GLQ3205
Géophysique appliquée 2

Résumé de la matière

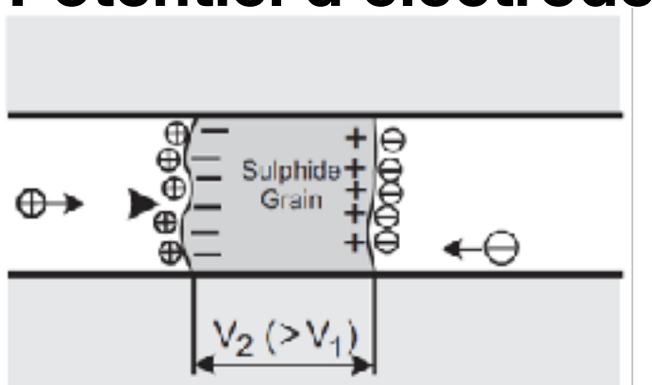
Ahmed Mhenni
ahmed.mhenni@polymtl.ca

Été 2025

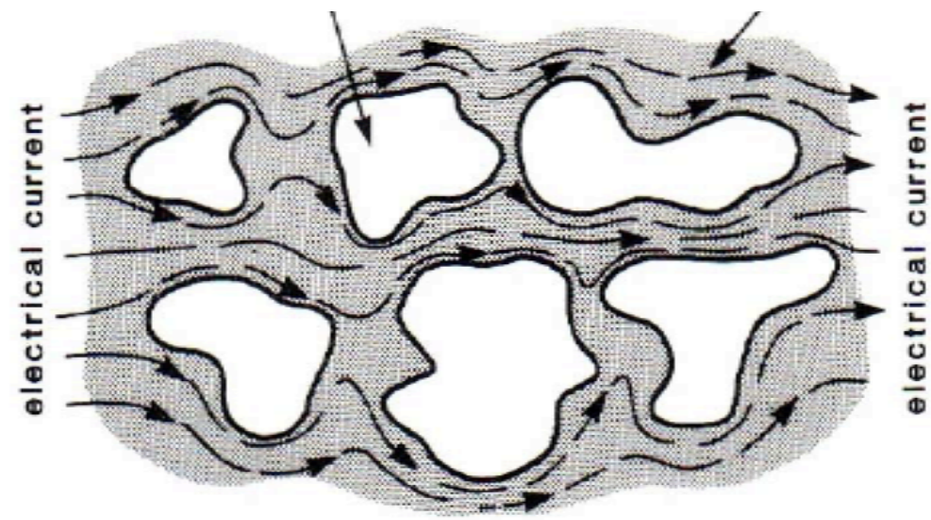
Résistivité électrique

La conduction ionique dans l'eau des pores est le principal mécanisme de conduction et est la source des phénomènes de polarisation provoquée.

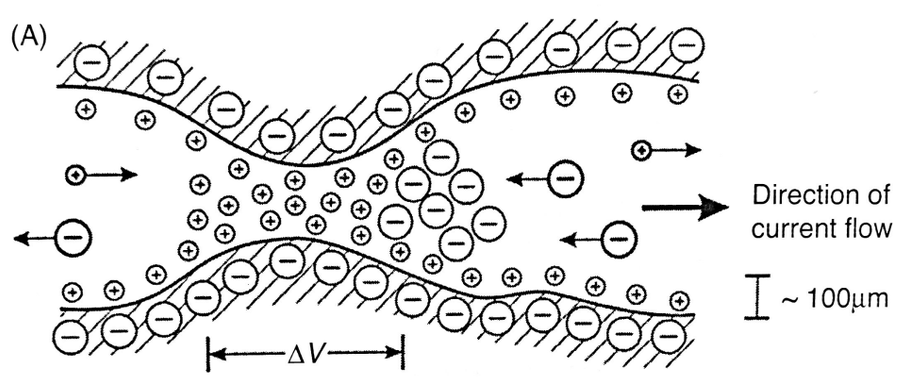
Potentiel d'électrodes



Conduction ionique



Potentiel de membrane



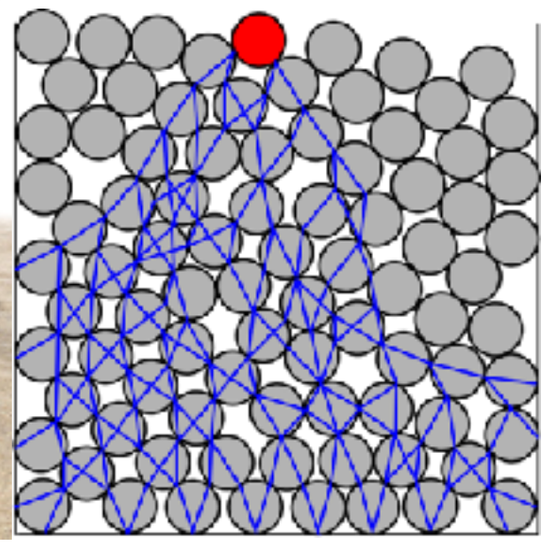
$$\rho_{eff} = a\phi^{-m} S_w^{-n} \rho_w$$

- ϕ : Porosité
- S_w : Saturation en eau

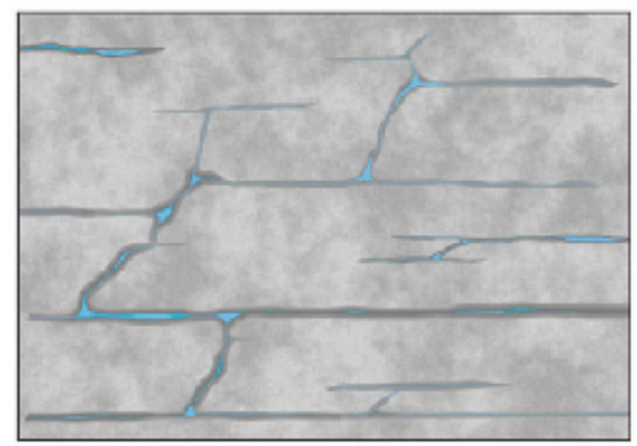
Vitesses sismiques

Nous ferons une distinction entre matériaux granulaires et roches dans ce qui suit

Matériaux granulaires



Roches



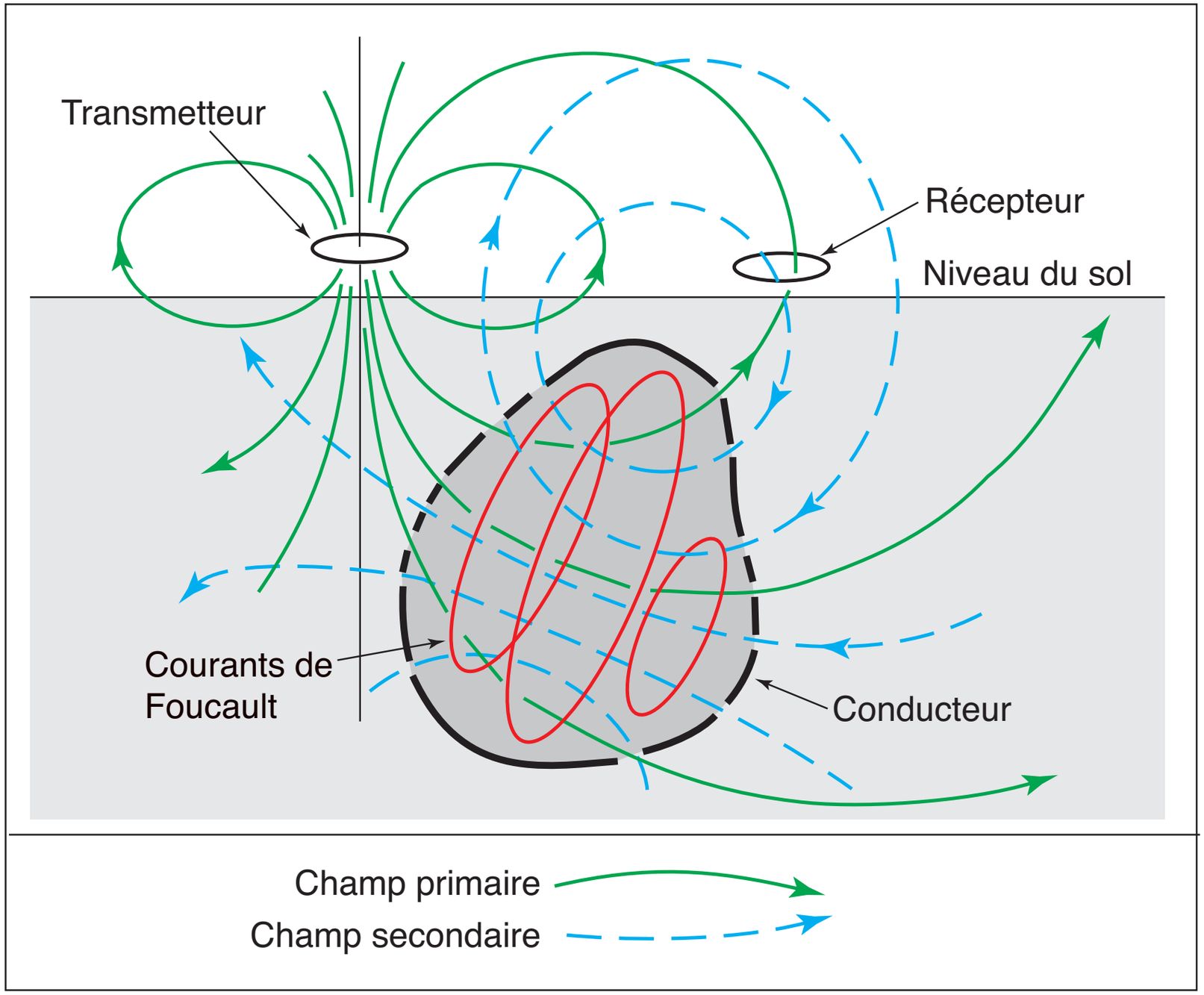
Faibles vitesses

Grandes vitesses

- Une variation marquée de Vp entre saturation partielle et complète pour un dépôt non consolidé (de 300 m/s à 1500 m/s)
- Vs est peu influencée par la saturation et par la porosité
- Les vitesses augmentent avec la pression effective, surtout pour les matériaux en surface.
- La quantité de fractures et leur forme affectent grandement Vp et Vs dans les roches: les vitesses diminuent avec un degré croissant de fracturation.

Méthodes Électromagnétiques

- L'émetteur émet un champ magnétique, que l'on nomme **champ primaire**.
- Le champ primaire induit un courant dans le conducteur enfoui, selon la loi de Faraday.
- Le courant induit crée à son tour un champ magnétique que l'on nomme **champ secondaire.**
- Le récepteur mesure la somme du champ primaire et du champ secondaire.

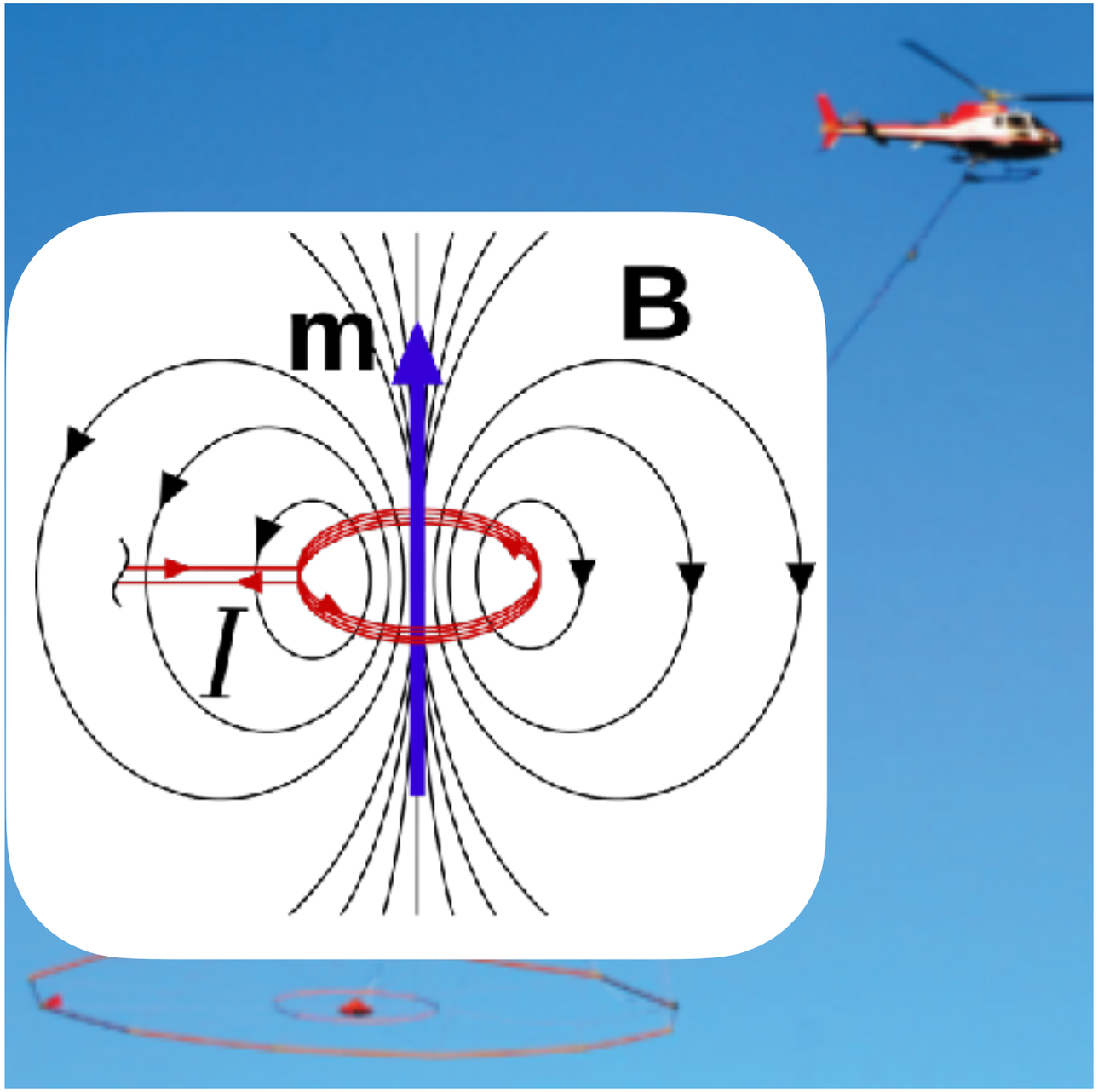


Boucle émettrice

La loi de Biot-Savart: **Production d'un champ magnétique** par une boucle de courant:

$$d\boldsymbol{B} = \frac{\mu I}{4\pi} \frac{d\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{r}}{r^3}$$

À distance suffisante, le champ ainsi créé est dipolaire, c'est-à-dire qu'on peut l'assimiler au champ de petit aimant.



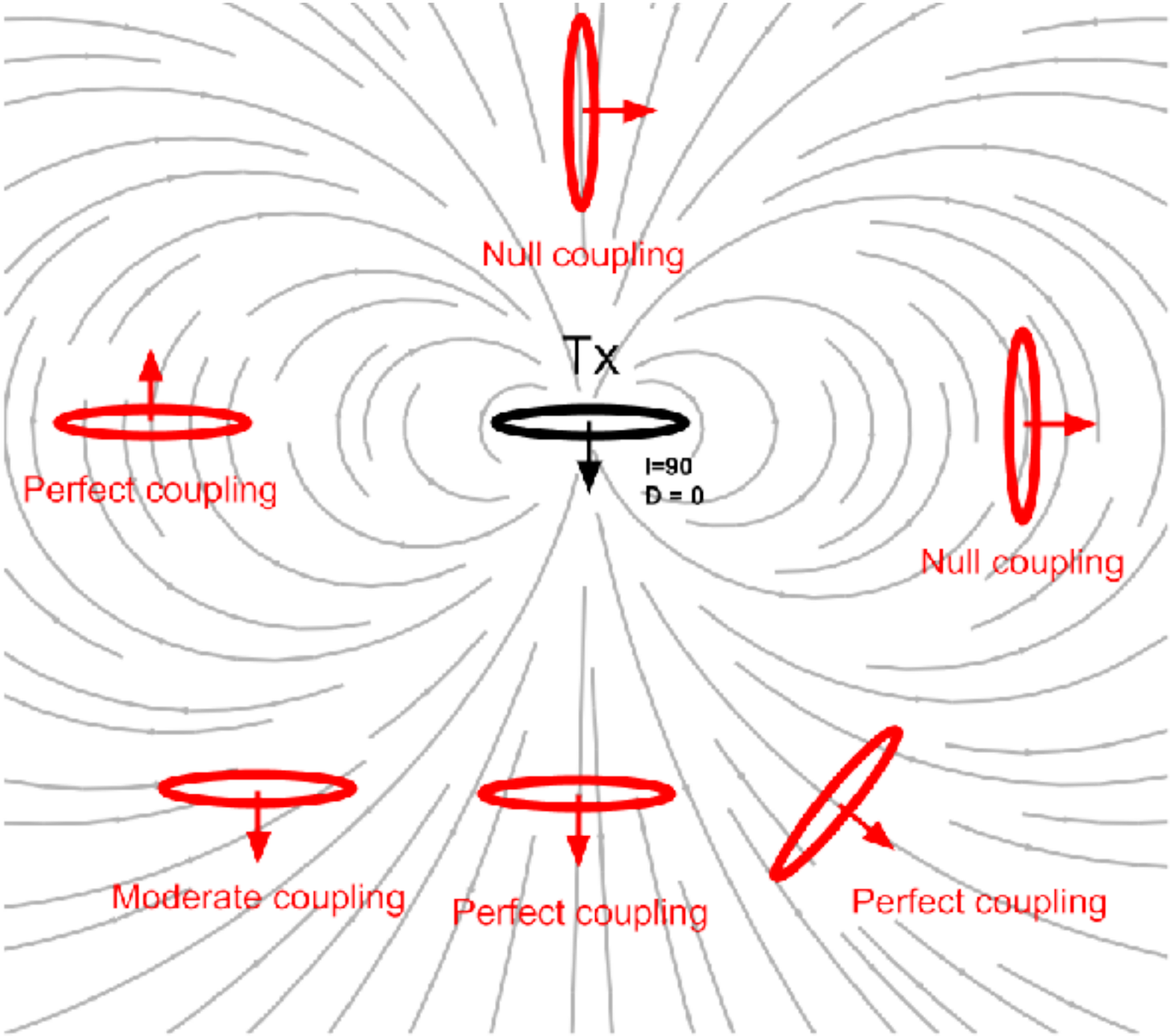
Boucle réceptrice

Selon la loi de Faraday, un changement de flux magnétique engendre une force électromotrice mesurable:

$$\mathcal{E} = -\frac{\partial \phi}{\partial t}$$

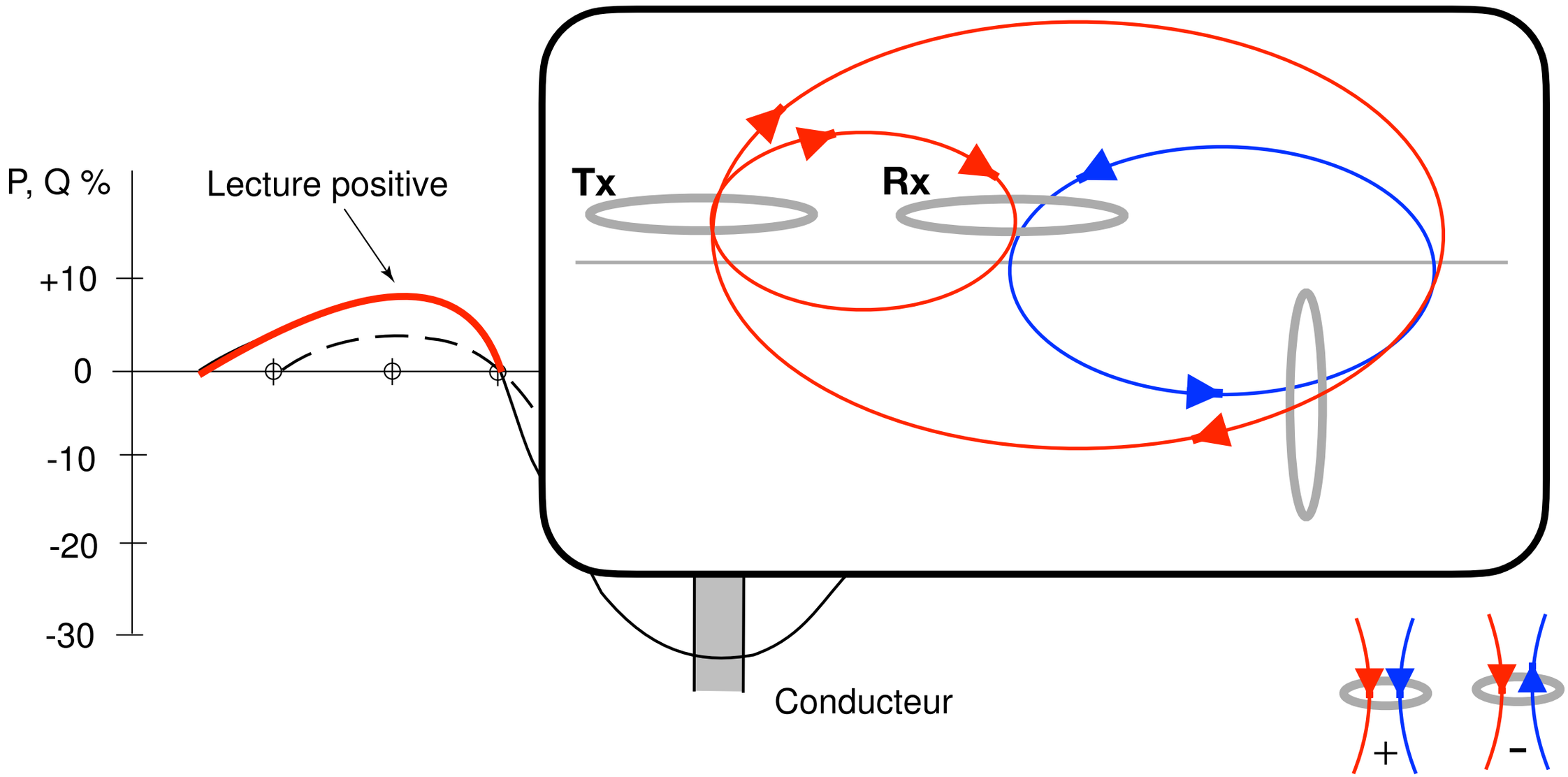
Le flux dépend de la direction de la boucle par rapport au champ magnétique

$$\phi = \oint_S \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{A}$$



Forme de l'anomalie

Tentons d'expliquer la forme de l'anomalie grâce au flux magnétique.



