

GLQ3205

Géophysique appliquée 2

Méthodes Électriques: Tomographie électrique

Ahmed Mhenni
ahmed.mhenni@polymtl.ca

Été 2025

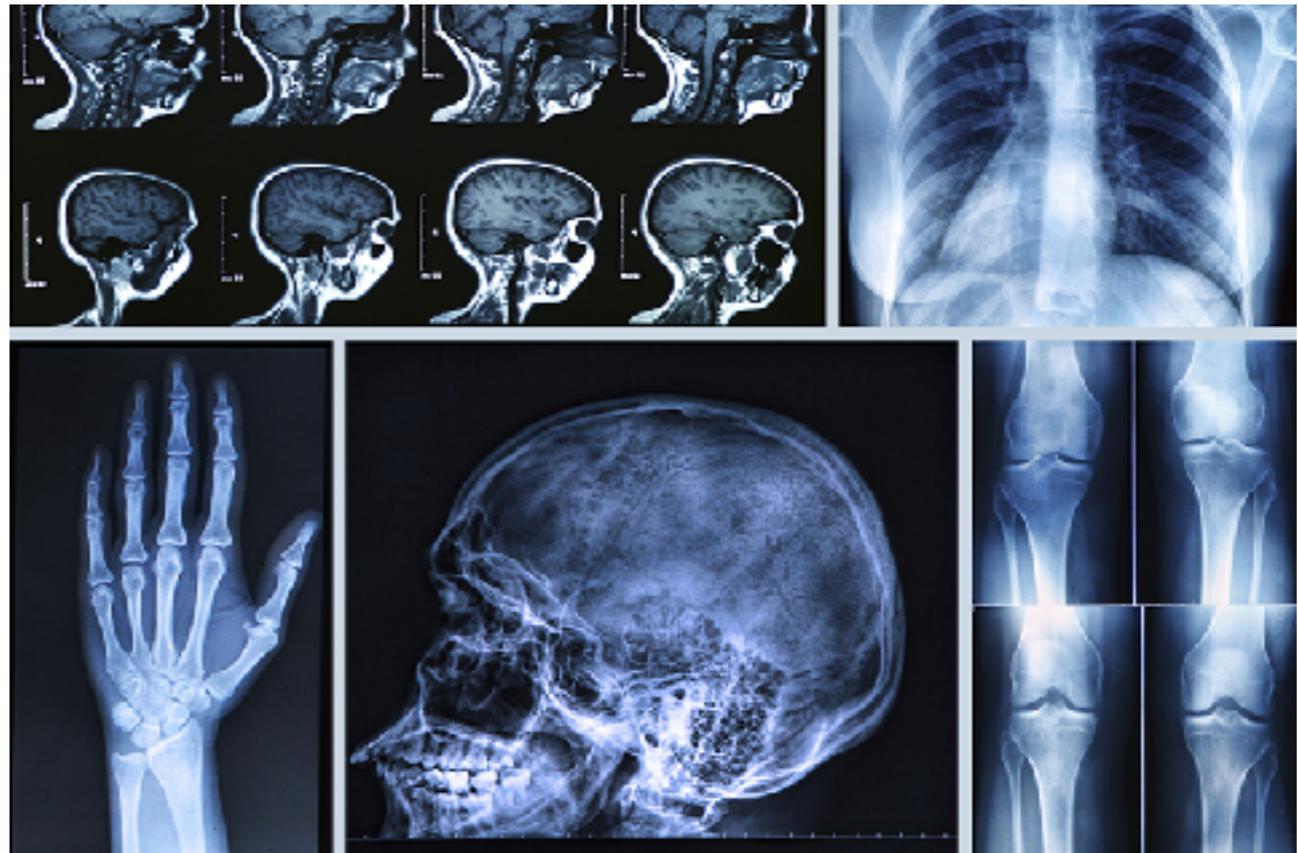
Plan du cours

1. Pseudo-sections
2. Inversion
3. Configuration des électrodes
4. Études de cas

Tomographie ?

Définition: Technique d'imagerie qui permet de **reconstruire le volume d'un objet** à partir d'une série de mesures effectuées depuis l'extérieur de cet objet.

La tomographie de résistivité électrique ou de polarisation provoquée permet de reconstruire la variation 2D, 3D ou 4D (suivi en temps) de la résistivité électrique et de la chargeabilité.



