mu$	0.0015	kg/m-s
Conductivité thermique du fluide, $k_f$	0.57	W/m-K
Nombre de Prandtl du fluide, $Pr$	11.06	-

- b) Calculer la résistance thermique,  $R_b$ , des 2 puits. **[2 points]**

- 1- Servez-vous du modèle de Paul pour calculer la résistance thermique du coulis,  $R_g$ , où  $\beta_0 = 17.4427$  et  $\beta_1 = -0.6052$ .
- 2- Si vous n'avez pas pu calculer les débits dans la partie a), faites vos calculs avec des débits de 0.055 et 0.045 L/s dans les deux puits.

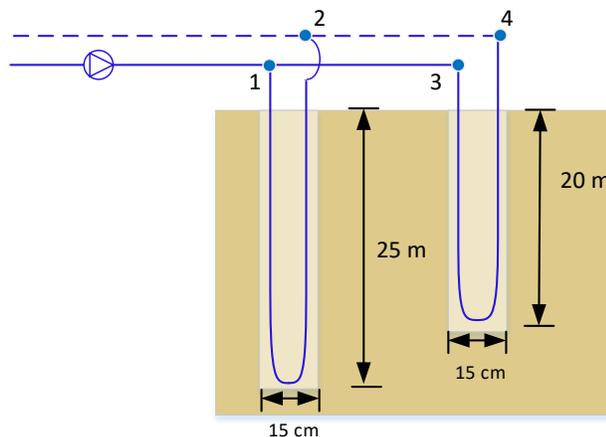


Figure 5.1