Inductance mutuelle de dispositifs communs

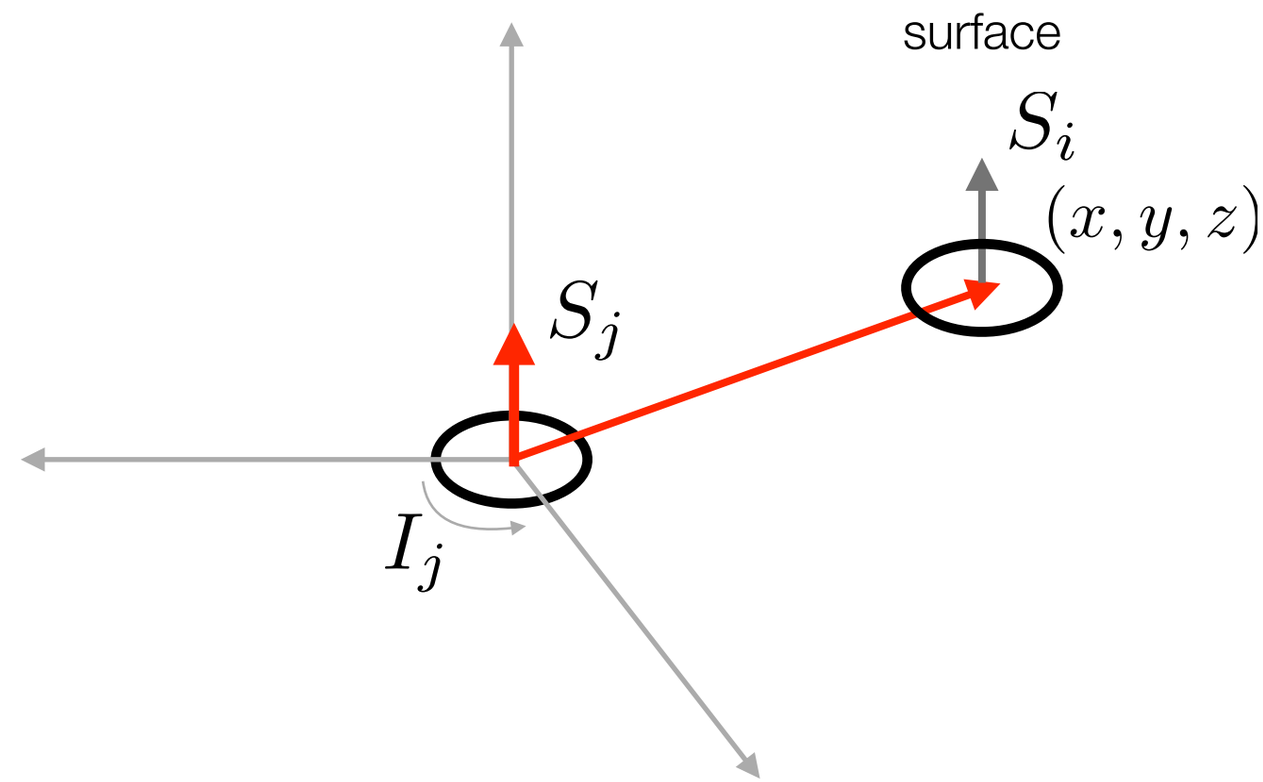
L'inductance mutuelle permet de déterminer la forme des anomalies pour un modèle à 3 boucles

$$M_{ij} = \frac{\phi_{ij}}{I_j} = \frac{\phi_{ji}}{I_i} = M_{ji}$$

$$\phi_{ij} = \oint_{dS} \mu \boldsymbol{H}_j \cdot d\boldsymbol{S}_i$$

$$\approx \mu \boldsymbol{H}_j \cdot \boldsymbol{S}_i$$

Pour une petite boucle où B est constant



Le champ magnétique d'un dipôle:

$$H_z = -\frac{IS}{4\pi r^3}\left[\frac{3(x^2+y^2)}{r^2} - 2\right] \quad H_x = \frac{IS}{4\pi r^3}\frac{3zx}{r^2} \quad H_y = \frac{IS}{4\pi r^3}\frac{3zy}{r^2}$$

Rapport du champ primaire au champ secondaire

One mesure souvent le champ secondaire par rapport au champ primaire:

$$\frac{\mathcal{E}_s}{\mathcal{E}_p} = -\frac{M_{01}M_{12}}{M_{02}L}\frac{i\alpha}{1+i\alpha}$$

$$= \frac{M_{01}M_{12}}{M_{02}L}\frac{\alpha}{\sqrt{1+\alpha^2}}e^{-i(\pi/2+\Delta)} \longrightarrow \Delta = \tan^{-1}(\alpha)$$

$$= GF(\alpha)e^{-i(\pi/2+\Delta)}$$

Dépend du couplage entre le sol, Tx et Rx

Facteur d'amplitude qui dépend de la fréquence et des propriétés du sol

Déphasage entre les signaux primaires et secondaires. Dépend de la fréquence et des propriétés du sol.

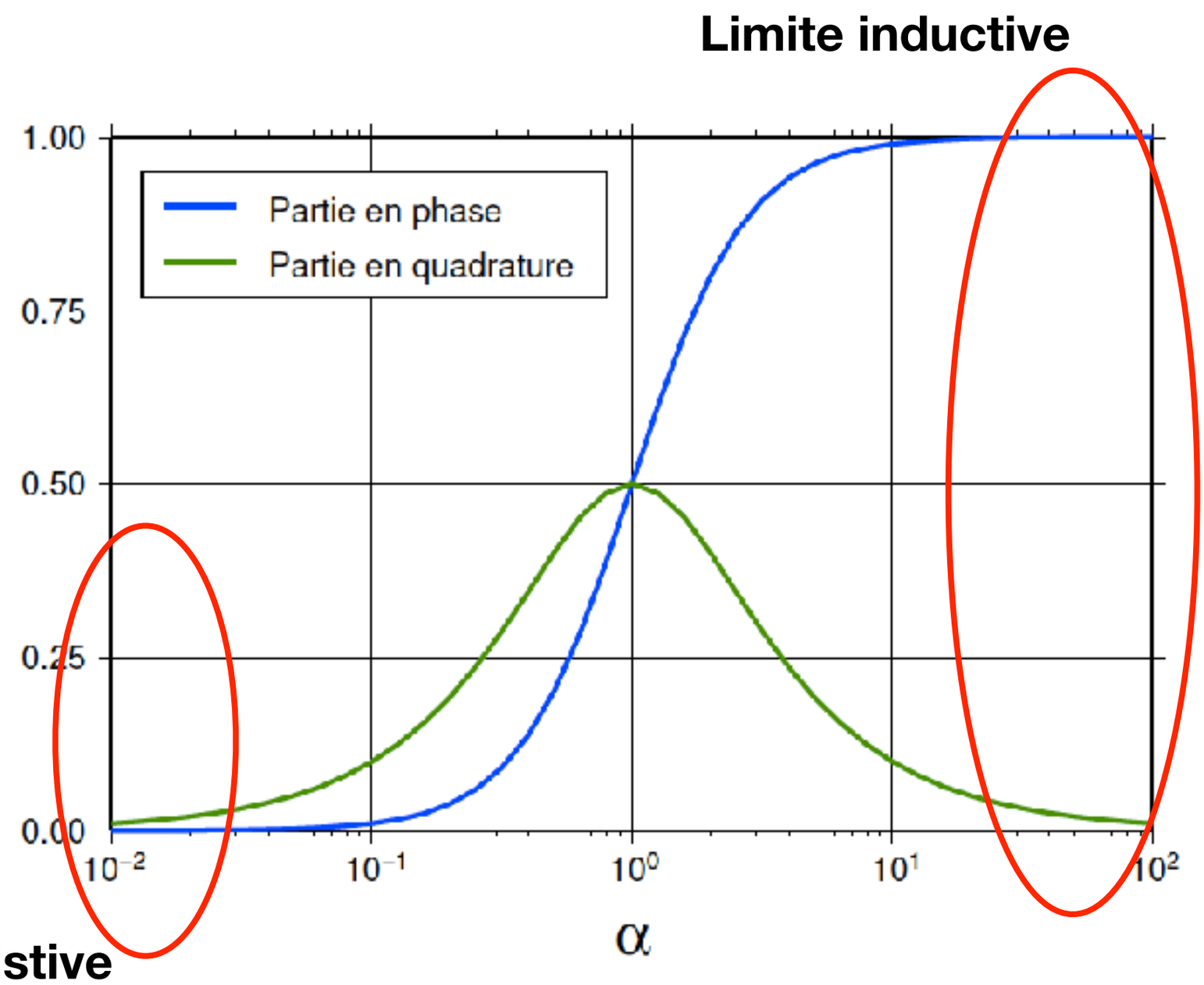
Réponse du circuit équivalent

La réponse dépend du **nombre d'induction**:

$$\alpha = \frac{r}{\delta} = r\sqrt{\frac{\sigma\mu_0\omega}{2}}$$

qui est le rapport de la distance entre les boucles r et la **profondeur de peau**:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu\sigma\omega}}$$



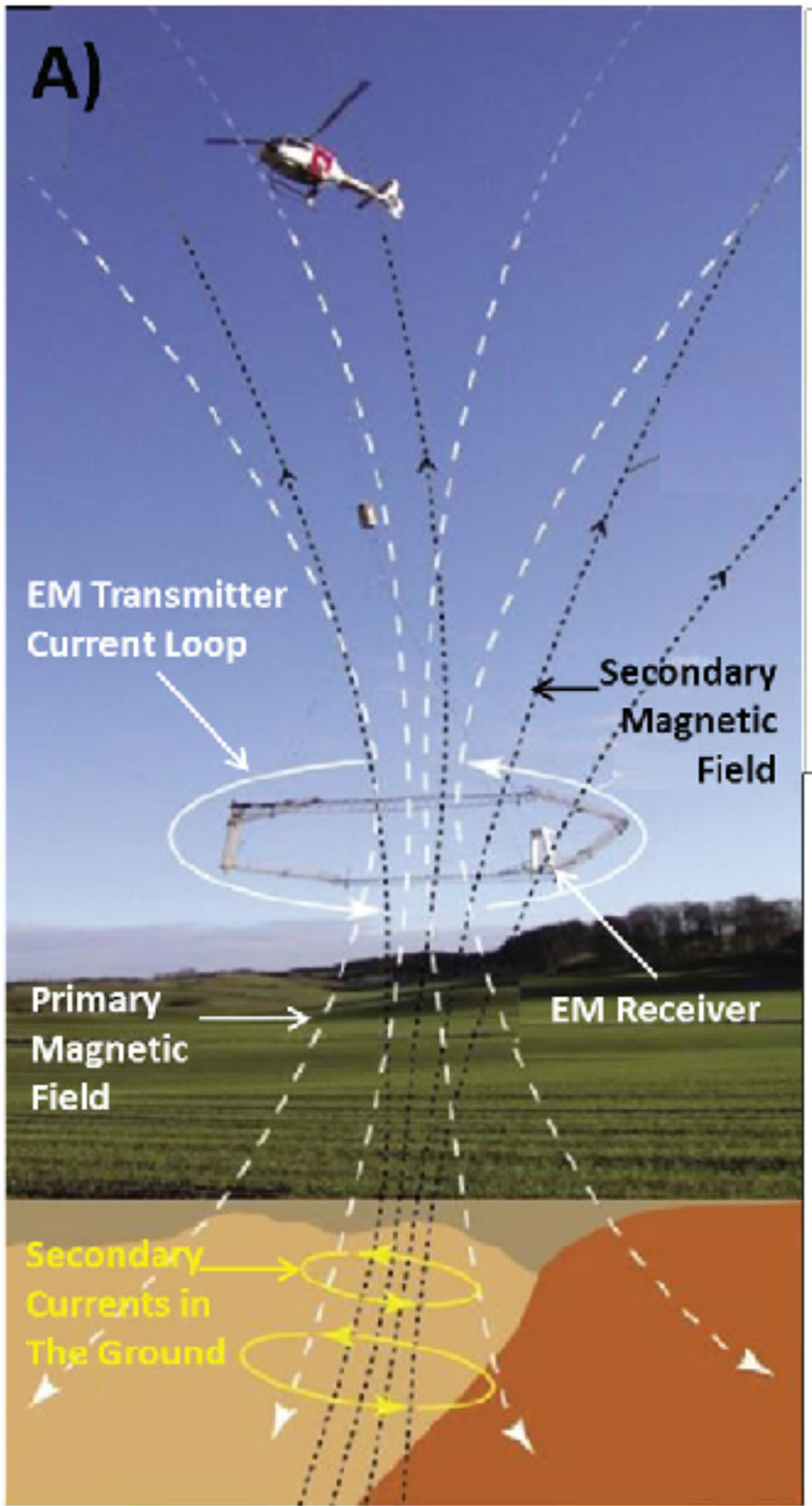
Résumé FEM vs TDEM

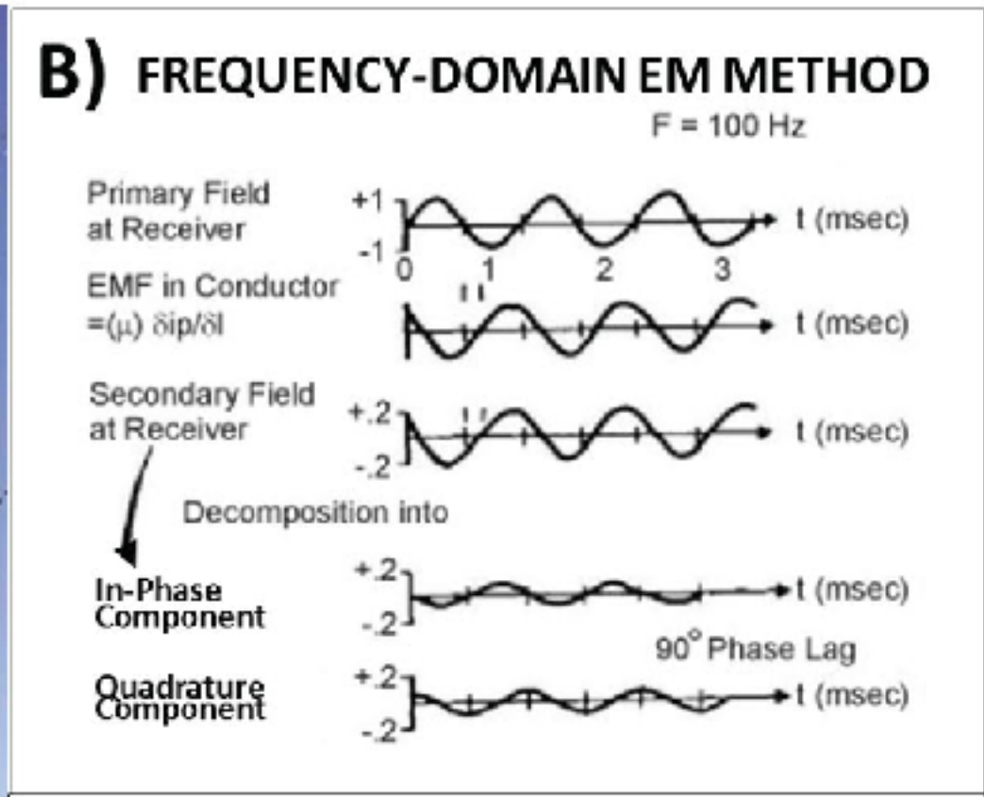
Une f.e.m. est produite à la boucle réceptrice en présence d'un flux magnétique variant dans le temps:

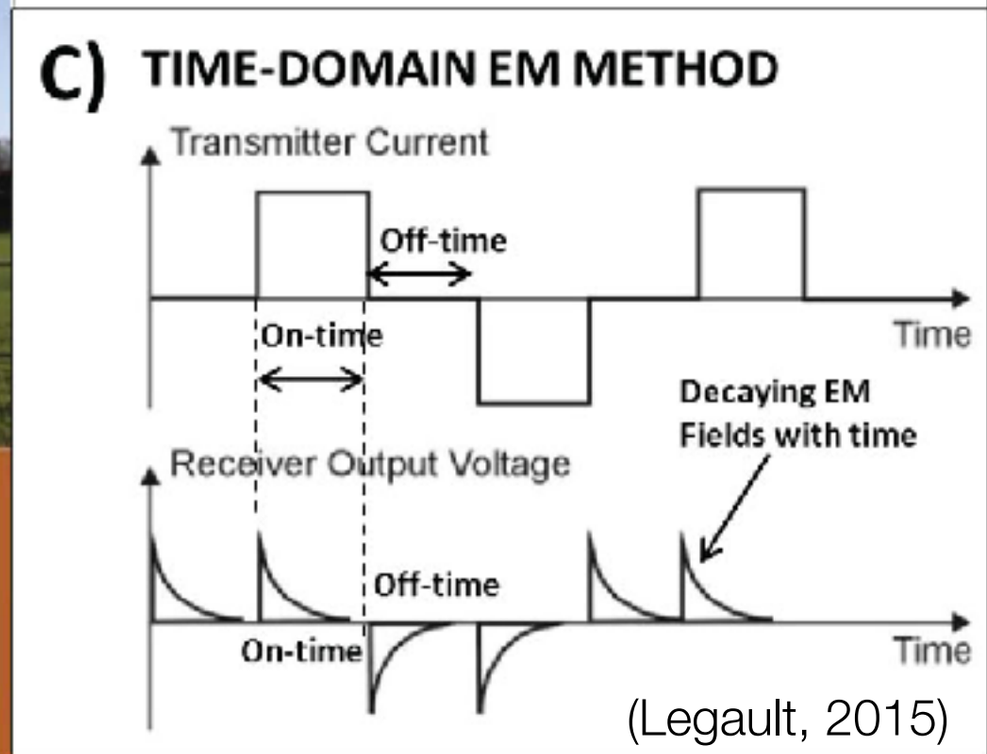
$$\mathcal{E} = -\frac{\partial \phi}{\partial t}$$

Deux façon d'y parvenir:

- Coupure brusque du champ (TDEM)
- Champ harmonique (FEM)







(Legault, 2015)

Mesures: parties en phase et en quadrature

En notation réelle:

$$A\sin(\omega t+\phi) = \overbrace{A\sin(\omega t)\cos(\phi)}^{P} + \overbrace{A\sin(\omega t+\pi 2)\sin(\phi)}^{Q}$$

En notation phaseur:

$$Ae^{i\phi} = \underbrace{A\cos(\phi)}_{P} + \underbrace{iA\sin(\phi)}_{Q}$$

La mesure de P (partie en phase ou partie réelle) et Q (partie imaginaire ou en quadrature) est équivalente à mesurer l'amplitude et la phase du signal:

$$A = \sqrt{P^2+Q^2} \qquad \phi = \tan^{-1}(Q/P)$$

Conductivimètre (limite résistive)

- La plupart des équipements au sol opèrent dans la limite résistive.