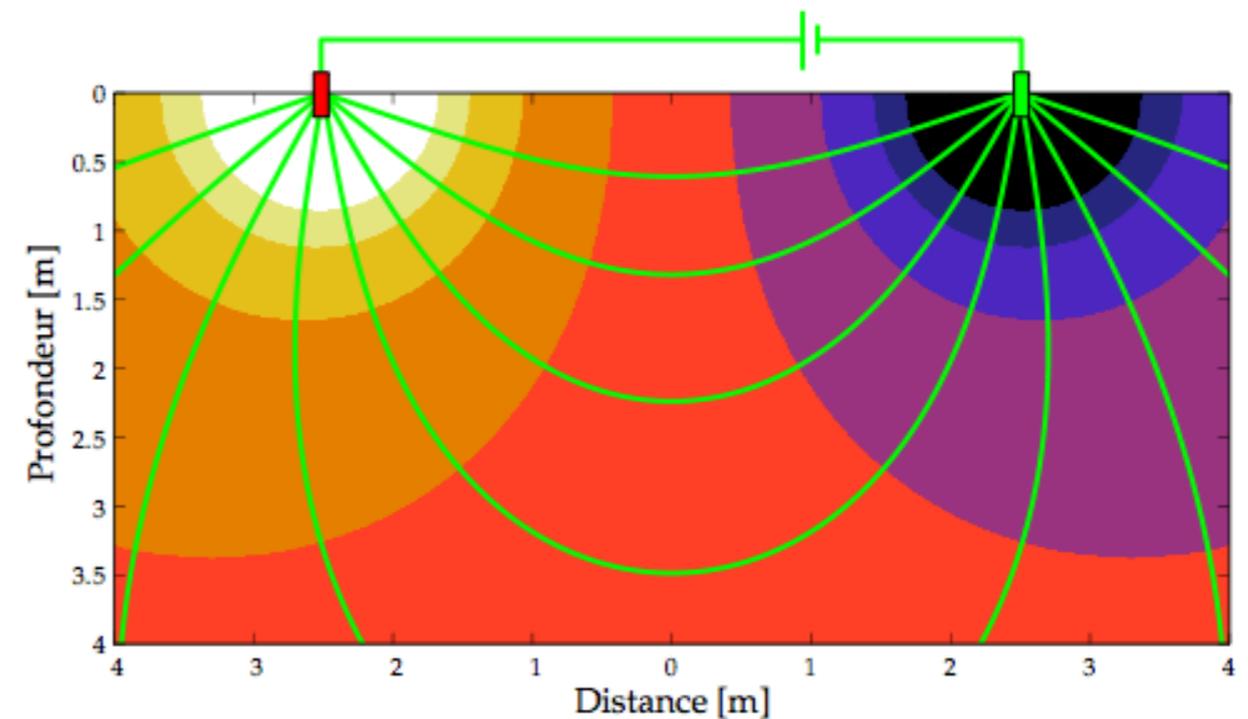
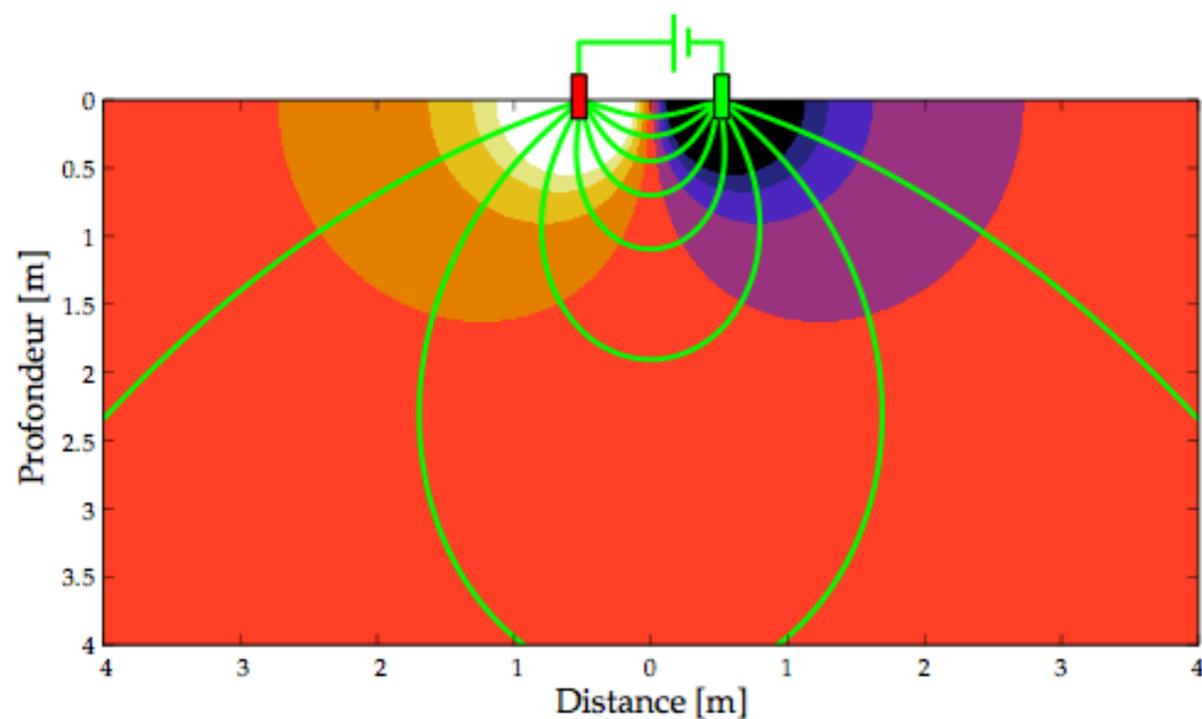
Tomographie à rayon X

La pseudo-section

Rappel: Sondages

Plus l'espacement entre les électrodes est grand, plus le courant pénètre profondément.

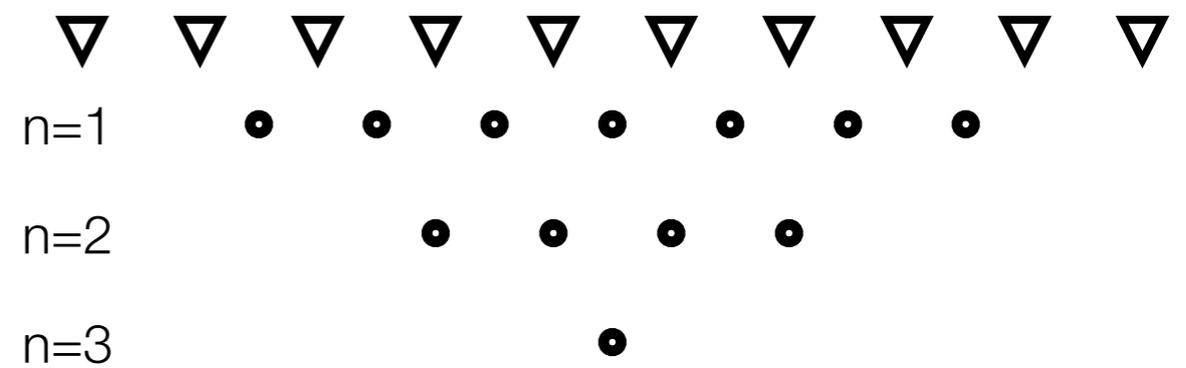
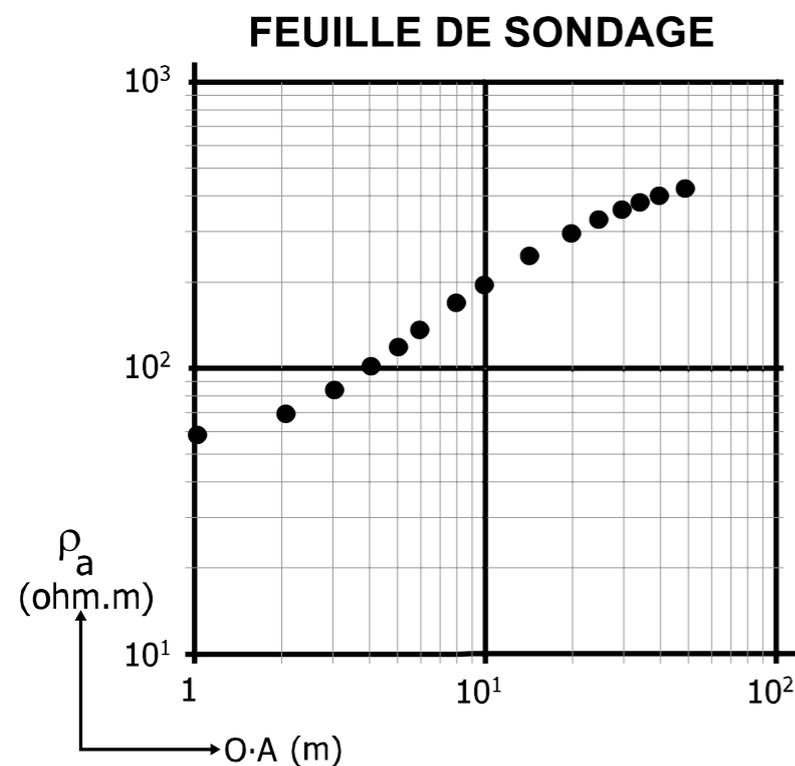
Pour faire un sondage, on varie l'écartement des électrodes, ce qui permet de retrouver un profil de résistivité apparente au centre des dispositifs



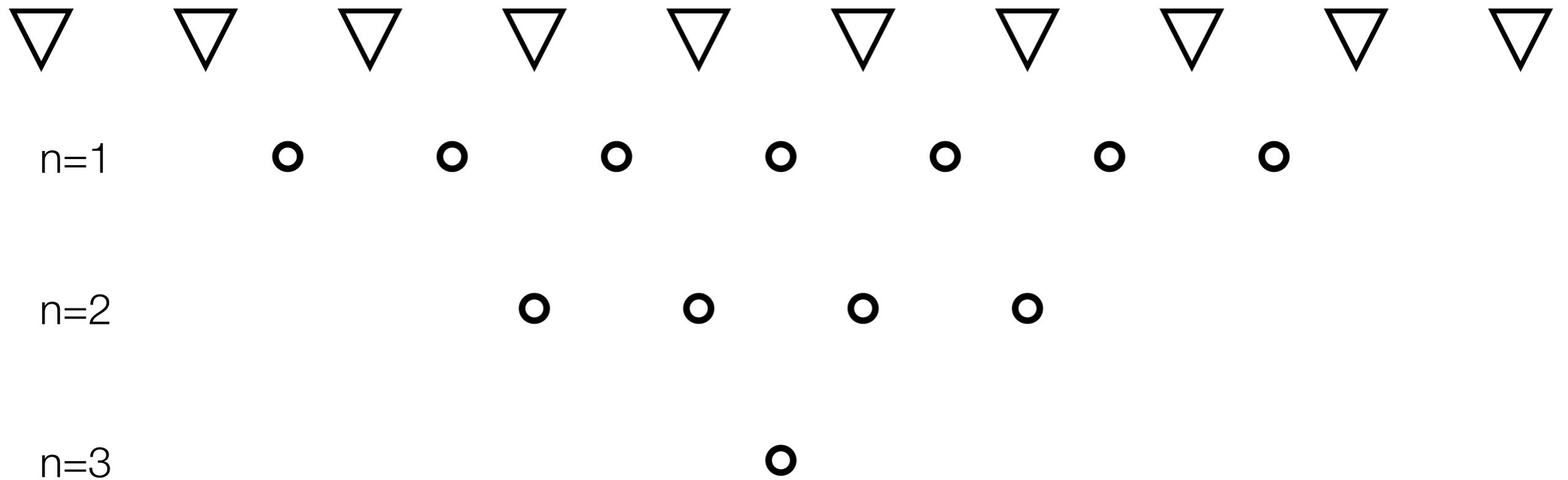
Coupe 2D

Il est possible d'obtenir une coupe 2D en variant latéralement le centre des dispositifs ainsi que leur espacement.

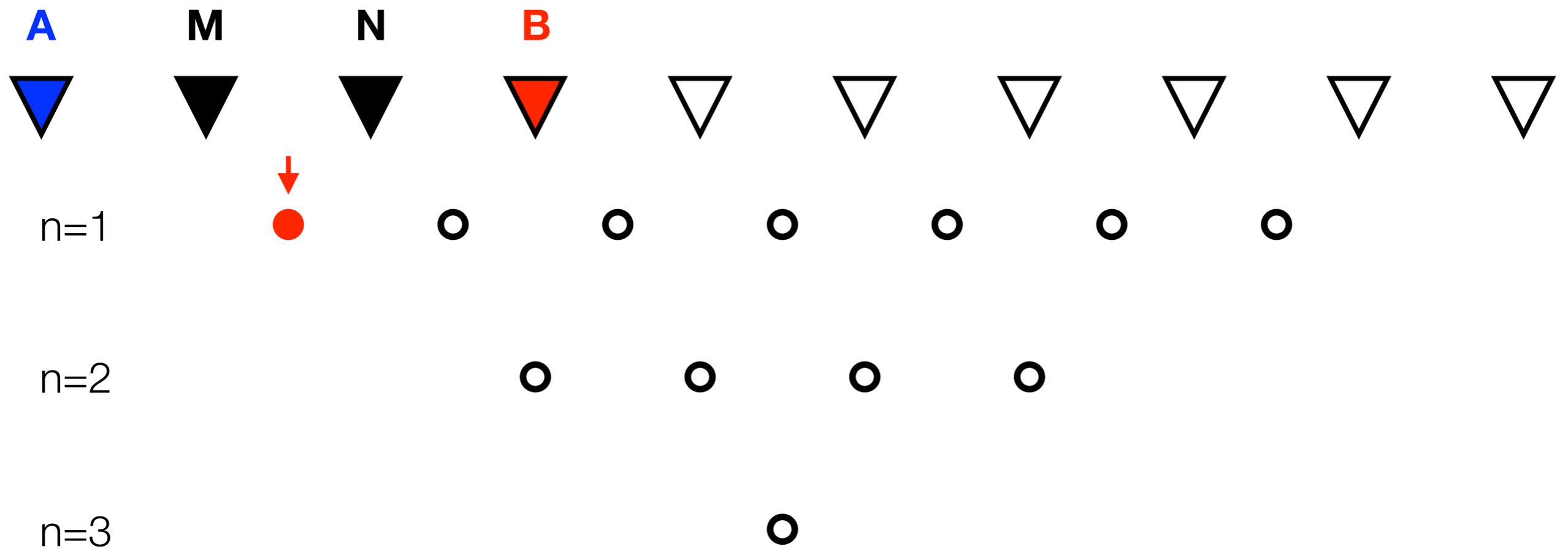
Les données sont alors organisées en une pseudosection.