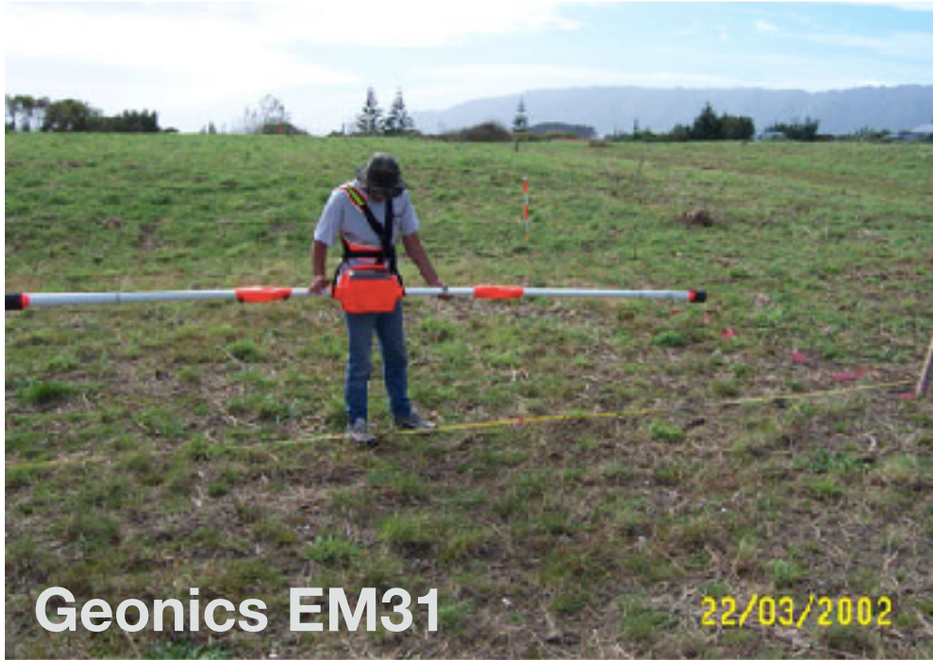
$$\alpha = r\sqrt{\frac{\sigma\mu_0\omega}{2}} << 1$$

- La composante en quadrature est alors proportionnelle à la conductivité

$$\sigma_a = \frac{4}{\mu_0\omega r^2} Q\left(\frac{H_s}{H_p}\right)$$

- La composante en phase est nulle.

- Les bons conducteurs sont détectés par une forte augmentation de la composante en phase.



Conductivité apparente (limite résistive)

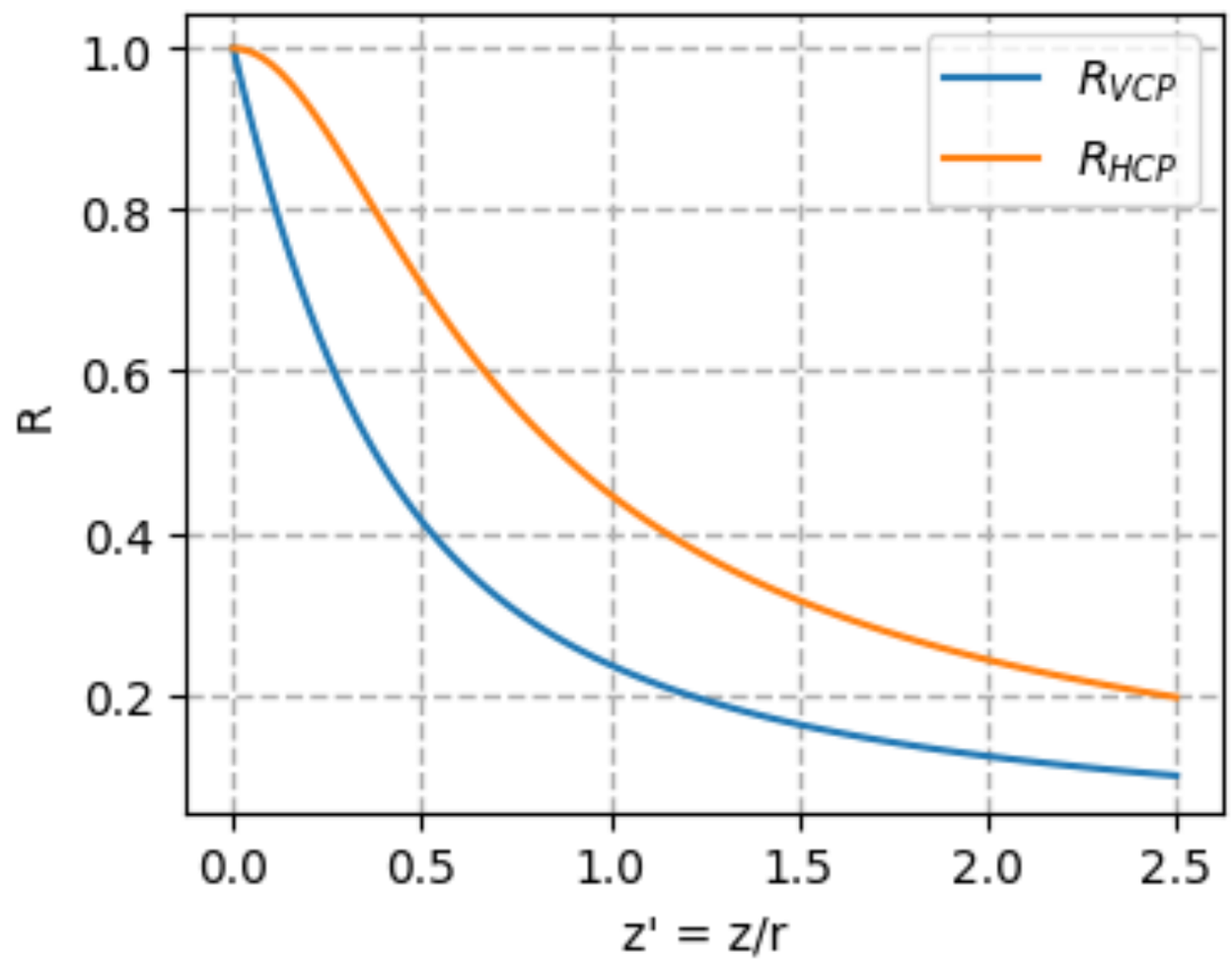
Pour faciliter les calculs, on utilise habituellement la courbe cumulative:

$$R(z') = \int_{z'}^{\infty} \phi(z')dz'$$

Ce qui donne:

$$R_{HCP} = \frac{1}{\sqrt{4z'^2 + 1}}$$

$$R_{VCP} = \sqrt{4z'^2 + 1} - 2z'$$



Conductivité apparente (limite résistive)

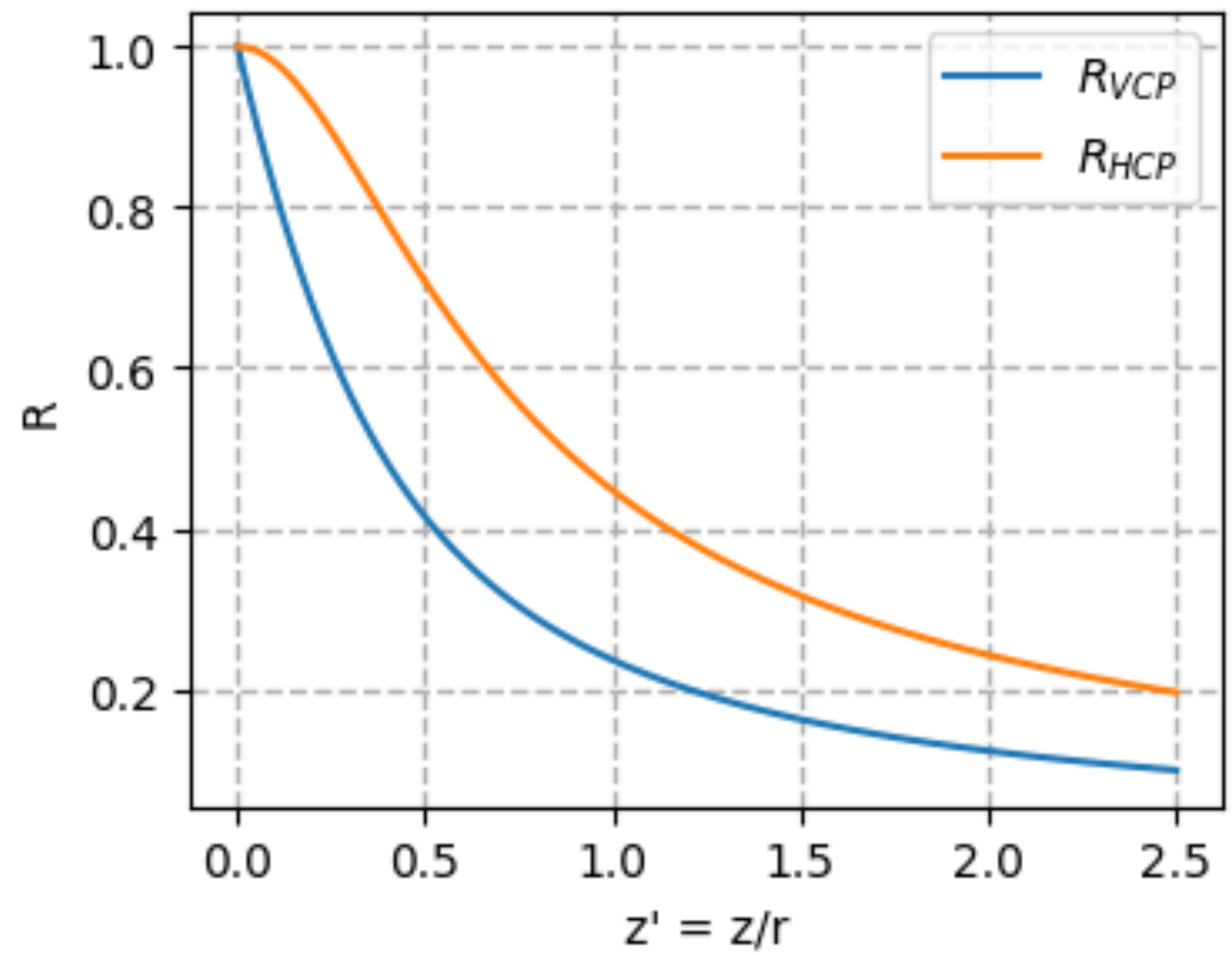
Exemple avec 3 couches et dispositif HCP:

- hauteur du dispositif: 1 m
- distance entre les boucles: 4 m
- couche 1: d=1.5 m, sigma = 1 mS/m
- couche 2: sigma = 10 mS/m

$$\begin{aligned}\sigma_a =&(1 - R(1/4))\sigma_{air} \\ &+ (R(1/4) - R(2.5/4))\sigma_1 \\ &+ (R(2.5/4))\sigma_2\end{aligned}$$

$$\sigma_a = 0.11 \cdot 0 + 0.27 \cdot 1 + 0.62 \cdot 10$$

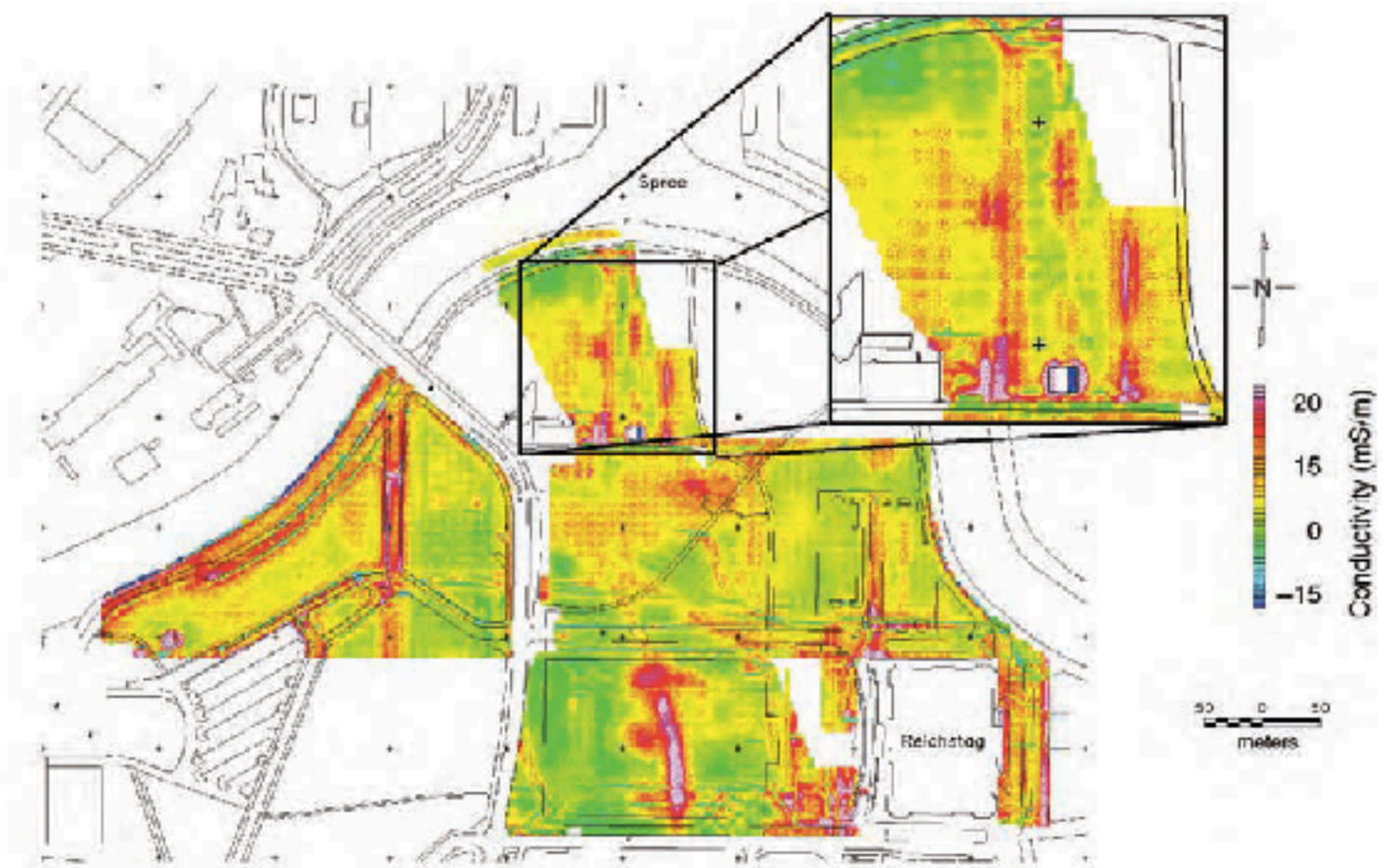
$$\sigma_a = 6.47 \;\; mS/m$$



Sondage en profondeur

Pour retrouver les variations de la résistivité en profondeur, il faut:

- Varier la fréquence (hors de la limite résistive)
- Varier l'espacement des boucles (pas toujours possible)
- Avoir plusieurs points de mesure par station
- Procéder à l'inversion



En pratique, c'est plutôt rare, on utilise surtout les conductivimètres pour faire des cartes des variations latérales de conductivité.

Propagation d'une impulsion

La distance de diffusion :

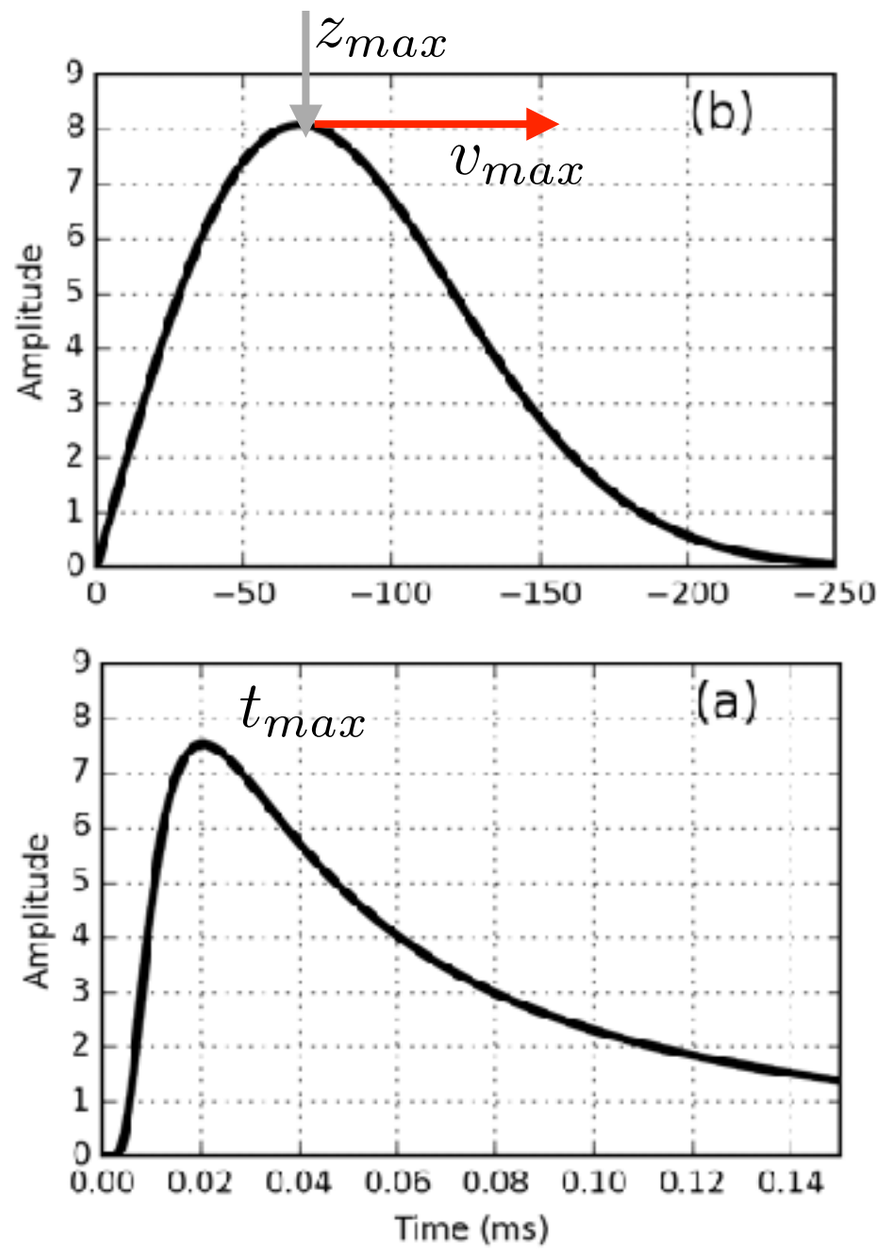
$$z_{max} = \sqrt{\frac{2t}{\sigma\mu}} = \delta_{TD}$$