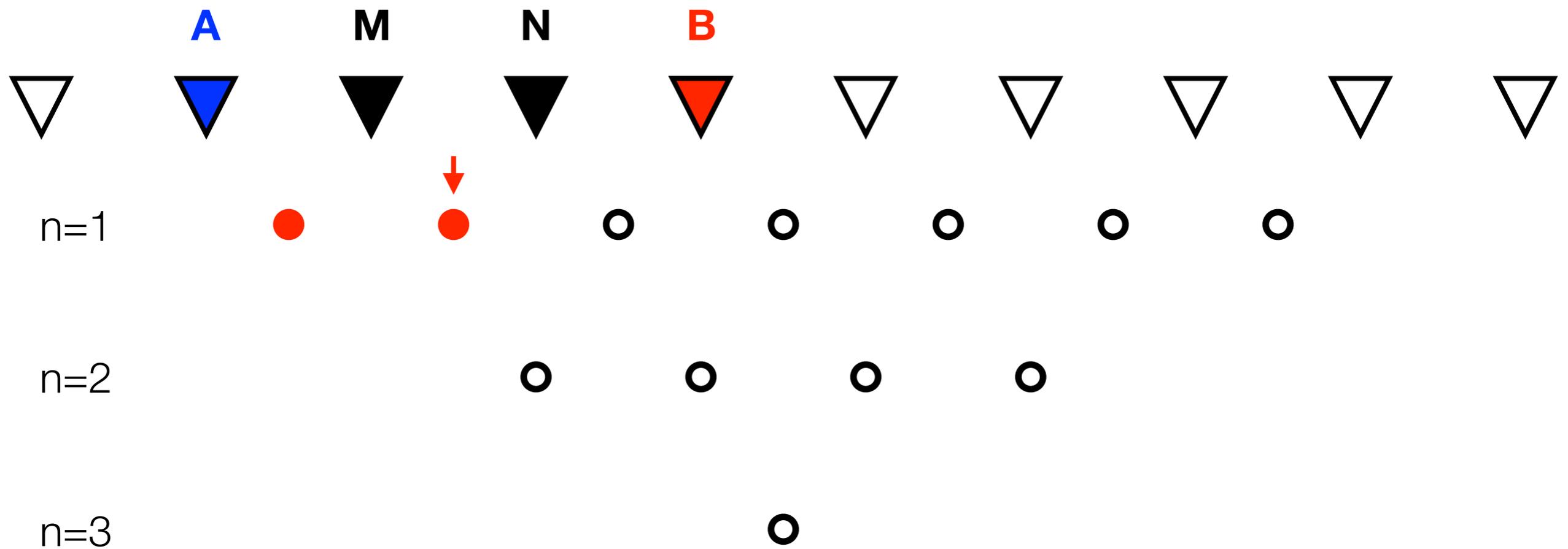
Pseudosection



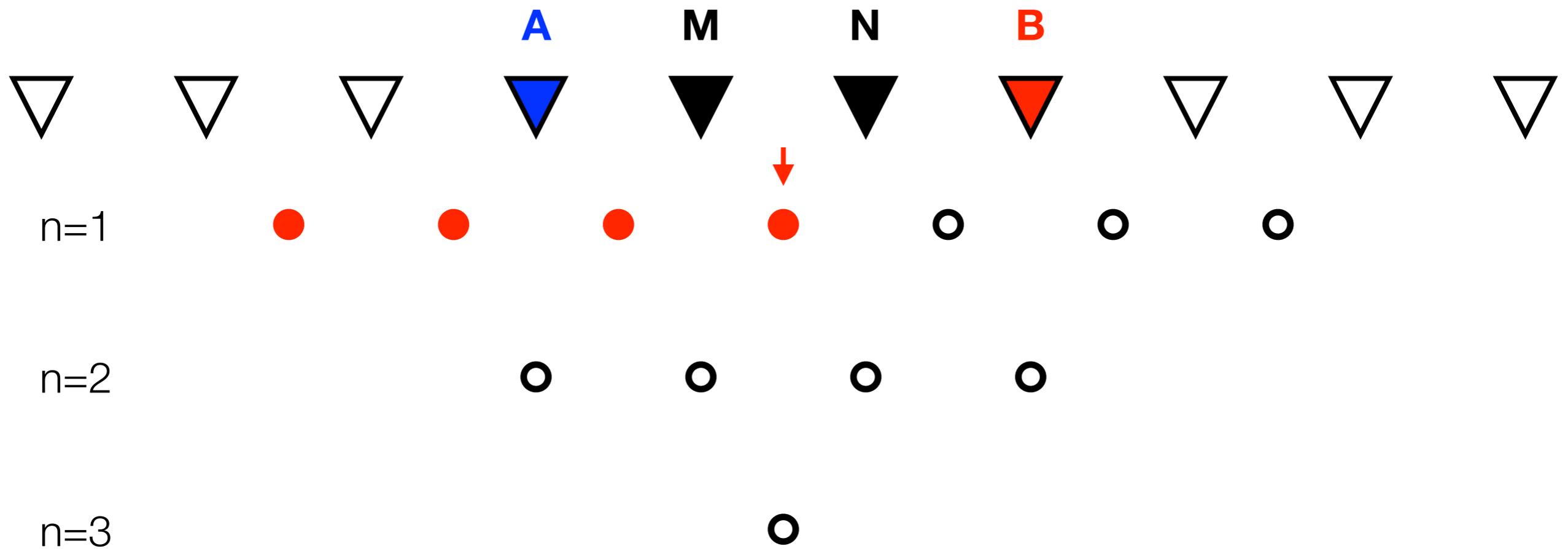
Pseudosection



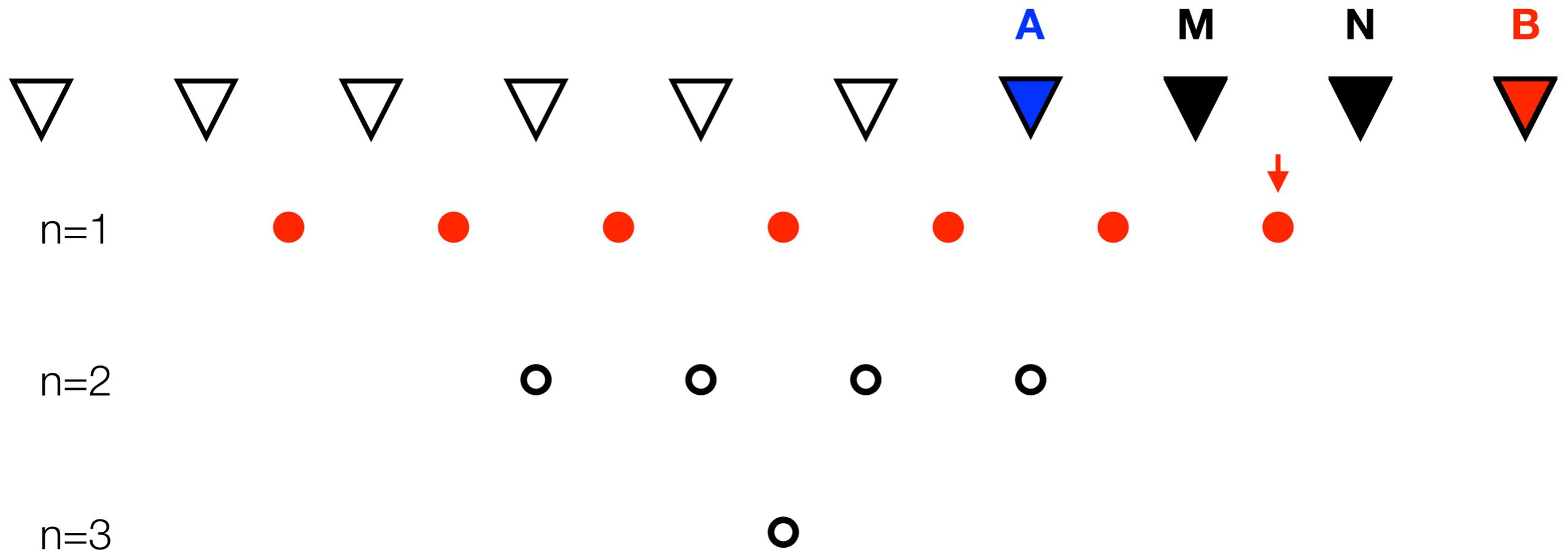
Pseudosection



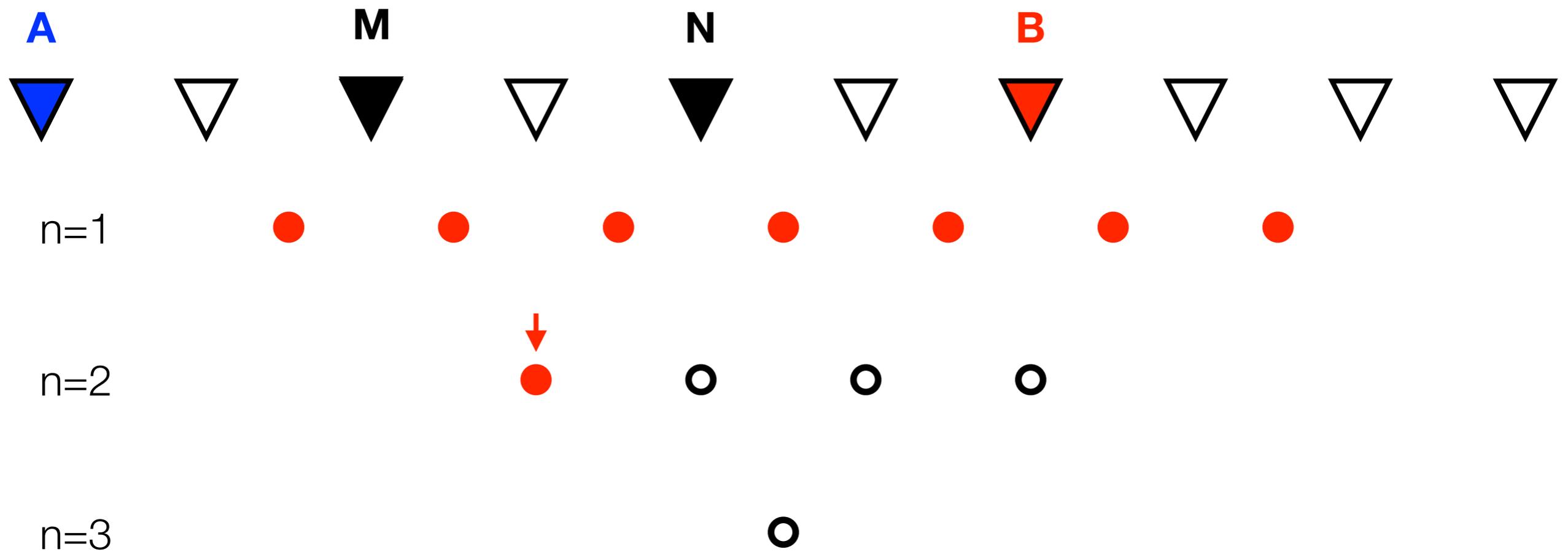
Pseudosection



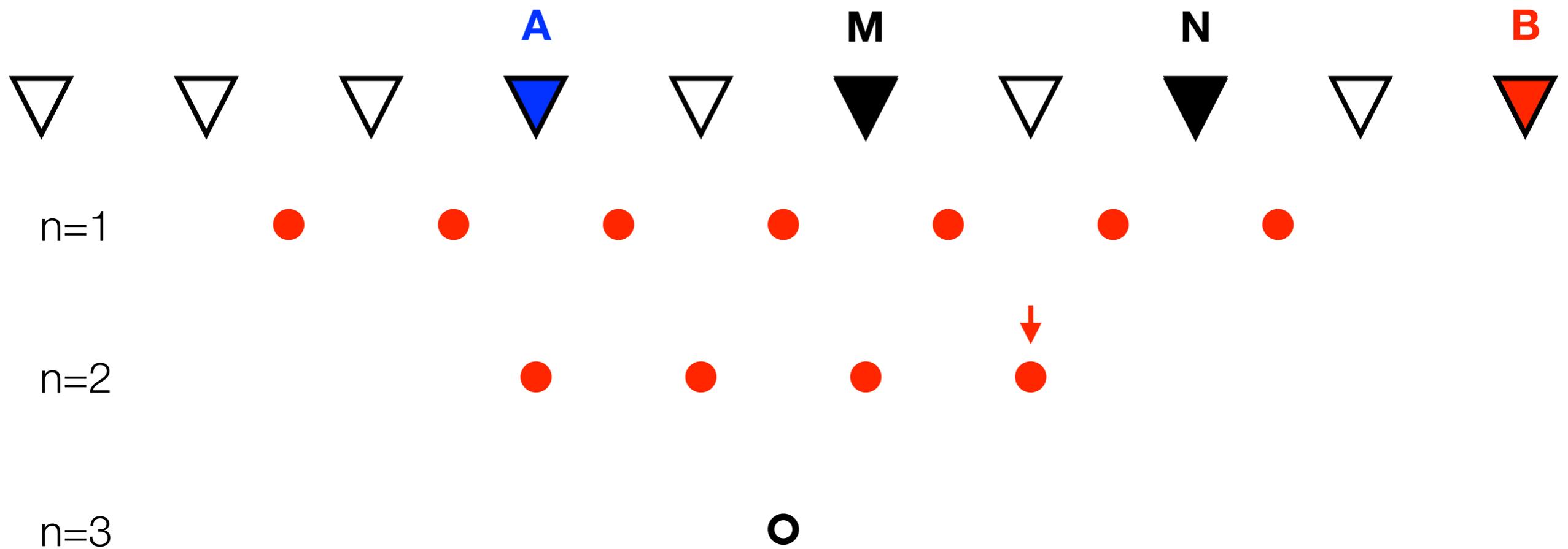
Pseudosection



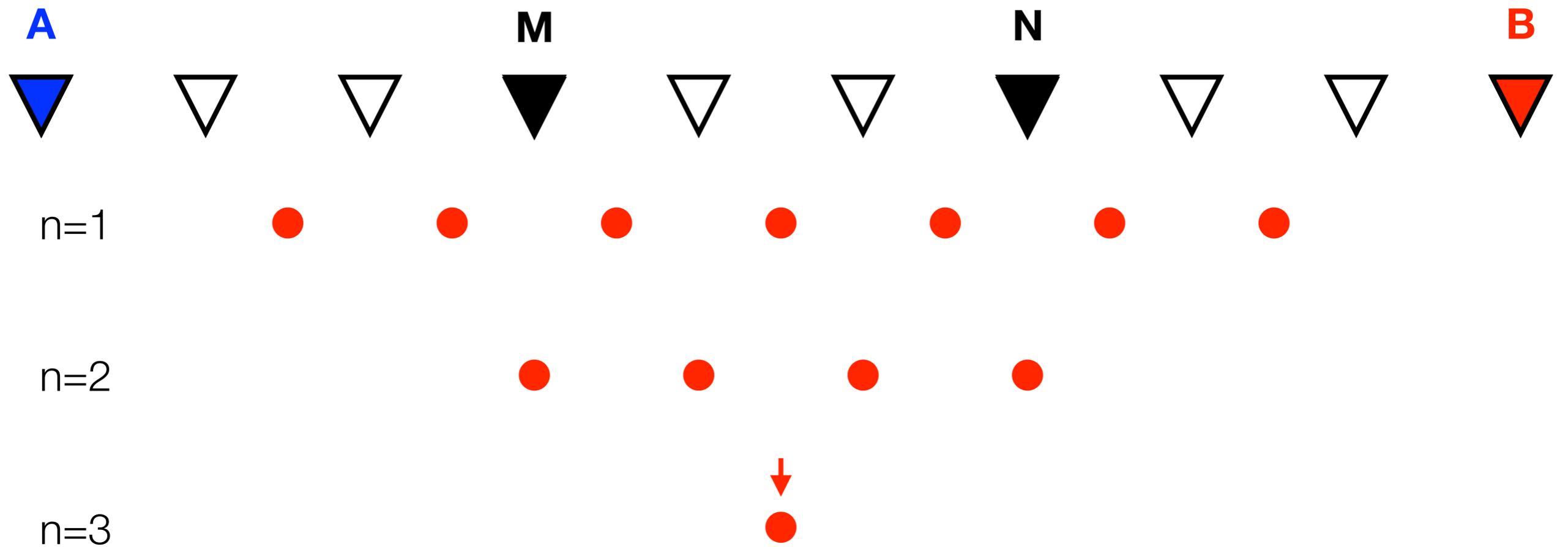
Pseudosection



Pseudosection

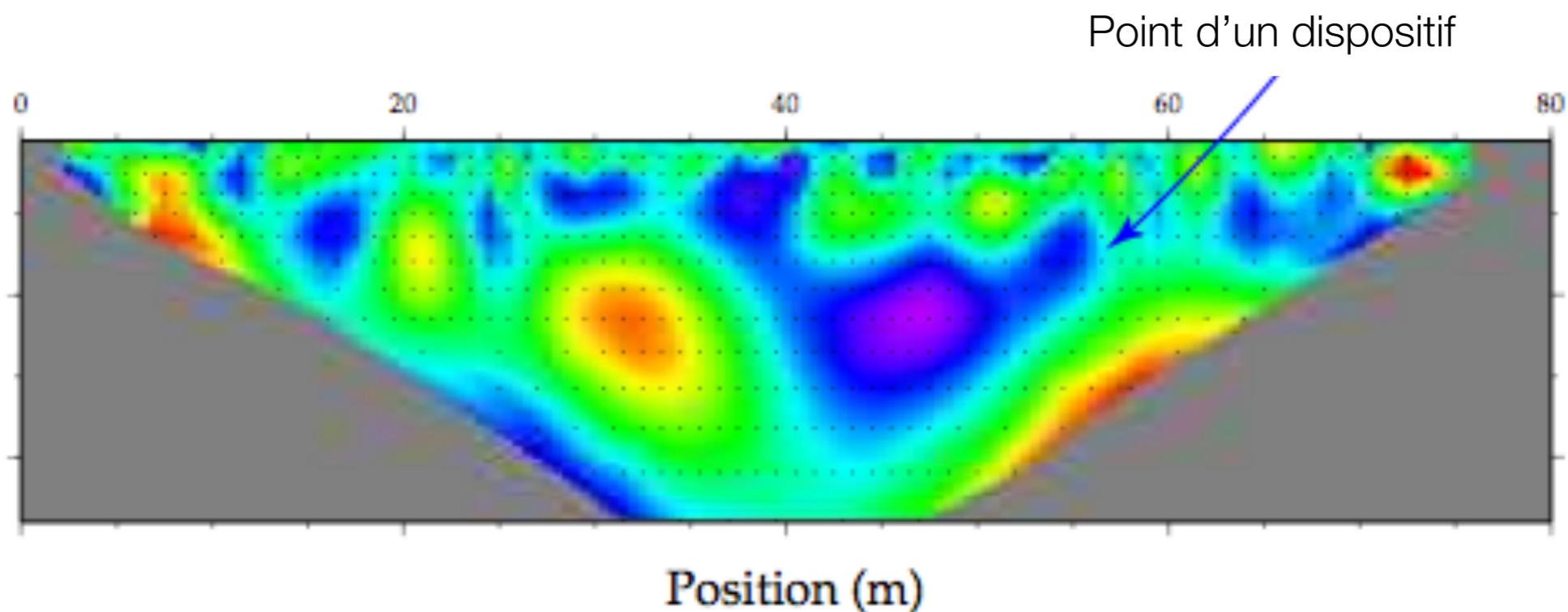


Pseudosection



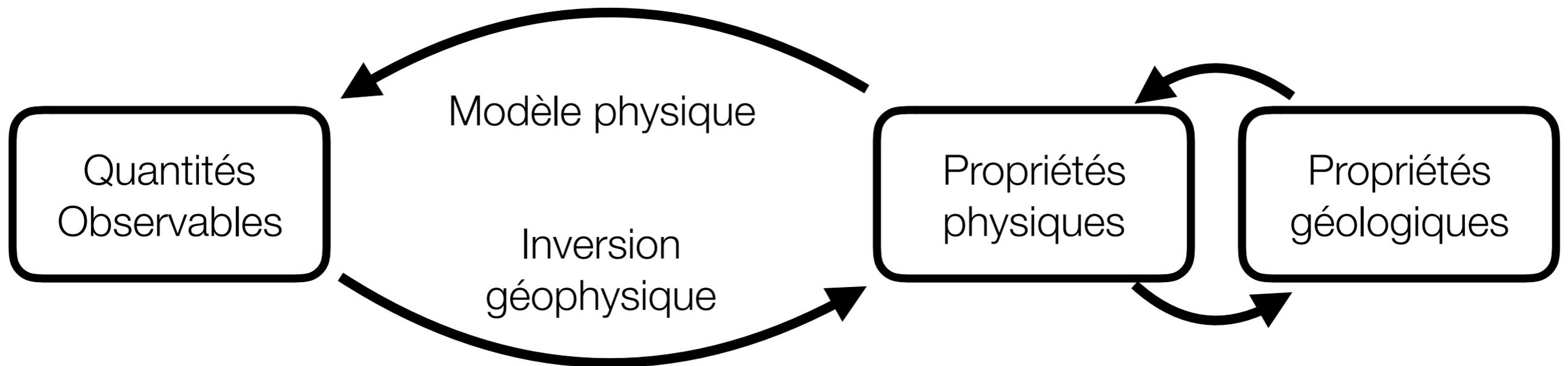
Pseudosection

- On met en carte les données de la pseudosection