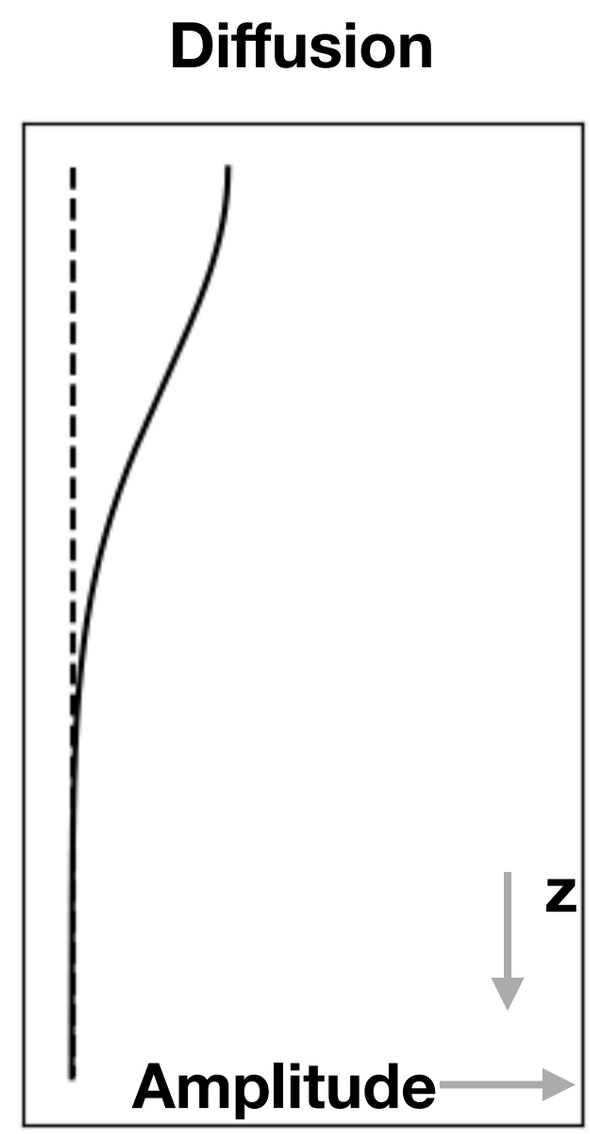
Le temps de diffusion:

$$t_{max} = \frac{\mu\sigma z^2}{6}$$

La vitesse de diffusion

$$v_{max} = \frac{1}{\sqrt{2\mu\sigma t}}$$

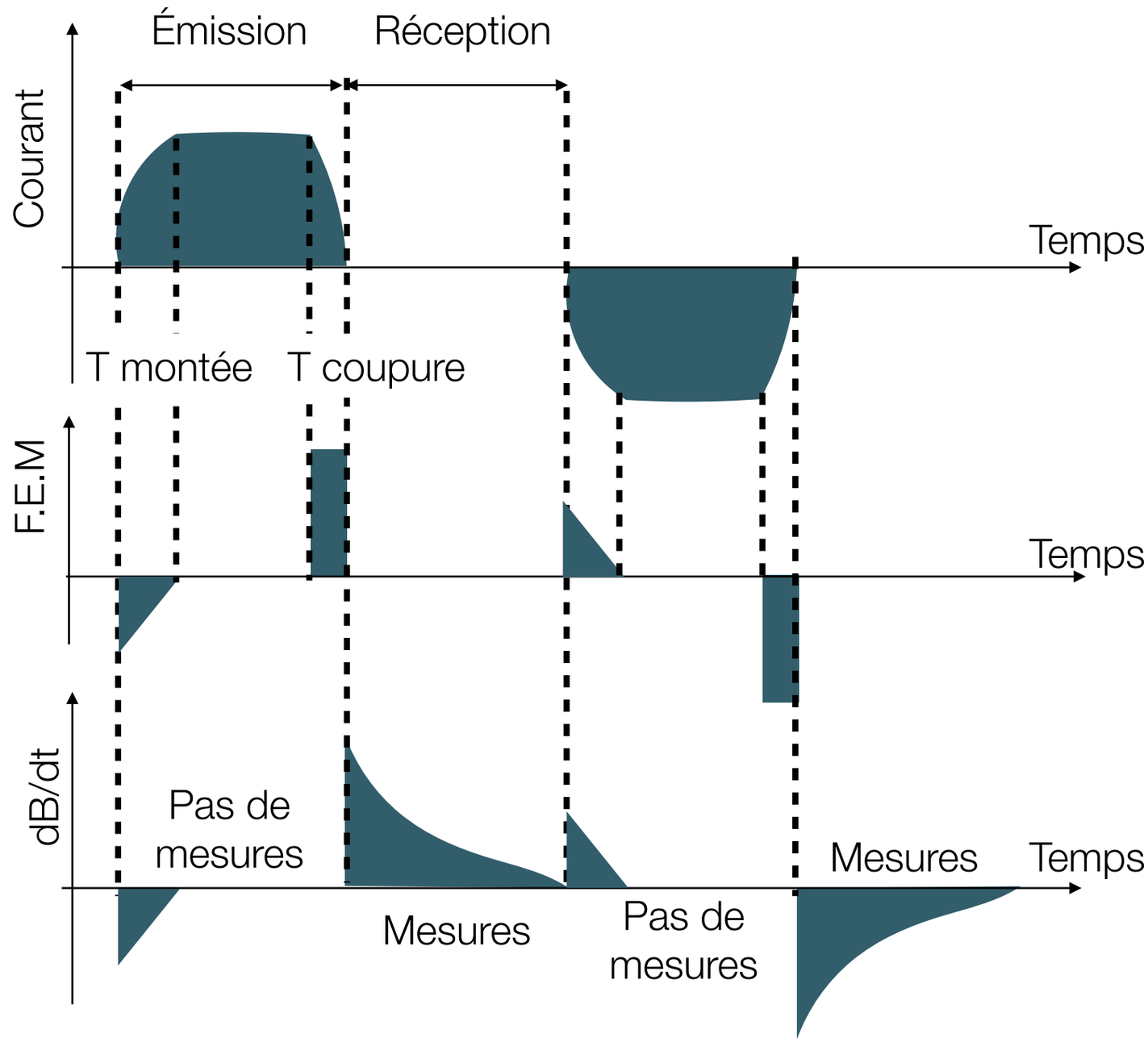




Mesures TDEM

Principes de base TDEM

1. On injecte un courant électrique dans une boucle pendant un certain temps.
2. On coupe le courant pendant une période dite « temps mort ».
3. Les champs secondaires sont lus pendant la période temps mort, en l'absence du champ primaire.
4. À chaque point de mesure, plusieurs lectures du champ à différents canaux de temps.

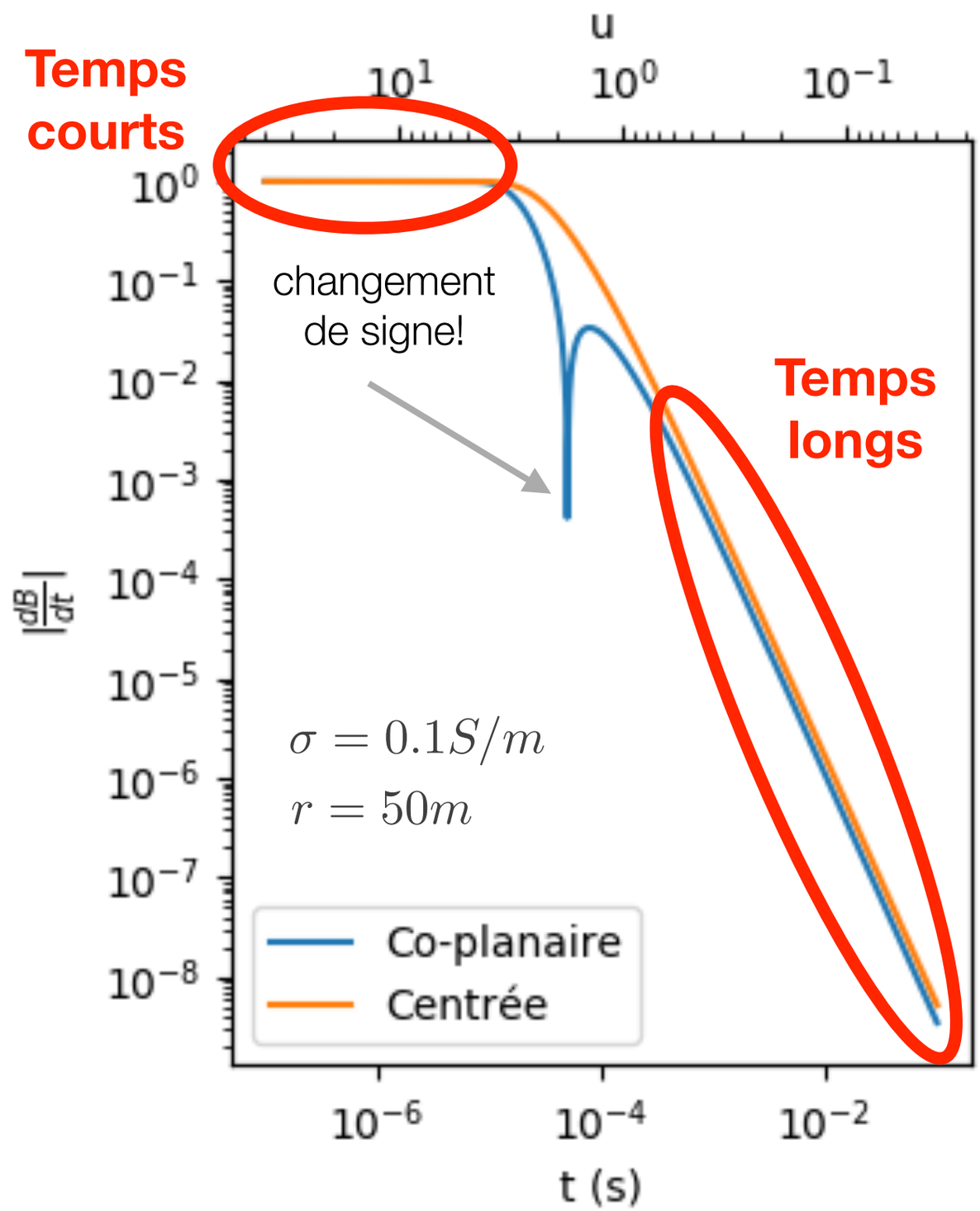


Réponse d'un sol homogène

Tout comme en FEM où nous regardions les limites résistives et inductives, nous nous intéresserons à deux limites:

$$u = r/\delta_{TD} = r\sqrt{\frac{\sigma\mu_0}{2t}}$$

- Temps courts (u >> 1)
- Temps longs (u << 1)



Temps longs

Les mesures en TDEM se font aux temps longs

$$u = r/\delta_{TD} = r\sqrt{\frac{\sigma\mu_0}{2t}}$$

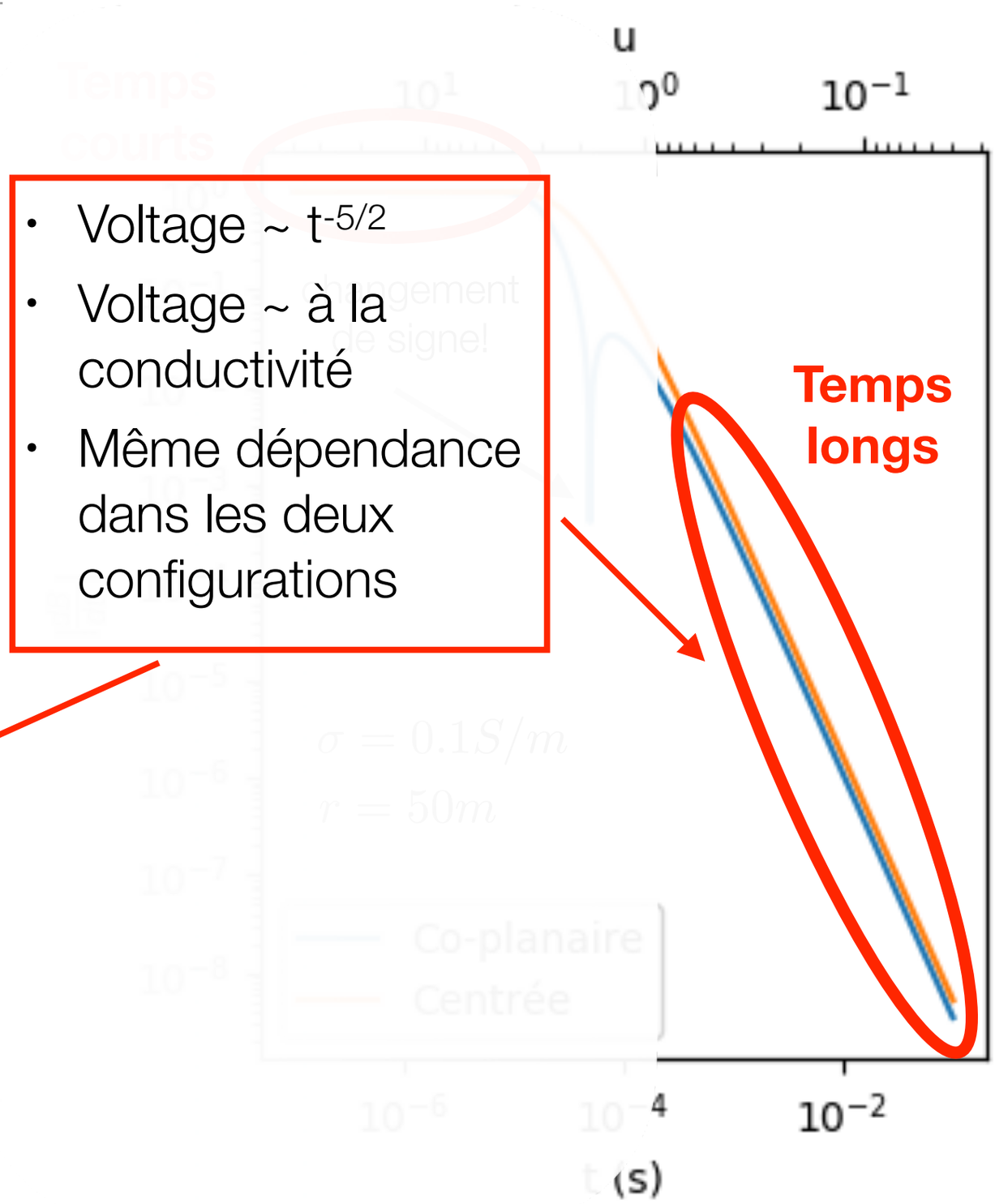
$$u \to \infty$$

Pour les **deux configurations:**

$$V_{CI} = \frac{S_R I_T r^2}{20\sqrt{\pi}} \frac{\mu^{5/2}\sigma^{3/2}}{t^{5/2}}$$

$$V_{HCP} \approx \frac{S_R S_T I_T}{20\pi^{3/2}} \frac{\mu^{5/2}\sigma^{3/2}}{t^{5/2}}$$

- Voltage ~ $t^{-5/2}$
- Voltage ~ à la conductivité
- Même dépendance dans les deux configurations



Résistivité apparente

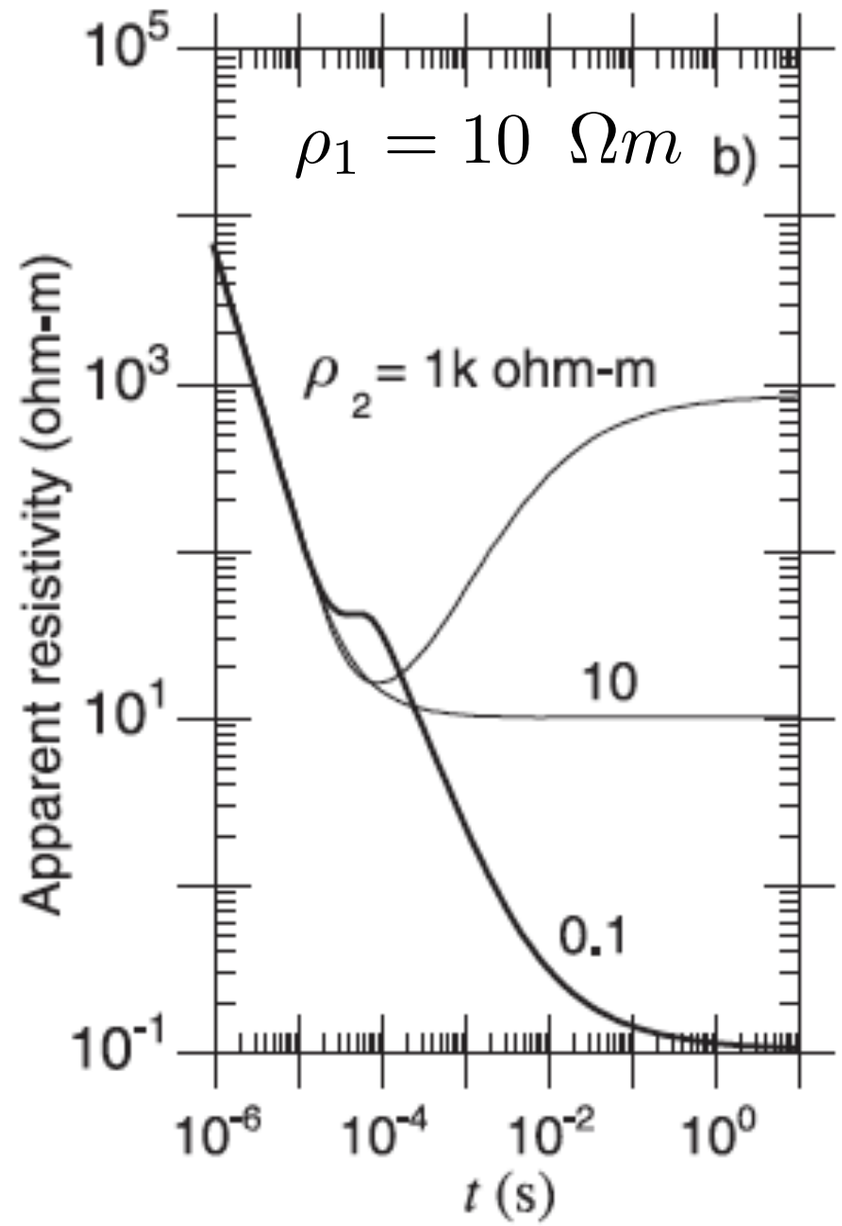
La résistivité apparente aux temps longs:

$$\rho_a = \frac{\mu}{4\pi t}\left[\frac{2\pi r^2 \mu S_R I_T}{5t|V_{CI}|}\right]^{2/3}$$

$$\rho_a = \frac{\mu}{4\pi t}\left[\frac{2\mu S_R S_T I_T}{5t|V_{HCP}|}\right]^{2/3}$$

Attention! Formule valide que pour les temps longs!

L'inversion permet de retrouver les résistivités vraies!



Interprétation de conducteurs

On peut caractériser un bon conducteur par sa constante de temps:

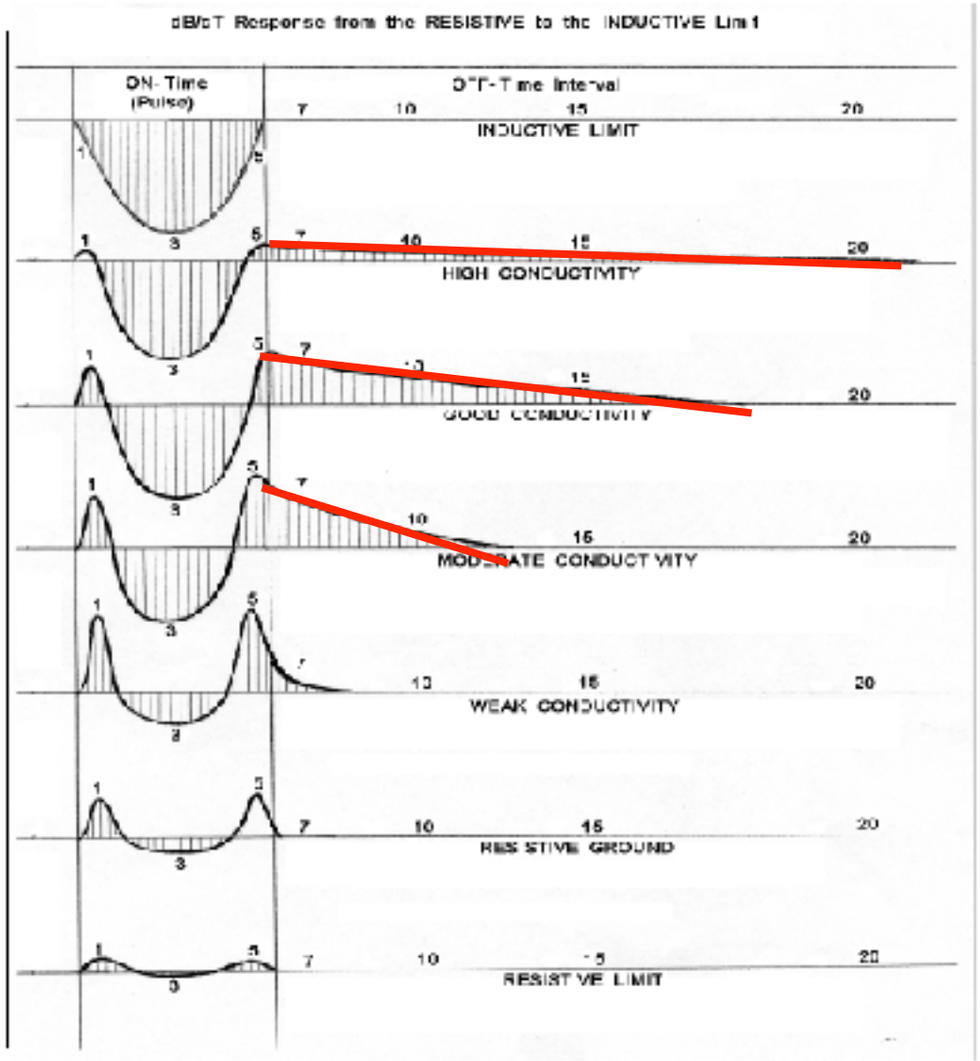
$$\tau = (t_2 - t_1)/\ln(A_1 - A_2)$$

Cette équation correspond à la pente du graphique semi-logarithmique du temps en fonction de l'amplitude.

La constante de temps peut être reliée à la conductivité par:

$$\tau = K\sigma\mu A$$

où K est un facteur géométrique propre à la géométrie du conducteur et A est une constante propre à ses dimensions.



Attention! La pente est l'inverse de la constante de temps ici!

Profondeur d'investigation

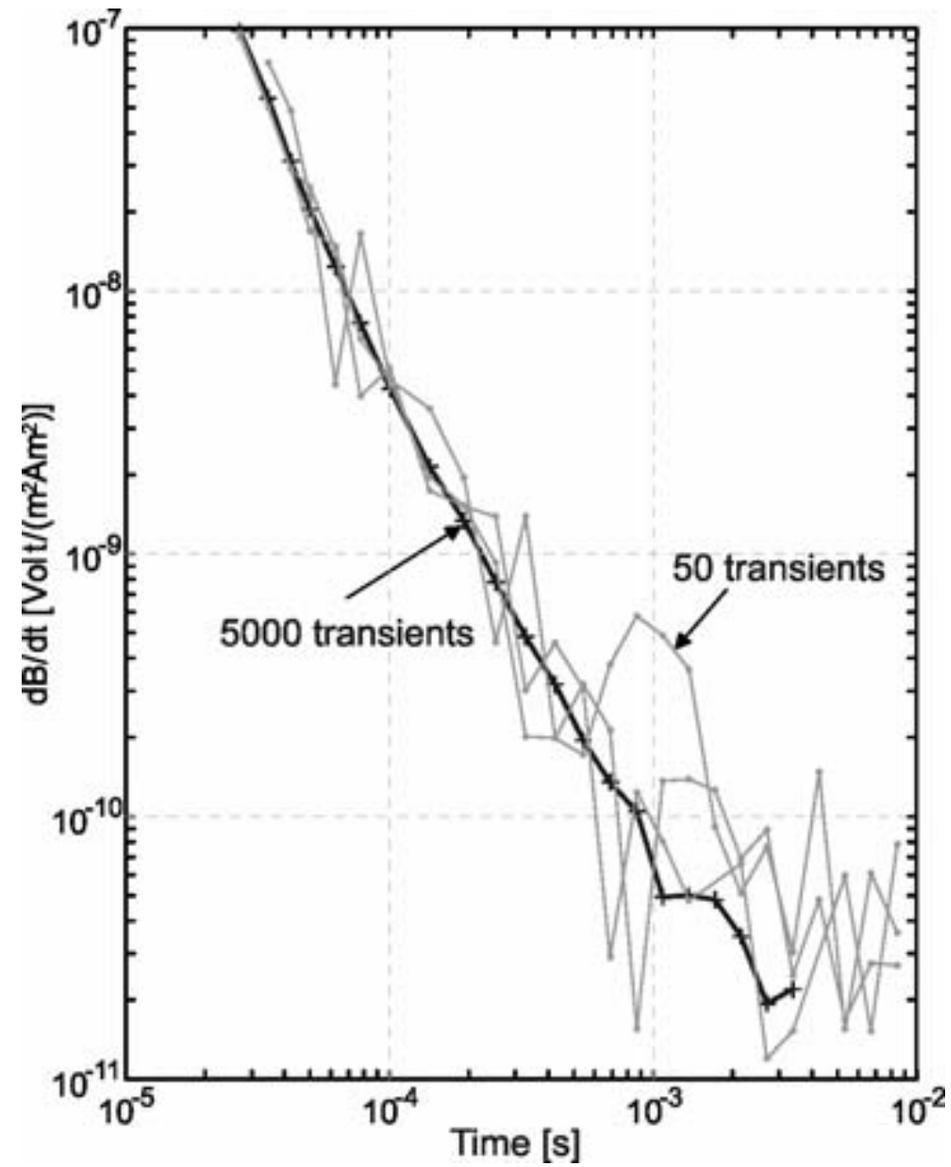
Le **moment dipolaire** donne la force du champ magnétique générée par le transmetteur:

$$m = NIS \ \ [A \cdot m^2]$$

Le **temps de coupure** donne le temps des premières mesures, qui donne la plus faible profondeur pouvant être investiguée.

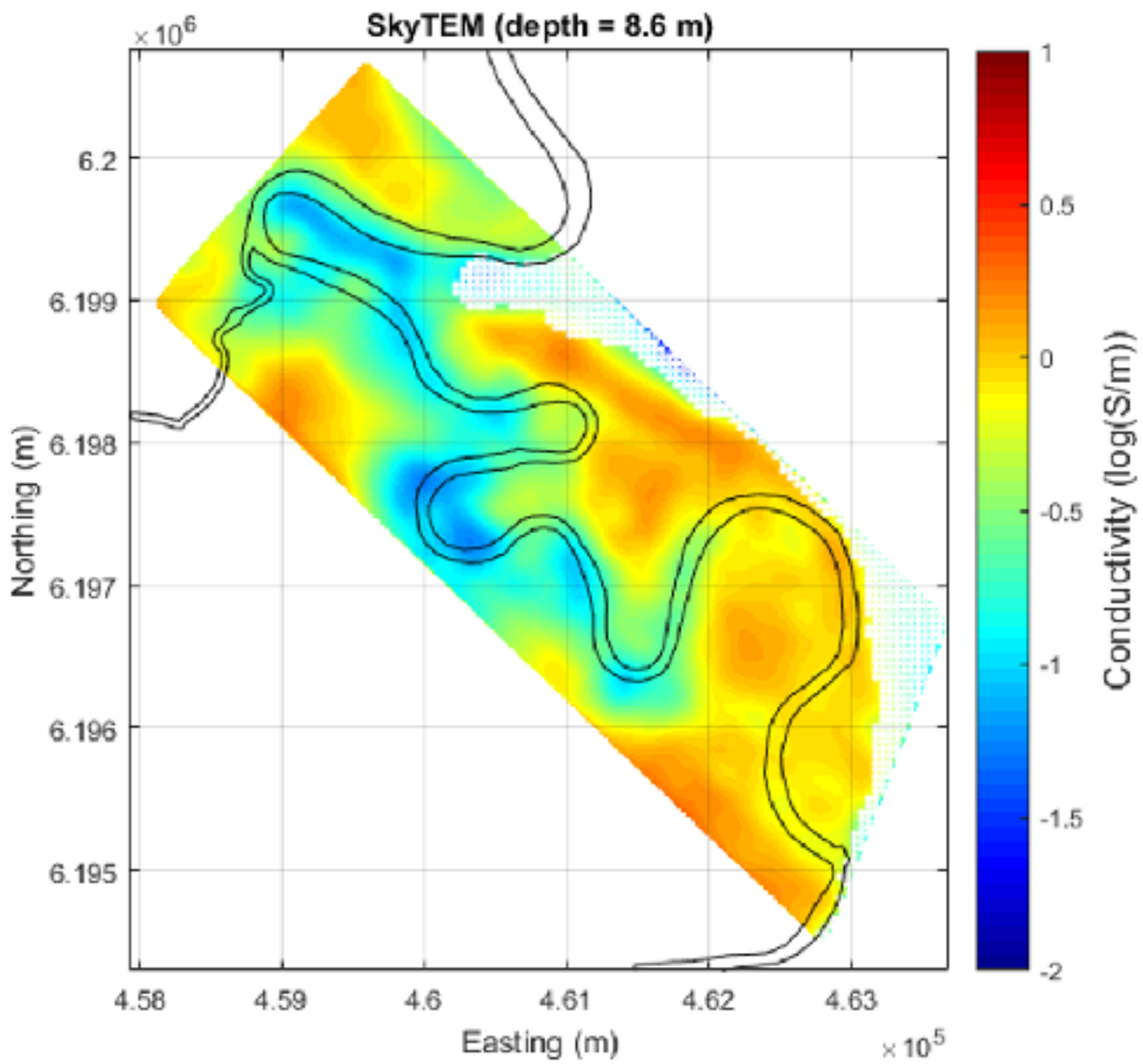
Loop Size	Turnoff Time
10 x 10 meter loop	1.2 µs
20 x 20 meter loop	1.5
40 x 40 meter loop	3.0
100 x 100 meter loop	6.0

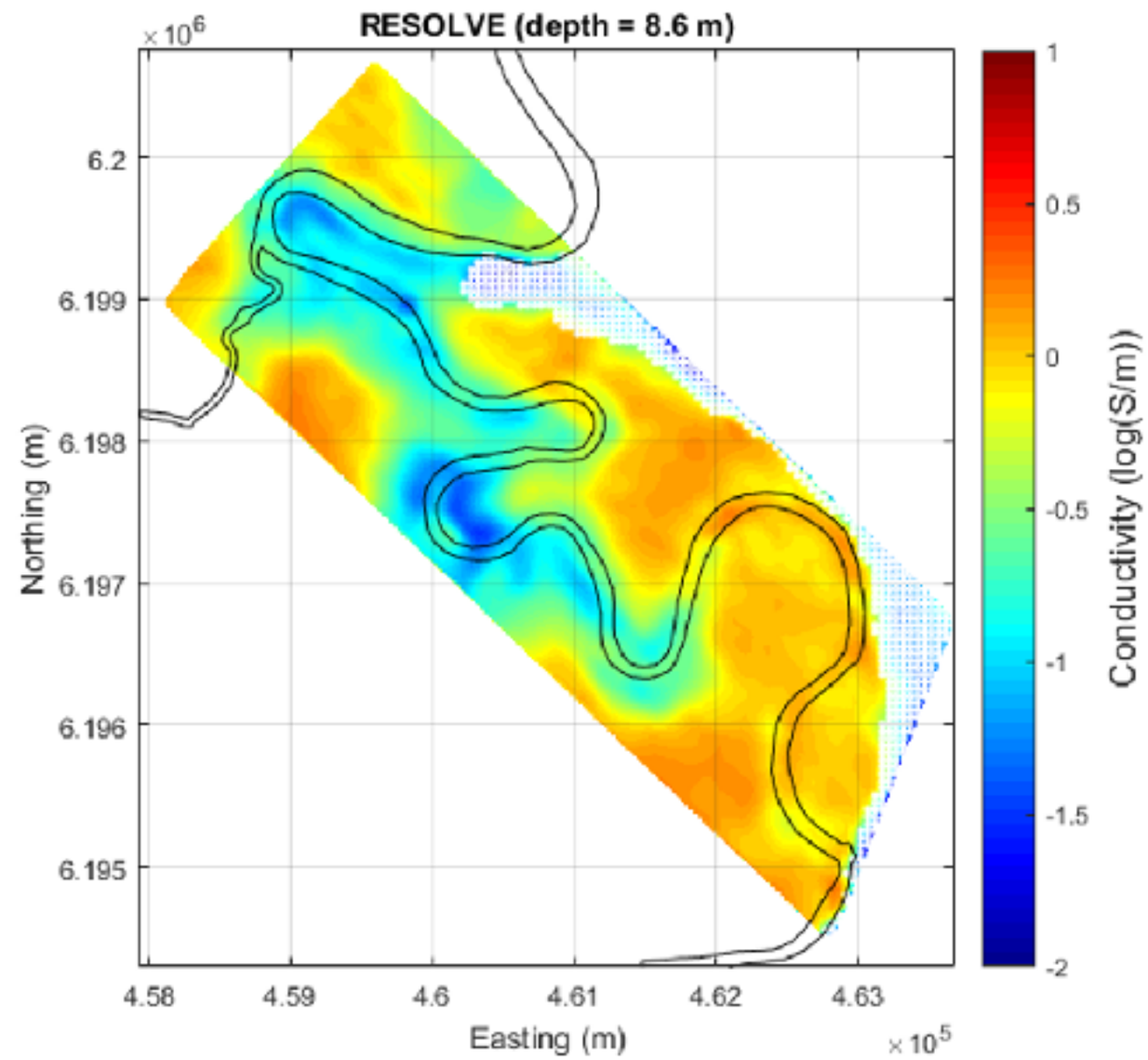
Le temps de coupure donne la plus faible profondeur détectable tandis que le moment dipolaire est proportionnel à la profondeur d'investigation.



Interprétation: Résultat des inversions

Les levés FEM (hors de la limite résistive) et TDEM sont inversés en 1D et assemblés pour faire des modèles 3D.





Propagation sismique

https://teara.govt.nz/en/photograph/9759/seismic-survey

On applique brusquement une large **force** sur le sol.

Cette force fera varier les **contraintes** dans le sol, ce qui provoquera des **déformations** momentanées du volume de sol à proximité.

Ces déformations peuvent être mesurées par le **déplacement** d'une surface.

Les contraintes, déformations et déplacements **se propagent dans l'espace** sous la forme d'une onde.

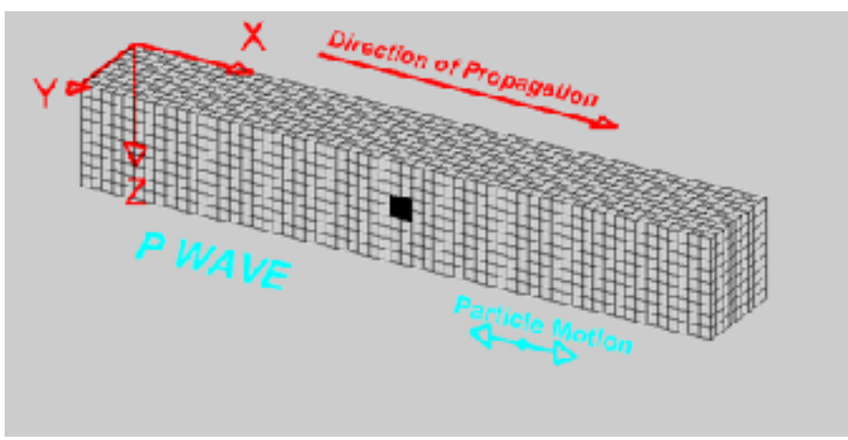
$$\frac{1}{V^2}\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = \nabla^2 \phi$$

Ondes P et ondes S

Ondes P

$$\frac{1}{V_p^2}\frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} = \nabla^2 \delta$$

avec $\delta = \nabla \cdot \boldsymbol{u}$.

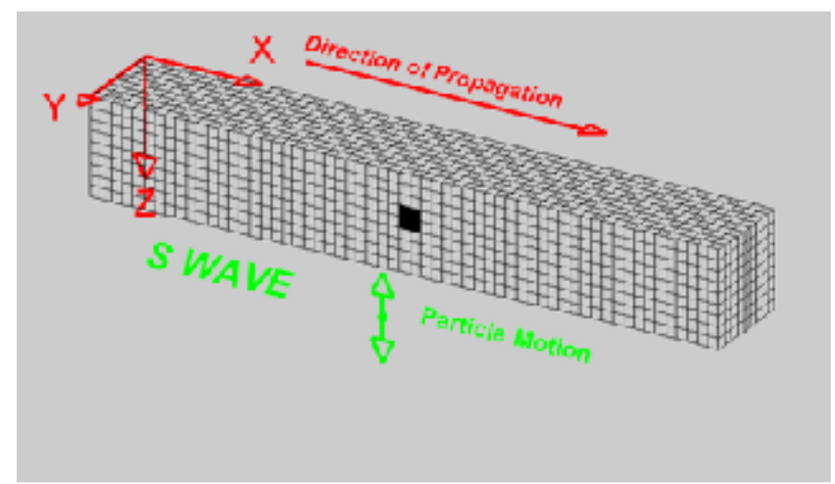


$$V_p = \sqrt{\frac{K + 4/3\mu}{\rho}}$$

Ondes S

$$\frac{1}{V_s^2}\frac{\partial^2 \Theta}{\partial t^2} = \nabla^2 \Theta$$

avec $\Theta = \nabla \times \boldsymbol{u}$.



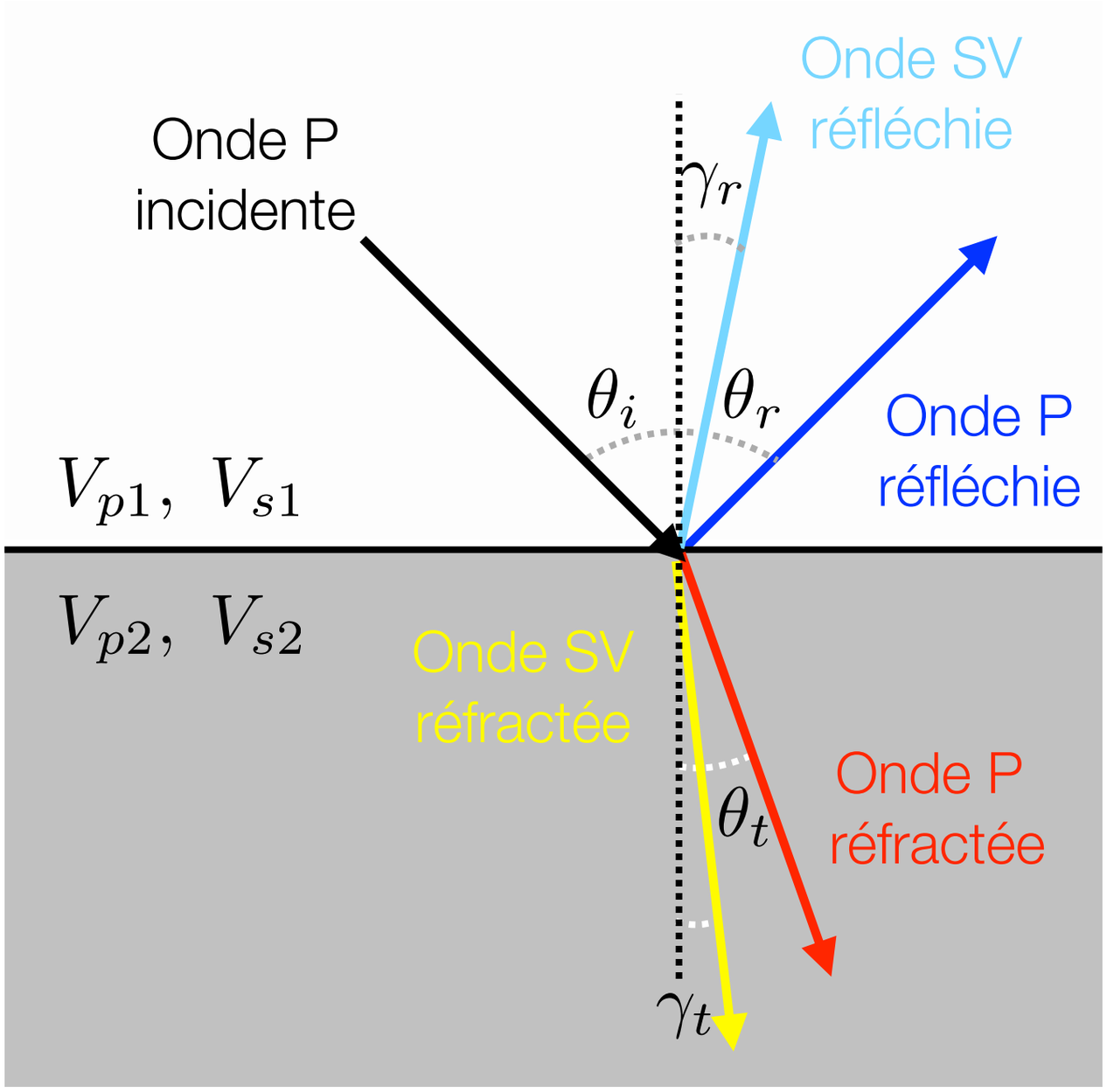
$$V_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

Réfractions en sismique

Attention! En sismique, nous avons plusieurs types d'ondes (P et S). Une interface produira un conversion de mode, et chaque type d'onde répond à l'équation de réfraction généralisée:

$$p = \frac{\sin\theta_i}{V_{p1}} = \frac{\sin\theta_t}{V_{p2}}$$
$$= \frac{\sin\gamma_r}{V_{s1}} = \frac{\sin\gamma_t}{V_{s2}}$$

où p est le paramètre de rai.