- Historiquement, les pseudosections étaient interprétées directement.
- Ce n'est qu'une carte des **résistivités apparentes**.
- Pour retrouver un modèle plus représentatif de la vraie résistivité, on doit utiliser l'inversion.



Inversion

Propriétés physiques et modèles physiques



En géophysique, nous voulons faire la **mesure de quantités observables** afin d'**inférer les propriétés physiques** de la sous-surface pour en faire un **interprétation géologique**.

Inversion: Définitions

Inversion: Processus permettant de déterminer les paramètres d'un modèle géophysique à partir de mesures de la réponse de ce modèle.

Dans le cas de l'électricité:

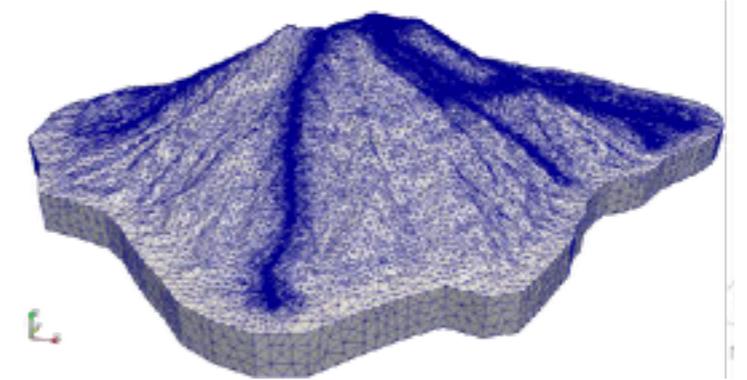
- Mesures ou données \mathbf{d} : Les voltages, le courant ainsi que la disposition des électrodes. Ces facteurs sont regroupés dans une seule valeur, la **résistivité apparente**.
- Paramètres \mathbf{m} : Ce sont les valeurs de **résistivité électrique vraie**.
- Modèle $F(\mathbf{m})$: La loi physique qui permet de prédire les données à partir des paramètres est ici la **loi d'Ohm généralisée**.

Inversion: Modélisation directe

L'inversion se base sur notre capacité à modéliser numériquement les données qui auraient été mesurées pour une distribution arbitraire des paramètres. On parle de **modélisation directe**.

Mathématiquement:

$$\begin{cases} \mathbf{d} = F(\mathbf{m}) \\ \nabla \cdot (\sigma(\mathbf{x}) \nabla V(\mathbf{x})) = I \delta(\mathbf{x}) \\ \rho_a = K \frac{\Delta V}{I} \end{cases}$$