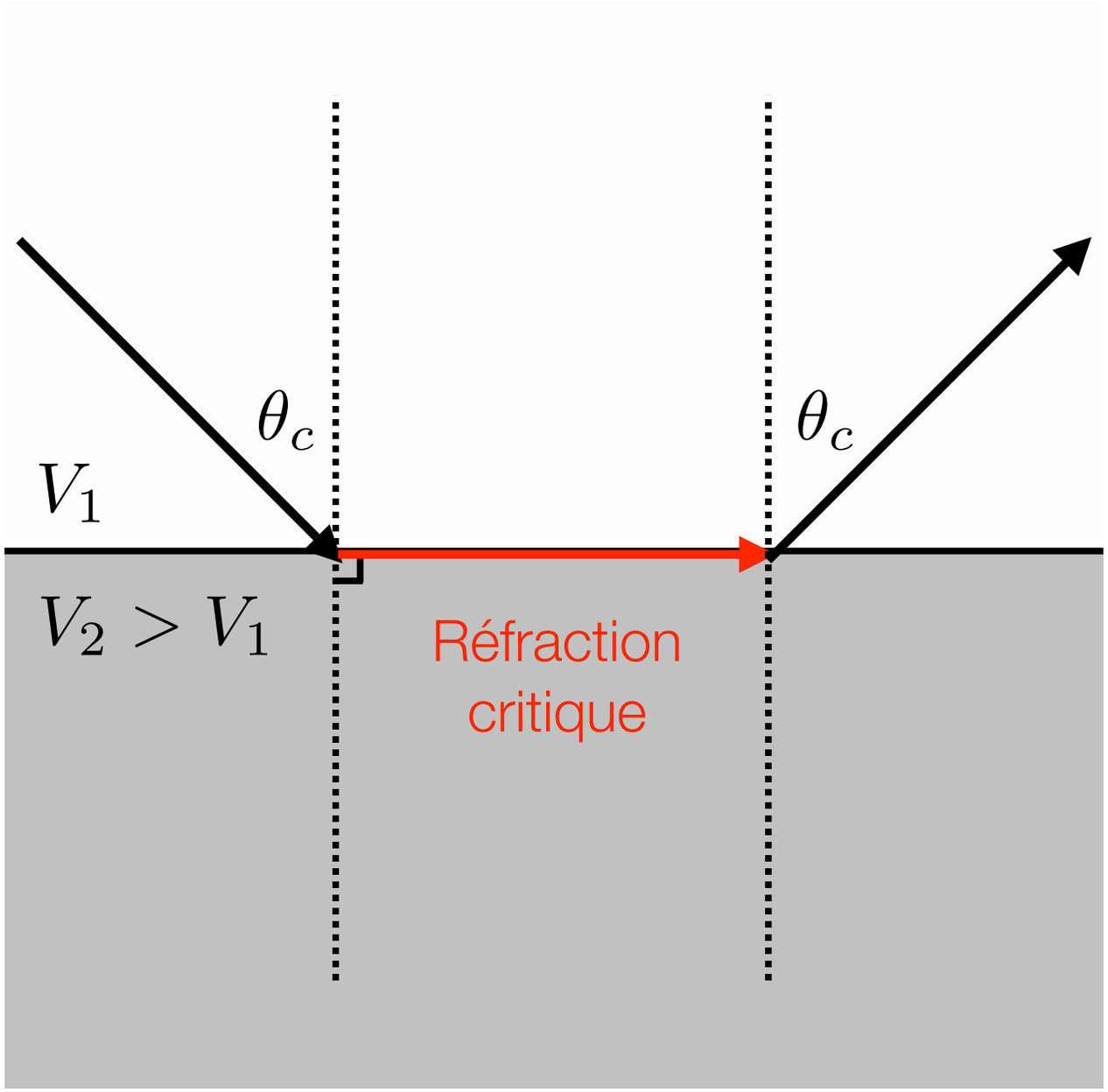


Réfraction critique

L'angle critique est donné par:

$$\theta_c = \sin^{-1}\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$$

- La réfraction critique ne survient que si $V_2 > V1$
- L'angle se propage à la vitesse V_2 le long de l'interface
- Selon le principe de Huygens, une onde est réémise vers le haut, à un angle égal à l'angle critique.

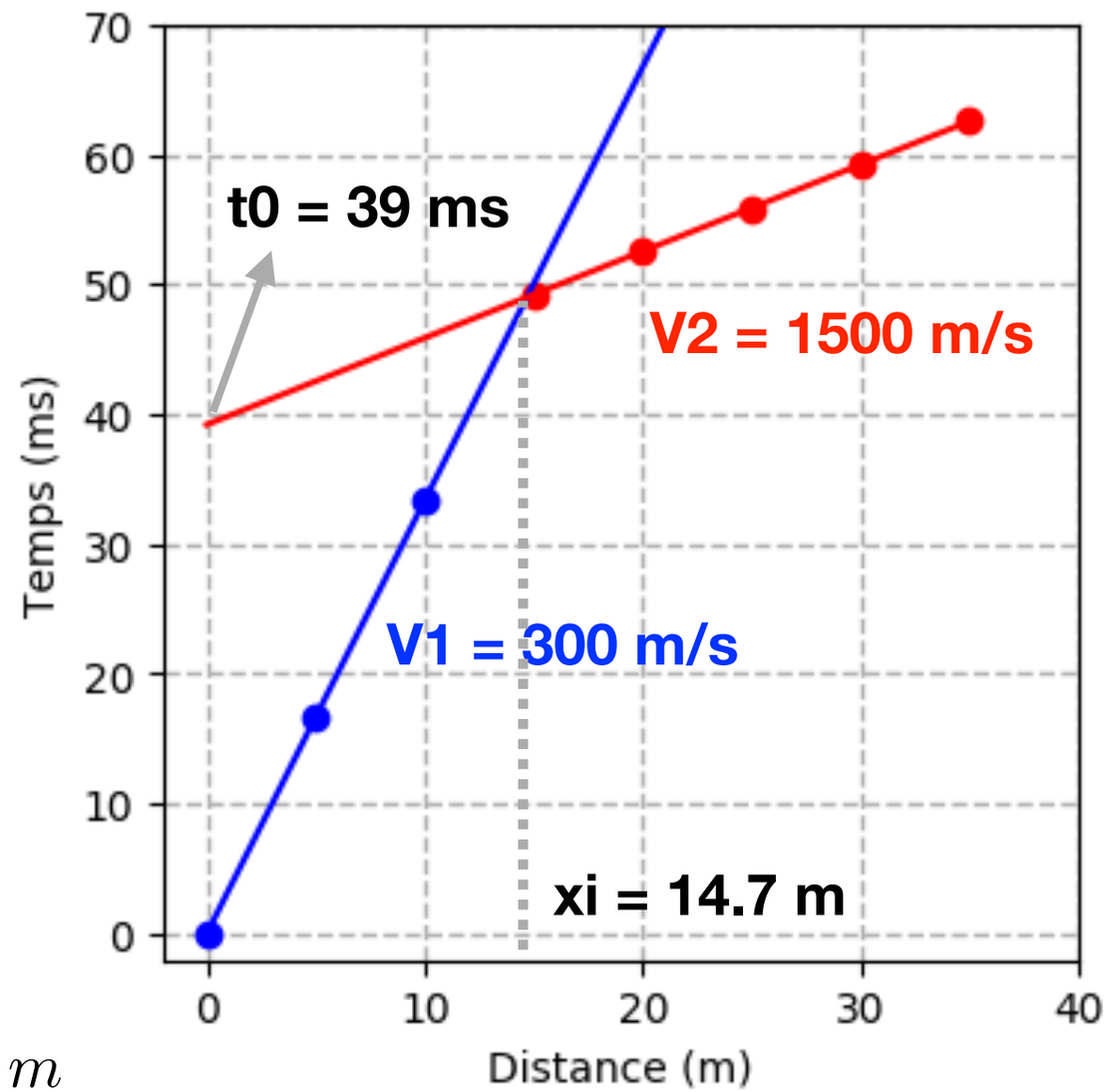


Exemple: Interprétation à deux couches

Exemple: Interprétez les temps d'arrivées suivants selon un modèle à deux couches horizontales.

1. Tracez la dromochronique
2. Identifiez les brisures de pente et assignez les arrivées à un réfracteur
3. Obtenir les vitesses par l'inverse des pentes
4. Déterminez le temps d'intercepte et la distance de croisement
5. Déterminez la profondeur sous le tir:

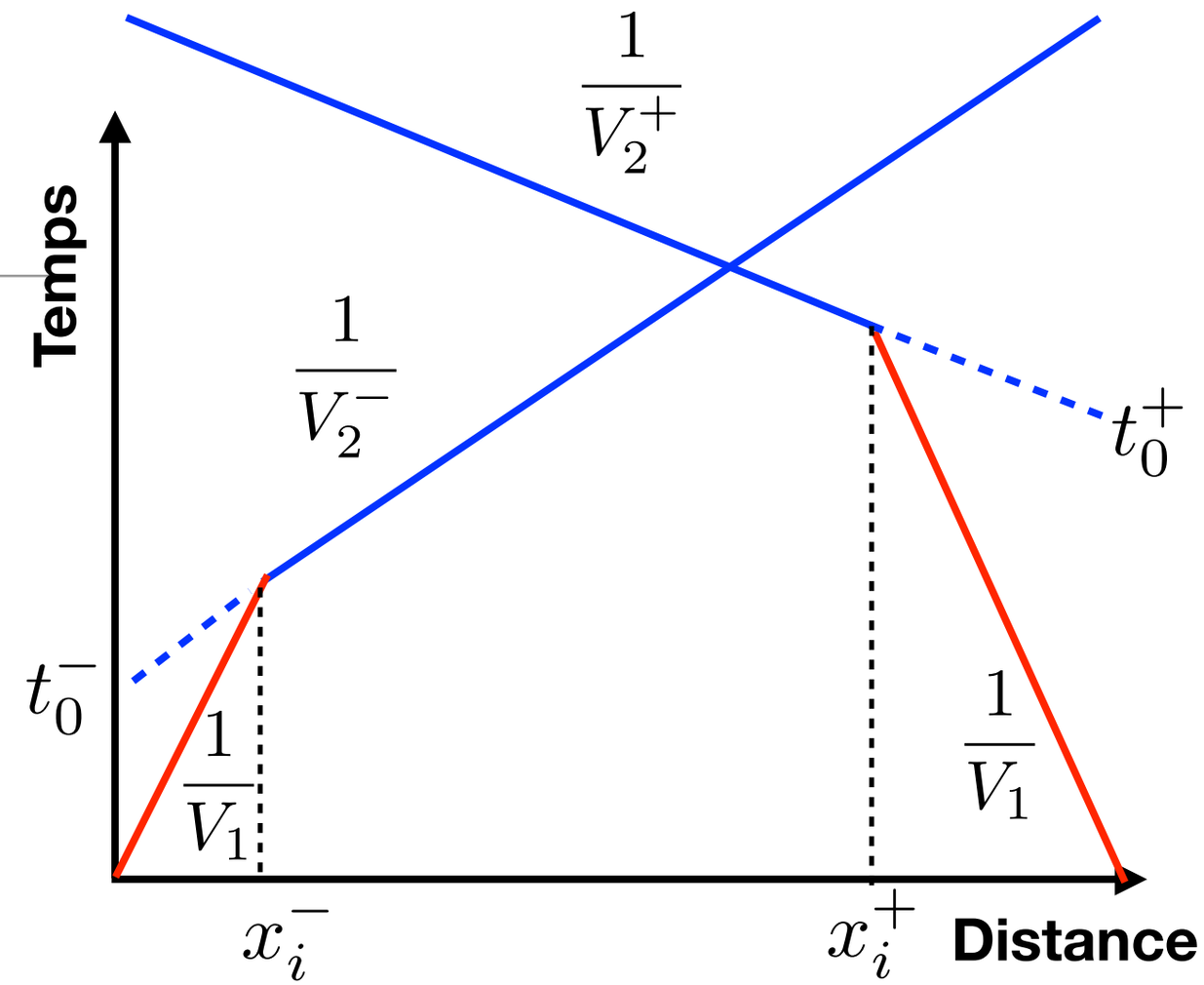
$$h = \frac{x_i}{2}\sqrt{\frac{V_2 - V_1}{V_2 + V1}} = \frac{14.7}{2}\sqrt{\frac{1500 - 300}{1500 + 300}} = 6\ m$$

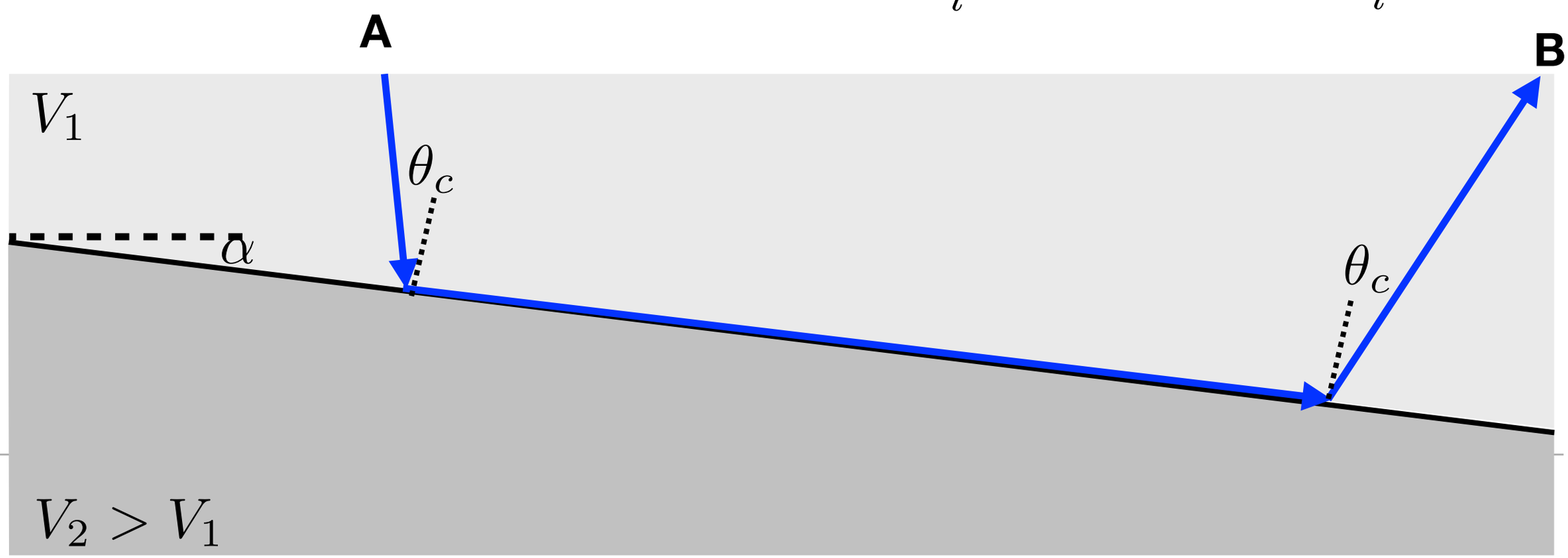


Couches inclinées

Les vitesses apparentes du réfracteur dépendent maintenant de la direction du tir!

Il faut toujours un tir direct et un tir inverse en sismique réfraction !





Interprétation d'un réfracteur incliné

1. Déterminer les vitesses V_1, V_2^+ et V_2^- directement sur les dromochroniques

2. Déterminer l'angle critique et le pendage à l'aide de:

$$\alpha = \frac{1}{2}\left[\sin^{-1}\left(\frac{V_1}{V_2^-}\right) - \sin^{-1}\left(\frac{V_1}{V_2^+}\right)\right]$$

$$\theta_c = \frac{1}{2}\left[\sin^{-1}\left(\frac{V_1}{V_2^-}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{V_1}{V_2^+}\right)\right]$$

3. Déterminer la vitesse vraie du deuxième milieu:

$$V_2 = \frac{V_1}{\sin\theta_c}$$

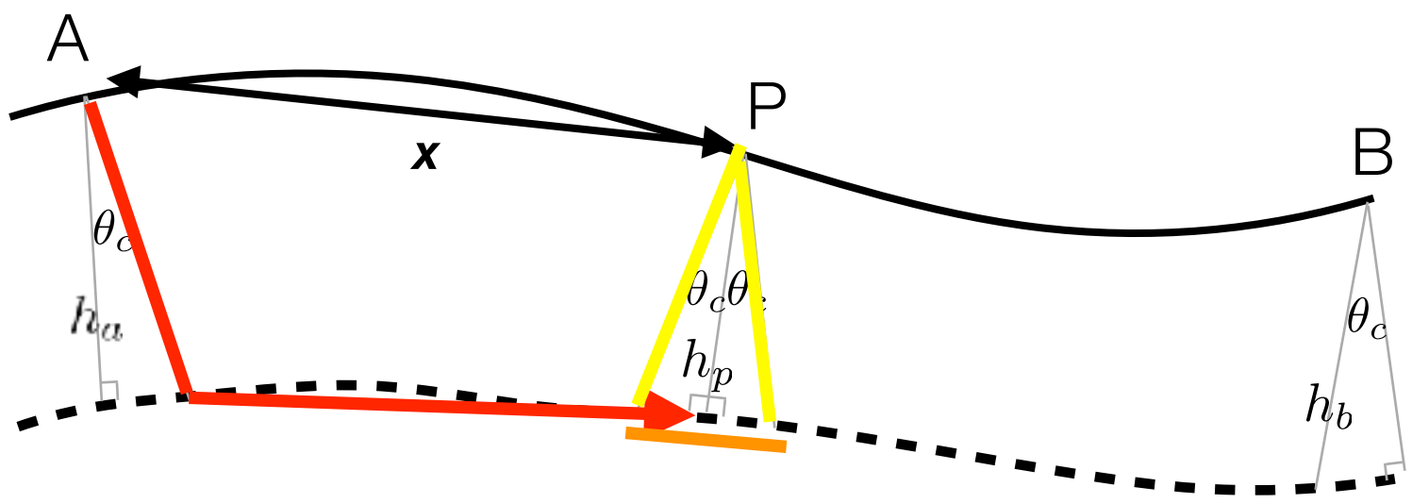
4. Déterminer les profondeurs grâce aux distances de croisement ou aux temps d'intercepte:

$$d_A = \frac{x_i^-(1 - \sin(\theta_c + \alpha))}{2\cos\theta_c\cos\alpha} \qquad d_A = \frac{t_0^-}{2\cos\theta_c\cos\alpha}$$

$$d_B = \frac{x_i^+(1 - \sin(\theta_c - \alpha))}{2\cos\theta_c\cos\alpha} \qquad d_B = \frac{t_0^+}{2\cos\theta_c\cos\alpha}$$

Méthode du Plus-Minus

La **méthode de Plus-Minus** permet une interprétation d'un **réfracteur ondulé dont la vitesse est variable**!



Le temps Minus

Sa pente ne dépend que de la vitesse du réfracteur.

$$T_p^- = T_{AP} - T_{BP} + T_{AB}$$

$$T_p^- = T_a^+ + \frac{2x}{V_2}$$

Le temps Plus

Dépend de la profondeur et de la vitesse locale du réfracteur.

$$T_p^+ = T_{AP} + T_{BP} - T_{AB}$$

$$T_p^+ = 2h_p\sqrt{\frac{1}{V_1^2} - \frac{1}{V_2^2}}$$

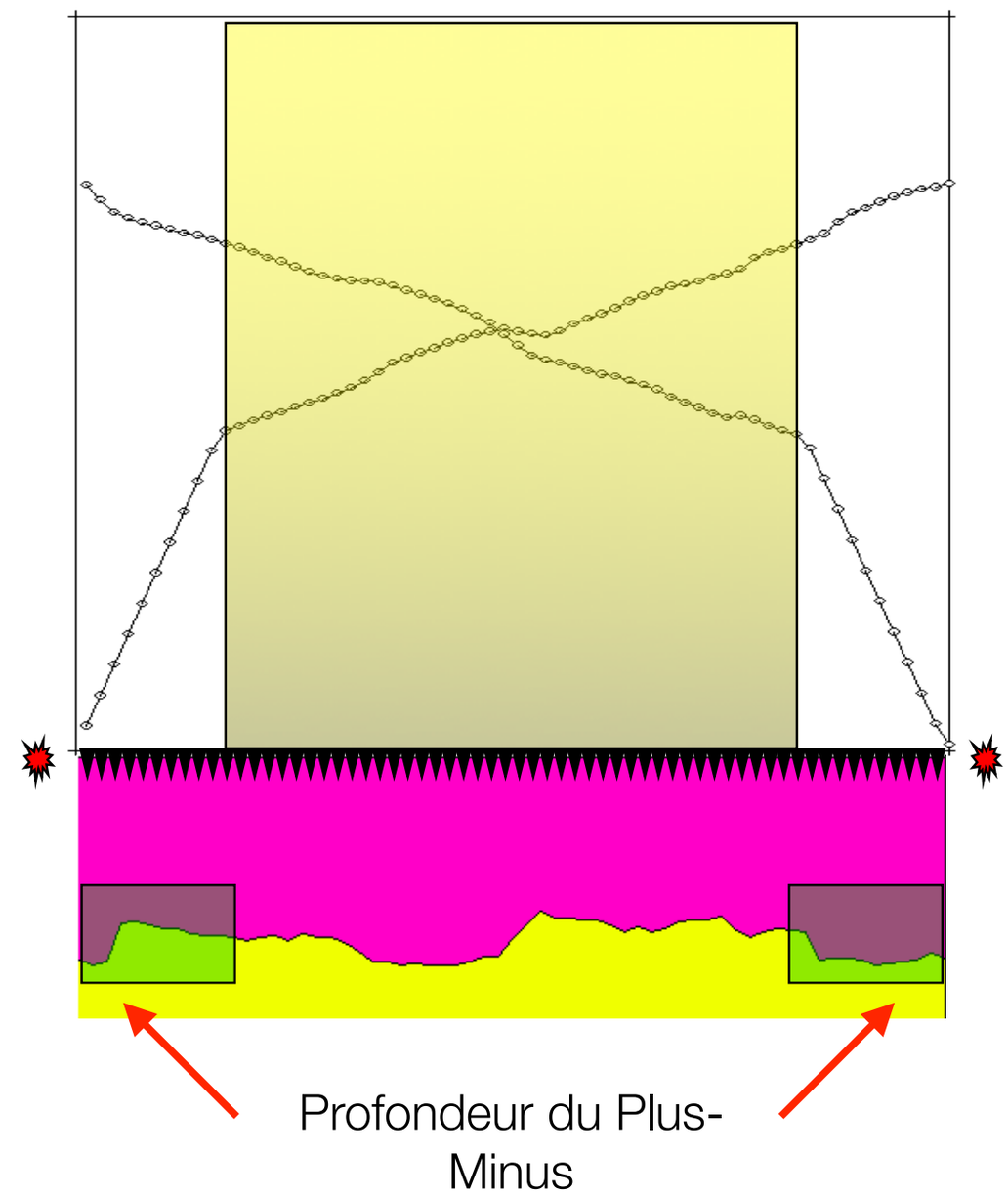
Configuration d'un levé

La **longueur d'un levé** doit permettre d'observer la distance de croisement

$$x_i = 2h\sqrt{\frac{V_1 + V_2}{V_2 - V_1}}$$

L'**espacement des géophones** devrait permettre d'observer la pente de chaque arrivée (au moins 3 receveurs par segments de droite).

Le **nombre de tirs** minimal est 2: un tir direct et un tir inverse de part et d'autre de la ligne.



Méthode de Plus-Minus

Méthode du Plus-Minus:

1. Mesurer la vitesse 1

2. Déterminer Minus et Plus pour chaque receveur valide

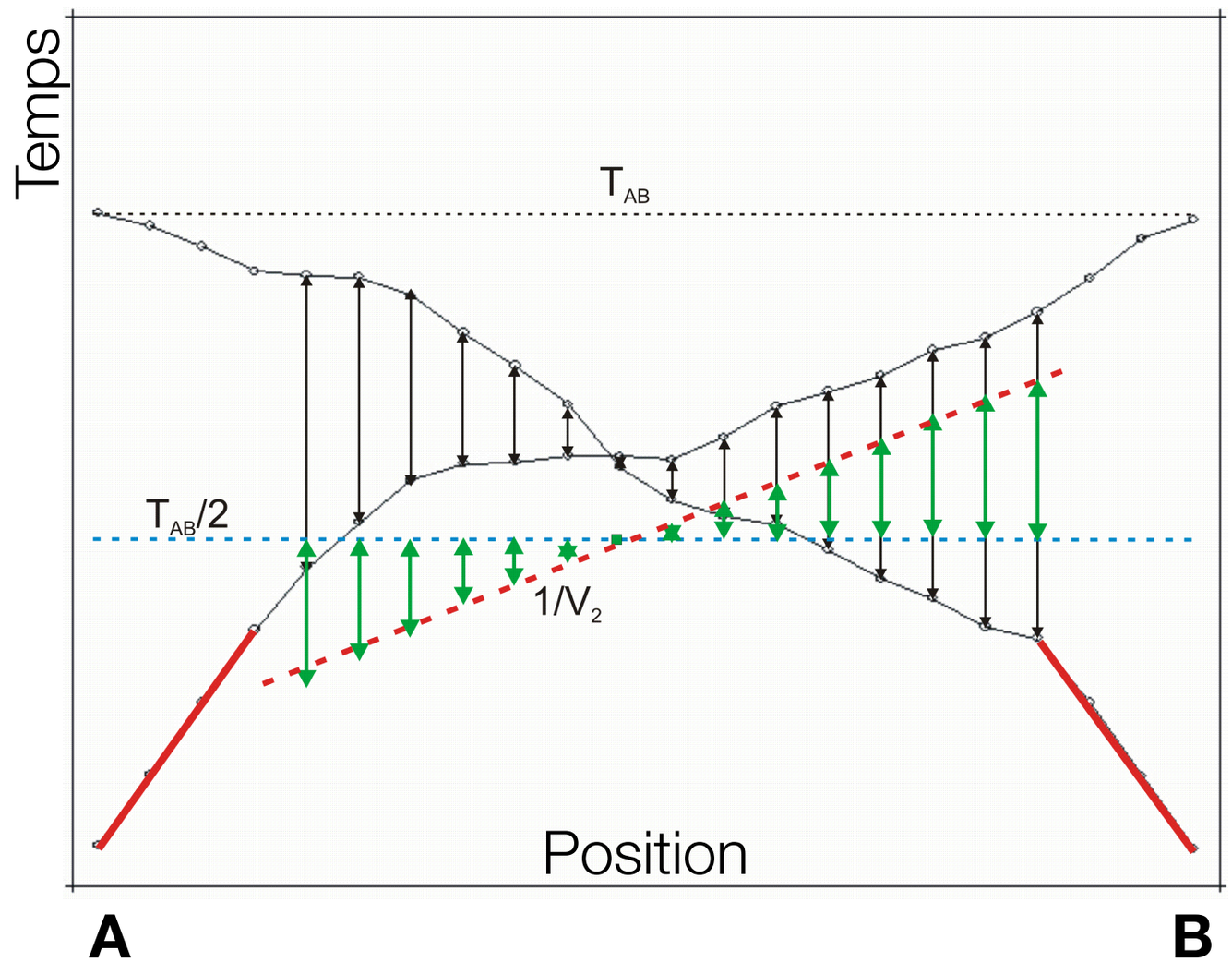
$$T_p^- = T_{AP} - T_{BP} + T_{AB}$$

$$T^+ = T_{AP} + T_{BP} - T_{AB}$$

3. Calculer $V_2 = 2\dfrac{\Delta x}{\Delta T^-}$

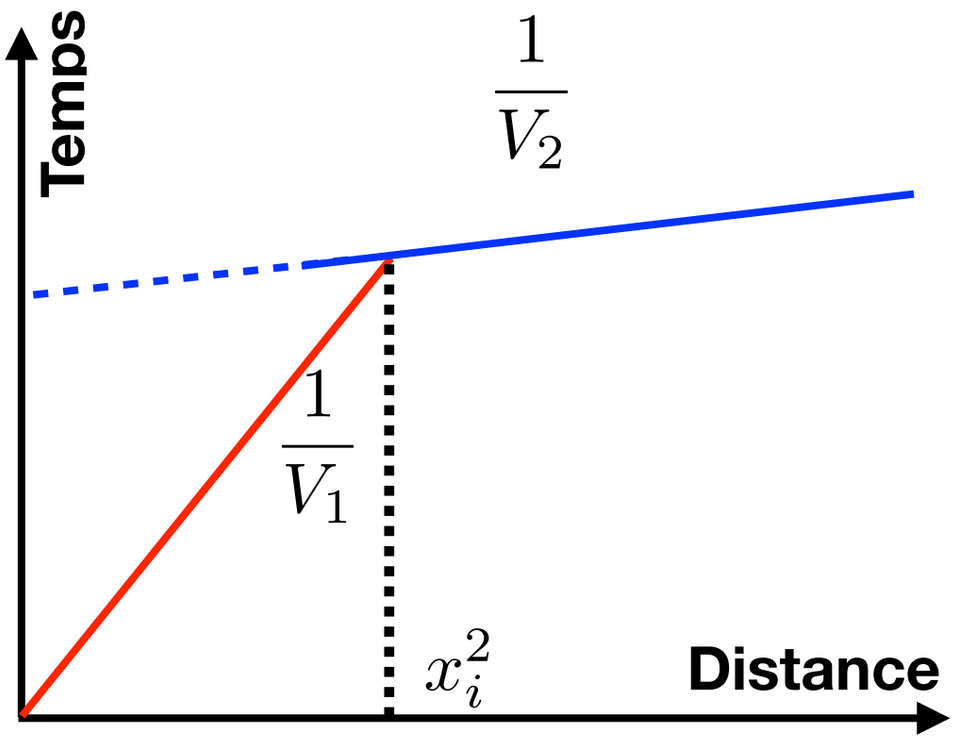
4. Calculer les épaisseurs

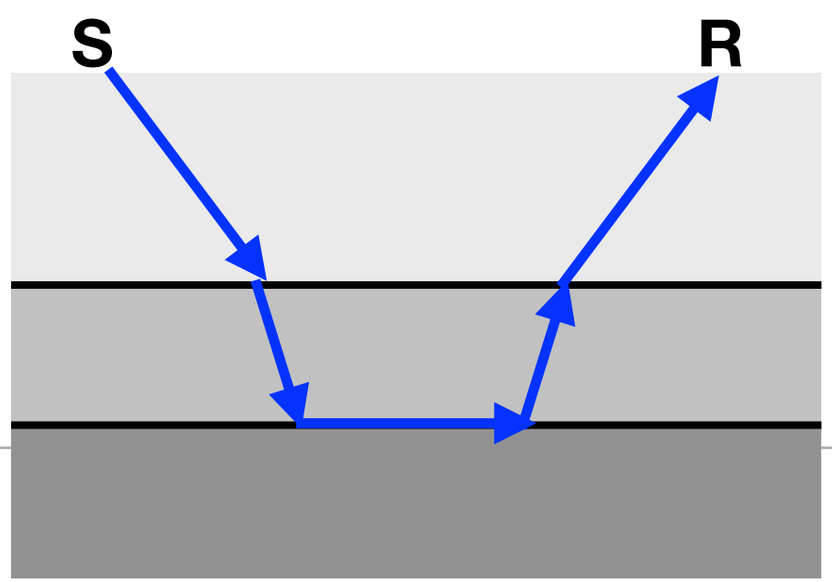
$$h_p = \frac{T^+}{2\sqrt{1/V_1^2 - 1/V_2^2}}$$



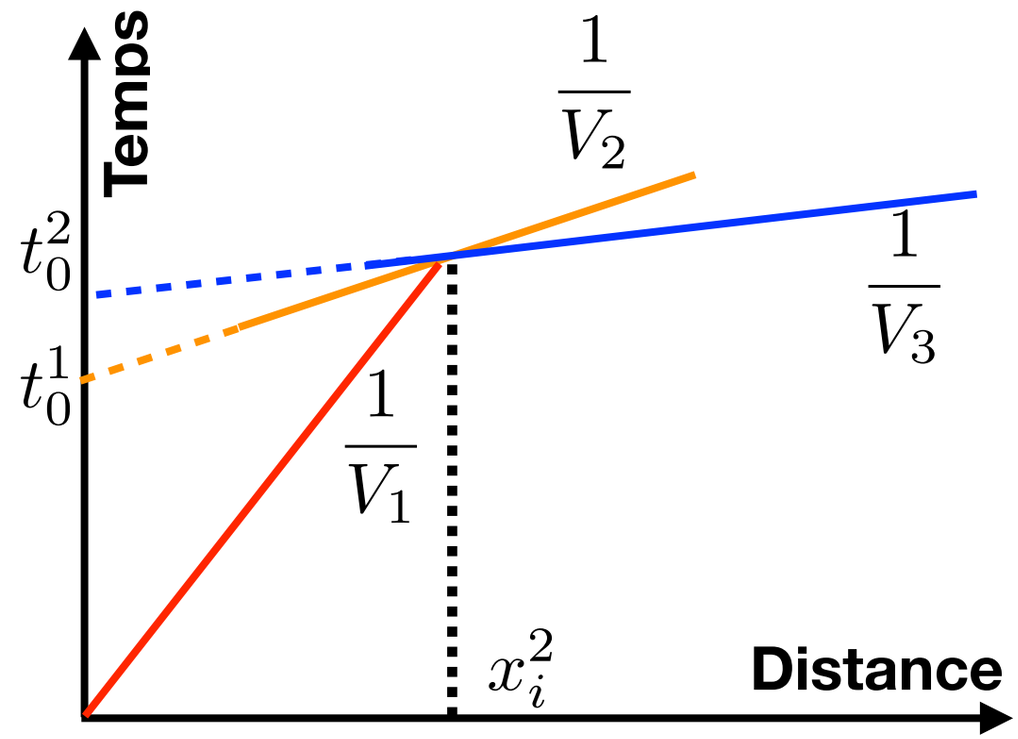
Difficultés

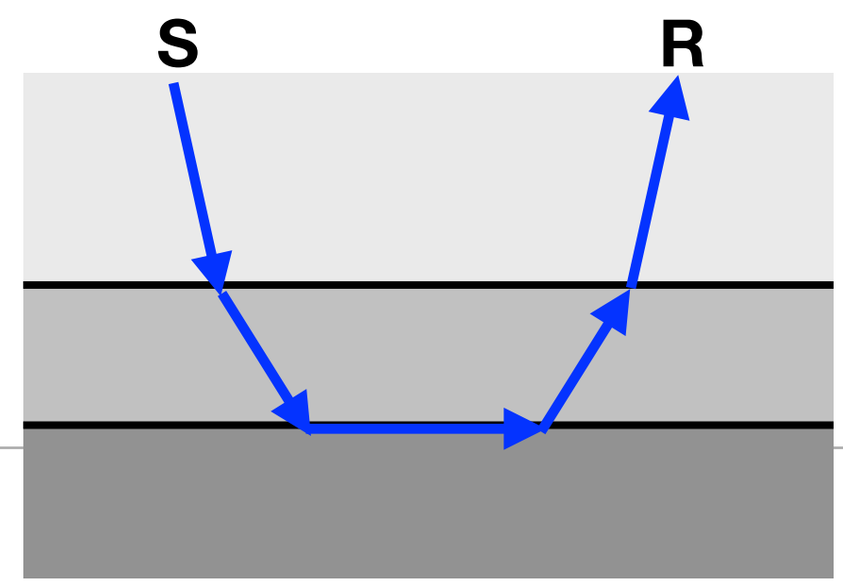
Inversion de vitesse





Couche cachée



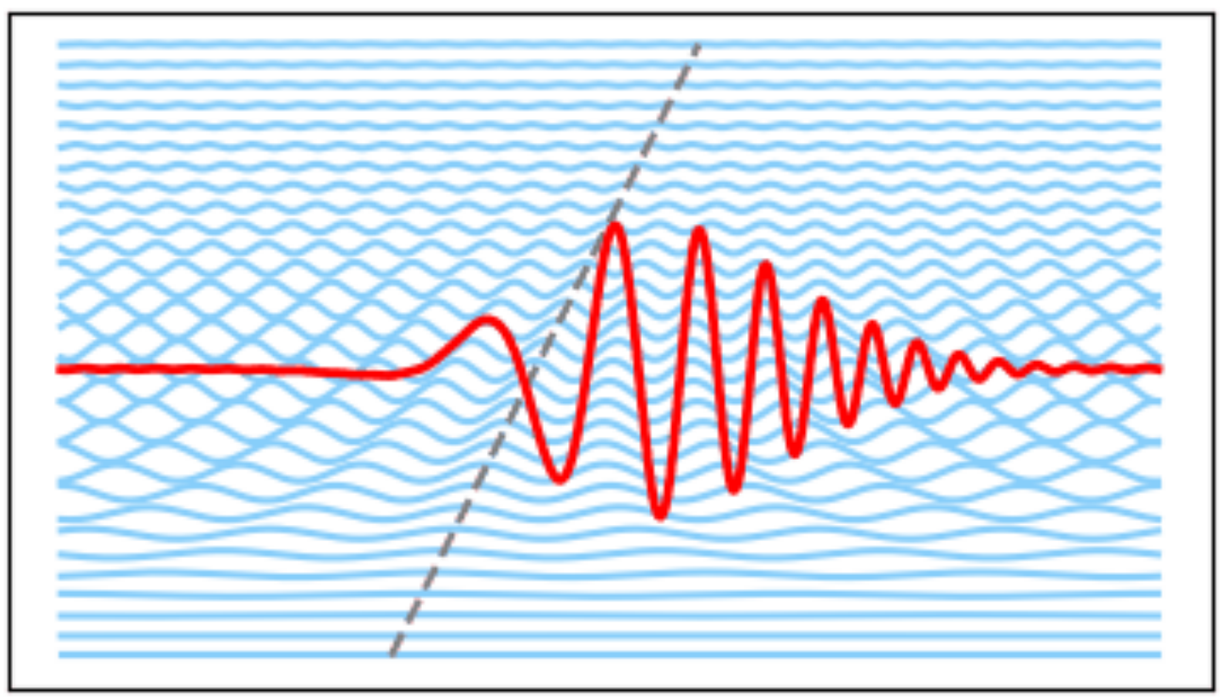


Dispersion

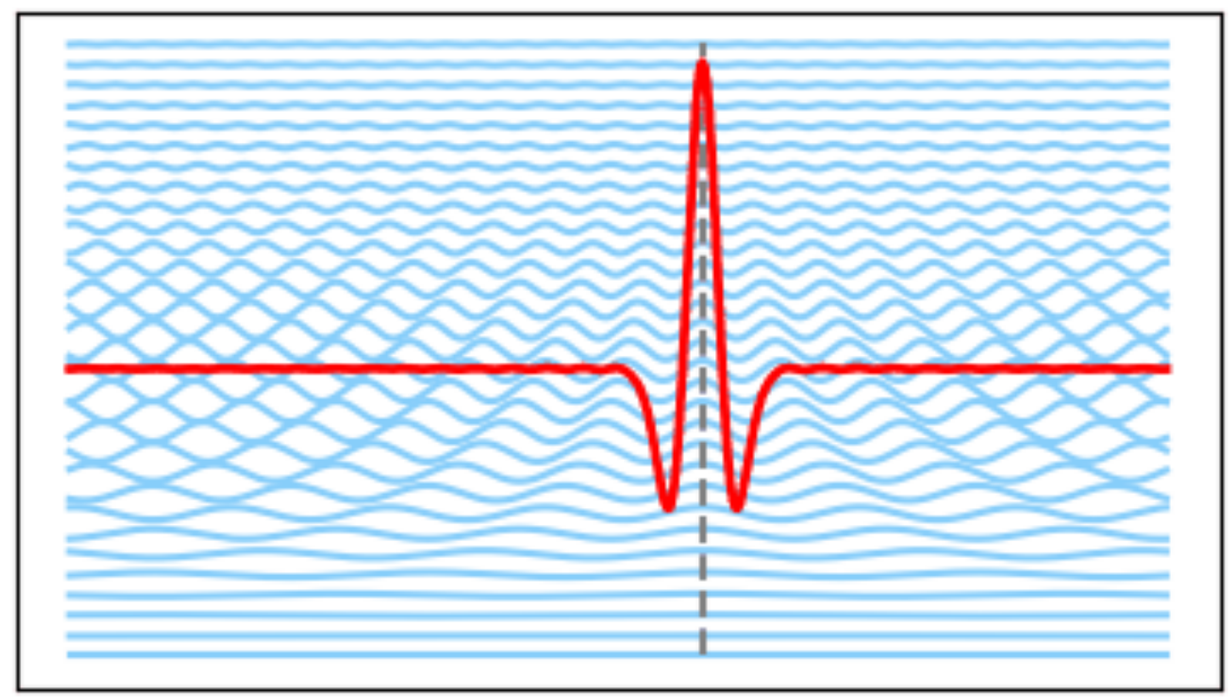
Dispersion: Une onde dispersive est une onde dont la vitesse dépend de la fréquence (ou de la longueur d'onde)

La dispersion provoque l'étalement du train d'ondes dans le temps.

Propagation dispersive



Propagation sans dispersion

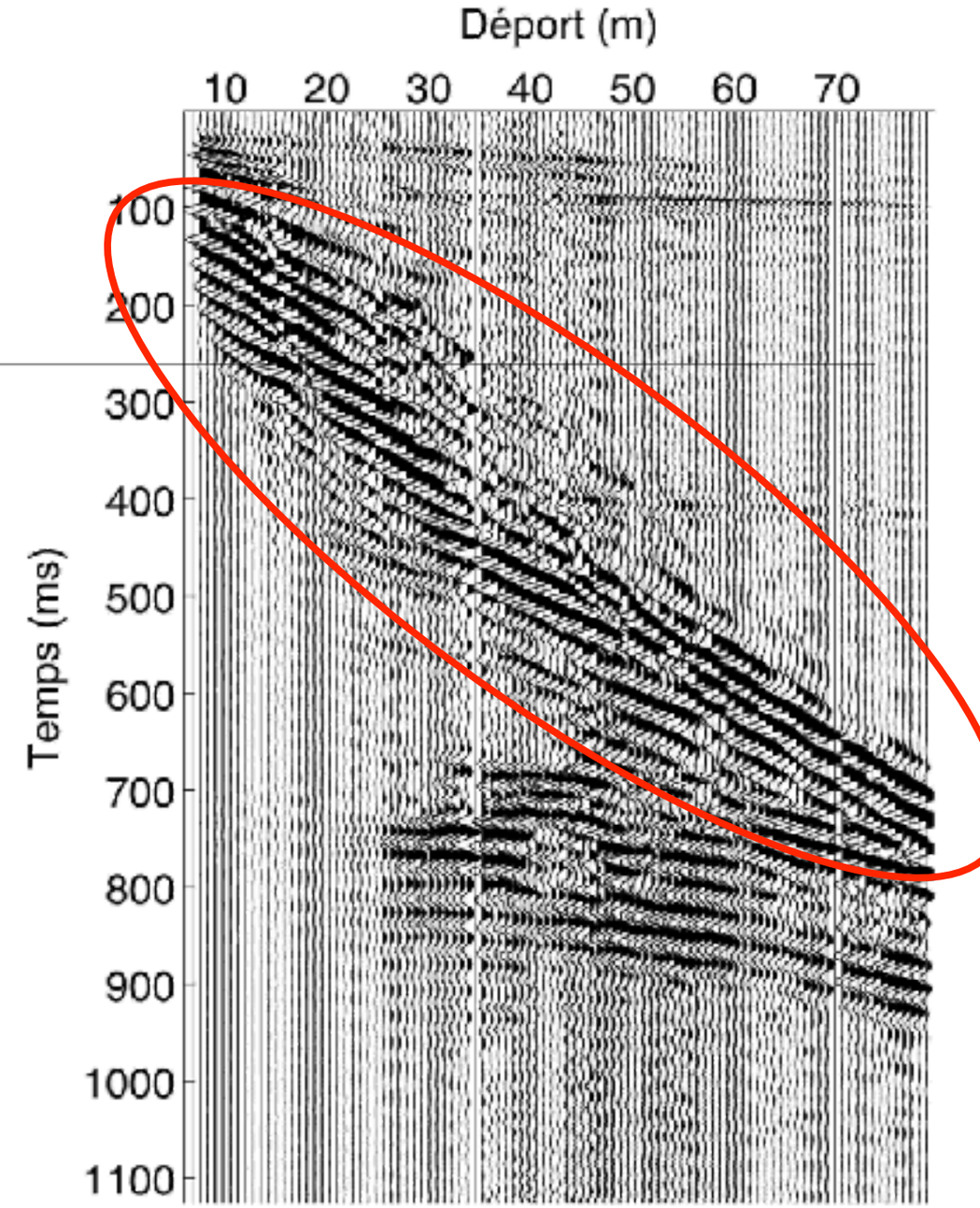


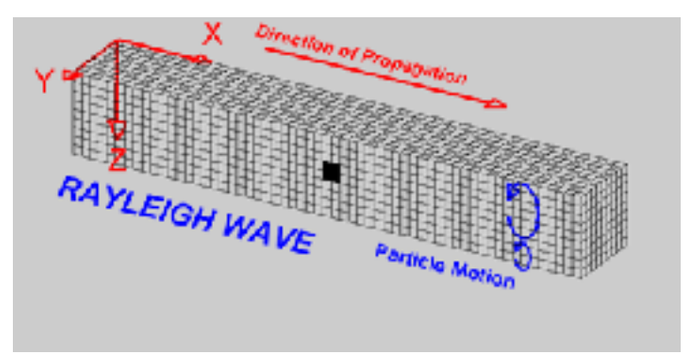
Ondes de surface

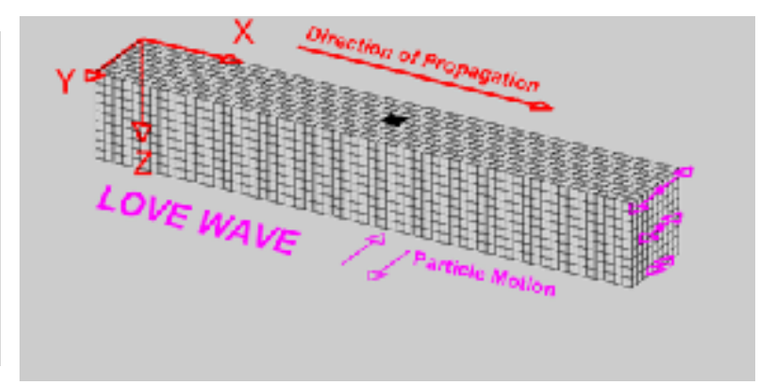
- Les ondes de surface sont les arrivées prépondérantes pour les levés sismiques de faible profondeur.

- Pourquoi ? Leur amplitude décroit comme $1/\sqrt{r}$ mais l'énergie des ondes S et P décroit comme $1/r$.

- La vitesse des ondes de surface est fortement reliée à la vitesse des ondes de cisaillement.





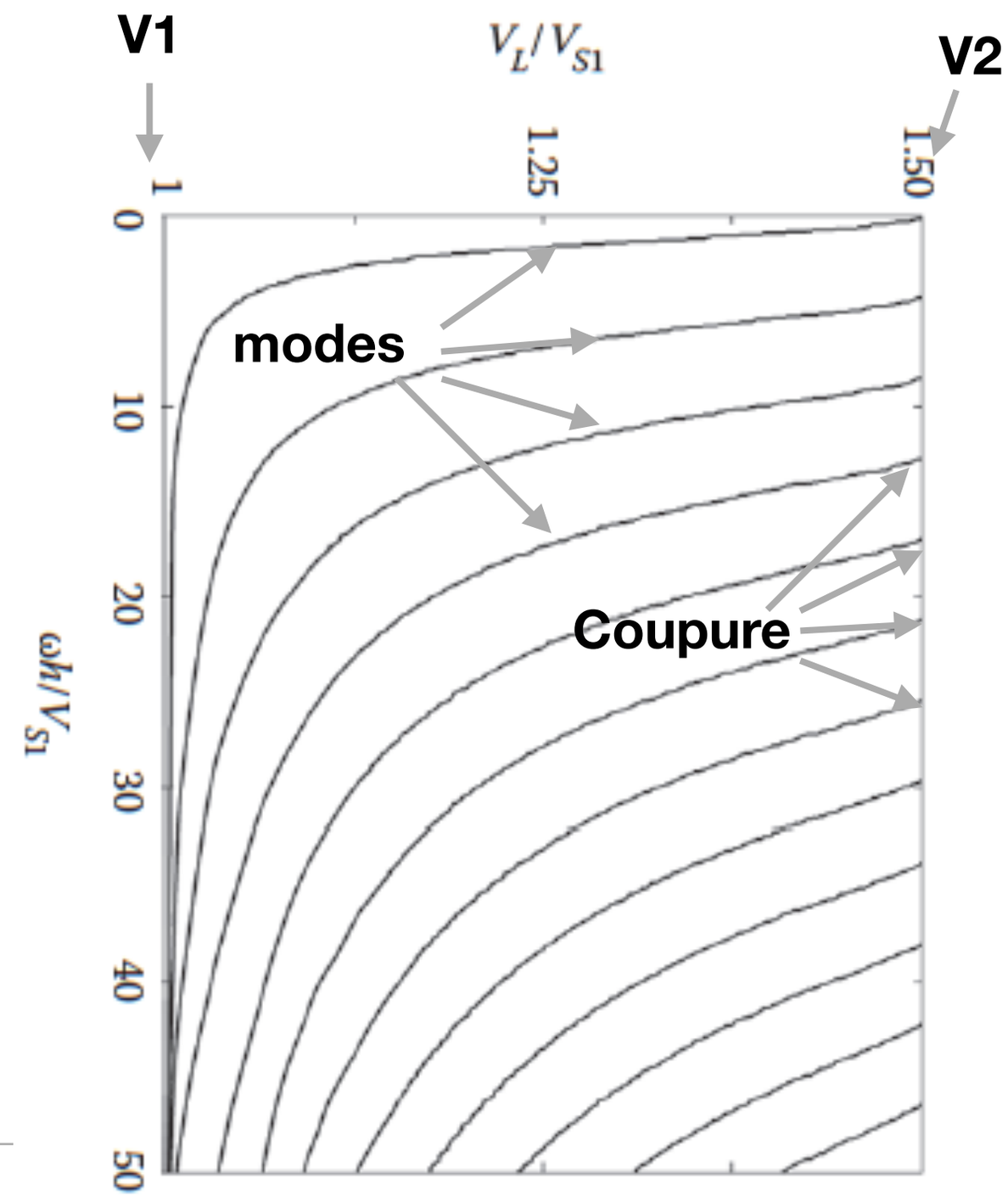


Dispersion et modes

- Les différents modes des ondes de Love et de Rayleigh sont causés par l'interférence des ondes SH et des ondes P et SV, respectivement.

- Pour un mode, la vitesse varie selon la fréquence: à haute fréquence V_L tend vers V_1 et à basse fréquence V_L tend vers V_2.

- Les modes possèdent une fréquence de coupure, et donc n'existe pas au-delà d'une certaine fréquence



Inversion modèle initial

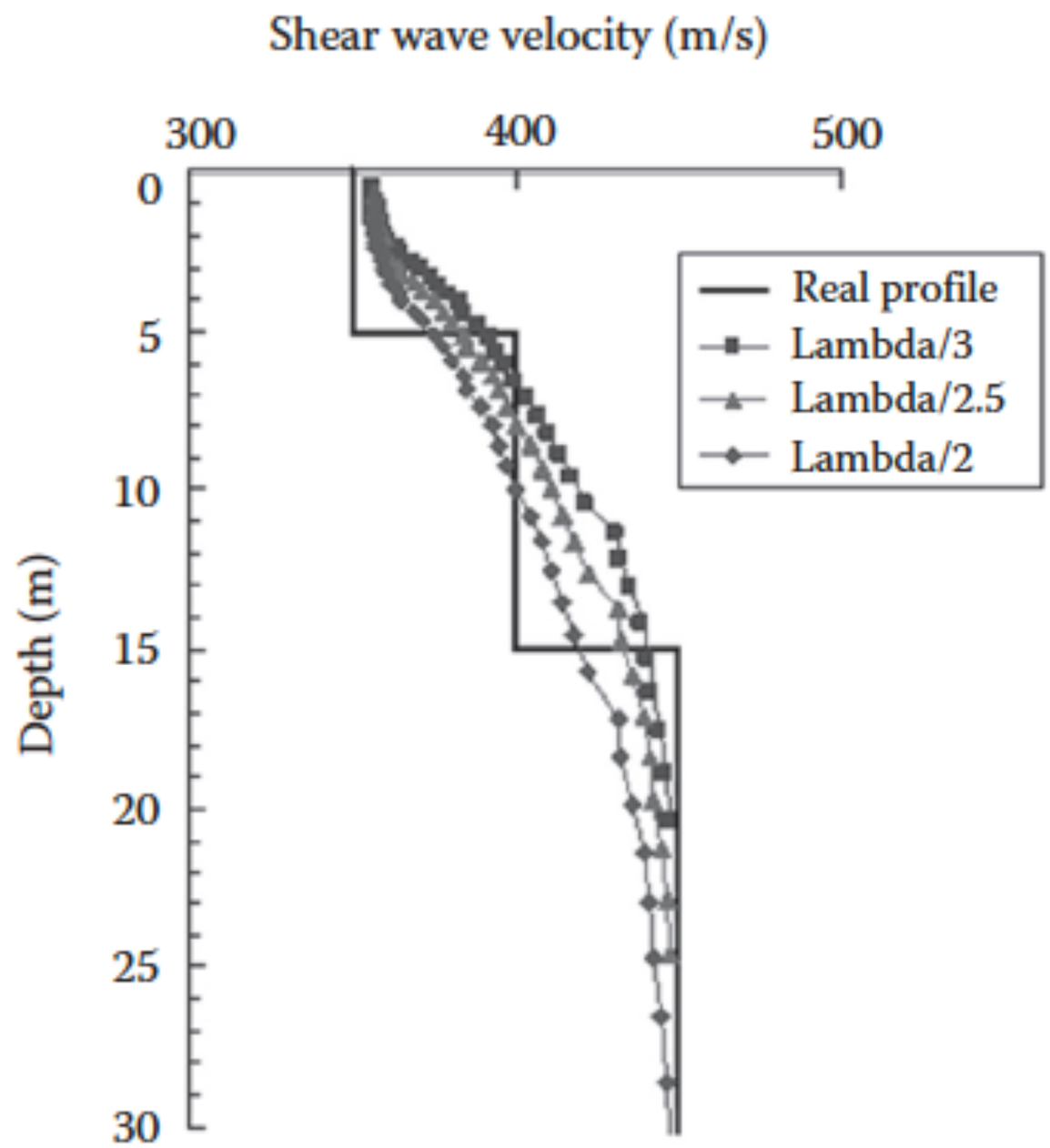
On peut faire une approximation de Vs directement grâce à la courbe de dispersion. Ceci correspond au modèle initial lors de l'inversion.

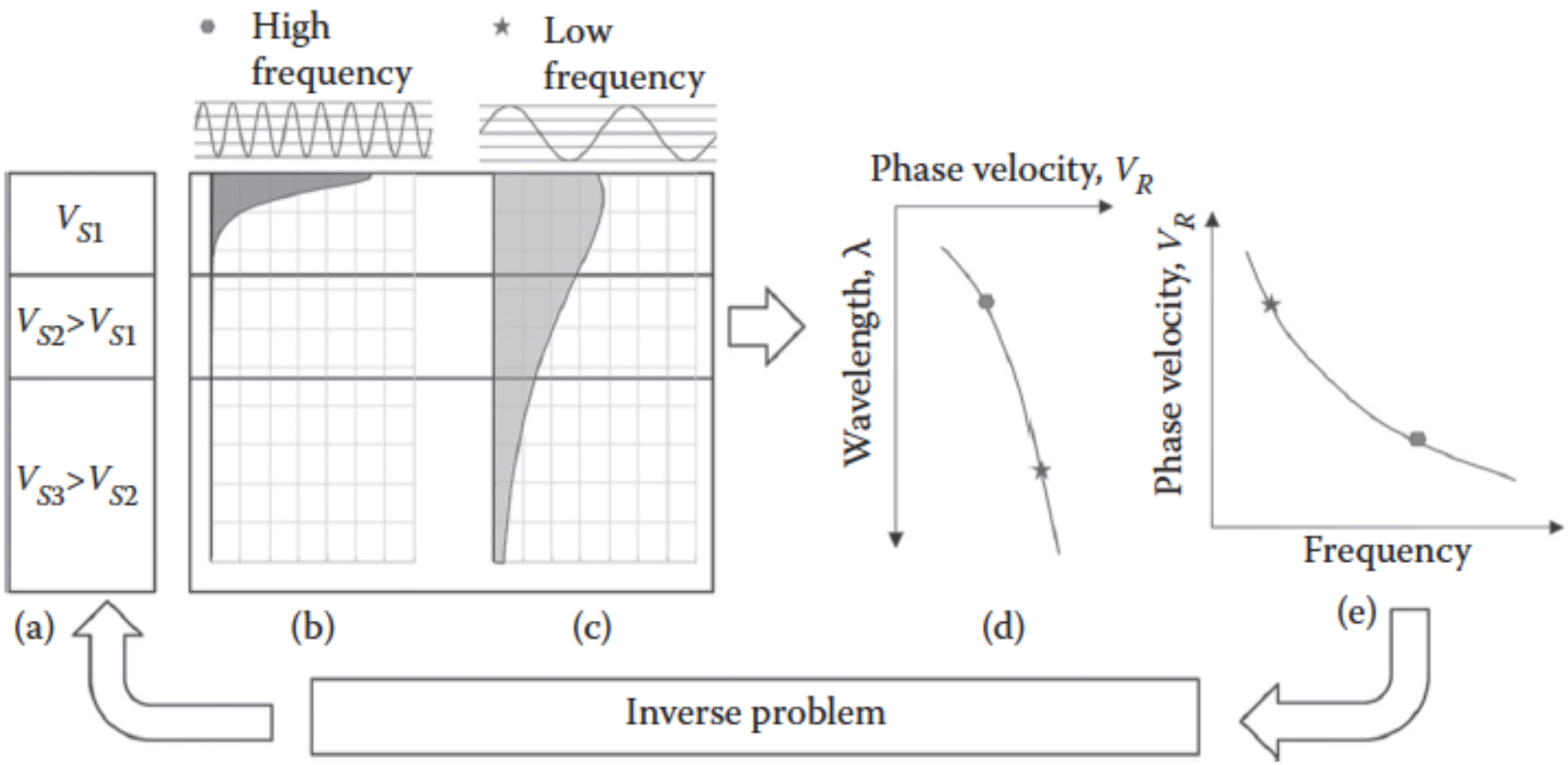
Estimation de Vs

Pour un milieu homogène, on peut approximer que $V_s \approx 1.1 V_R$. On peut donc estimer directement Vs à partir de la vitesse de phase du mode fondamental.

Estimation de la profondeur

La profondeur de pénétration augmente avec la longueur d'onde. On peut approximer que d est entre $\lambda/2$ et $\lambda/3$.



Inversion des ondes de surface

En mesurant les vitesses de phase des différents modes à plusieurs fréquences, il est possible de retrouver les variations de vitesse en profondeur par inversion.