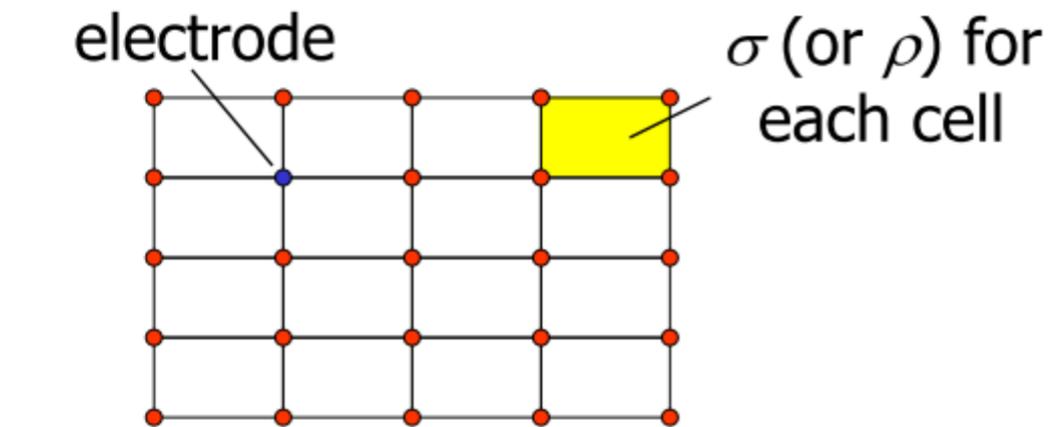


Simulation numérique

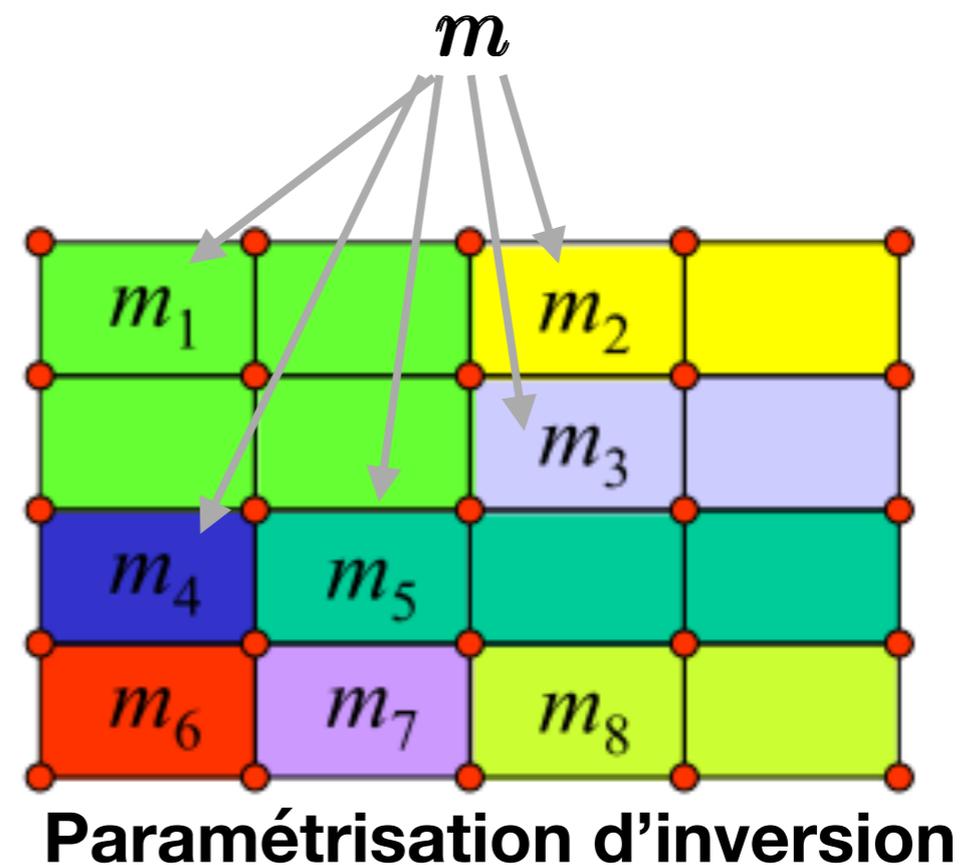
Paramètres d'inversion

Lors de l'inversion, le modèle est discretisé. Ceci est requis lors de la modélisation numérique de la loi d'Ohm.

Une discrétisation est aussi requise pour l'inversion, qui peut être la même ou non que lors de la simulation.



Discrétisation lors de la simulation numérique



Inversion: Modèle inverse

Malheureusement, la fonction mathématique du modèle directe **n'est pas inversible**:

$$\mathbf{m} = F^{-1}(\mathbf{d})$$

On procède donc par optimisation, en **minimisant l'erreur des données prédites et des données mesurées**. Une façon répandue de mesurer l'erreur est l'erreur quadratique:

$$|\Delta \mathbf{d}|^2 = \sum_i \left(d_i^{\text{predict}} - d_i^{\text{observe}} \right)^2$$

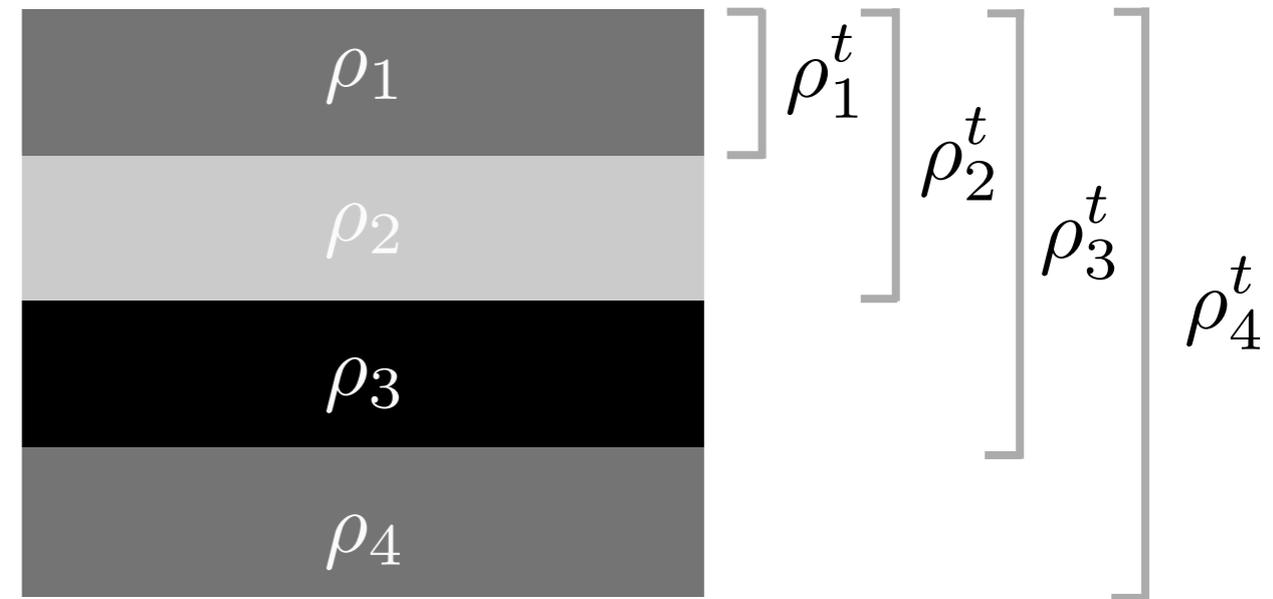
Des **algorithmes d'optimisation** basés sur le gradient, par exemple par la méthode de Newton ou de Gauss-Newton, sont utilisés pour trouver le modèle dont l'erreur est minimale.

Inversion: exemple linéaire

Des mesures de la **résistivité transversale** ont été faites sur l'échantillon ci-contre.

$$\mathbf{d} = \mathbf{F}\mathbf{m}$$

- Quelles sont les mesures \mathbf{d} ?
- Quels sont les paramètres \mathbf{m} ?
- Quel est le modèle \mathbf{F} ?



$$\rho_1^t = 10 \text{ } \Omega m$$

$$\rho_2^t = 55 \text{ } \Omega m$$

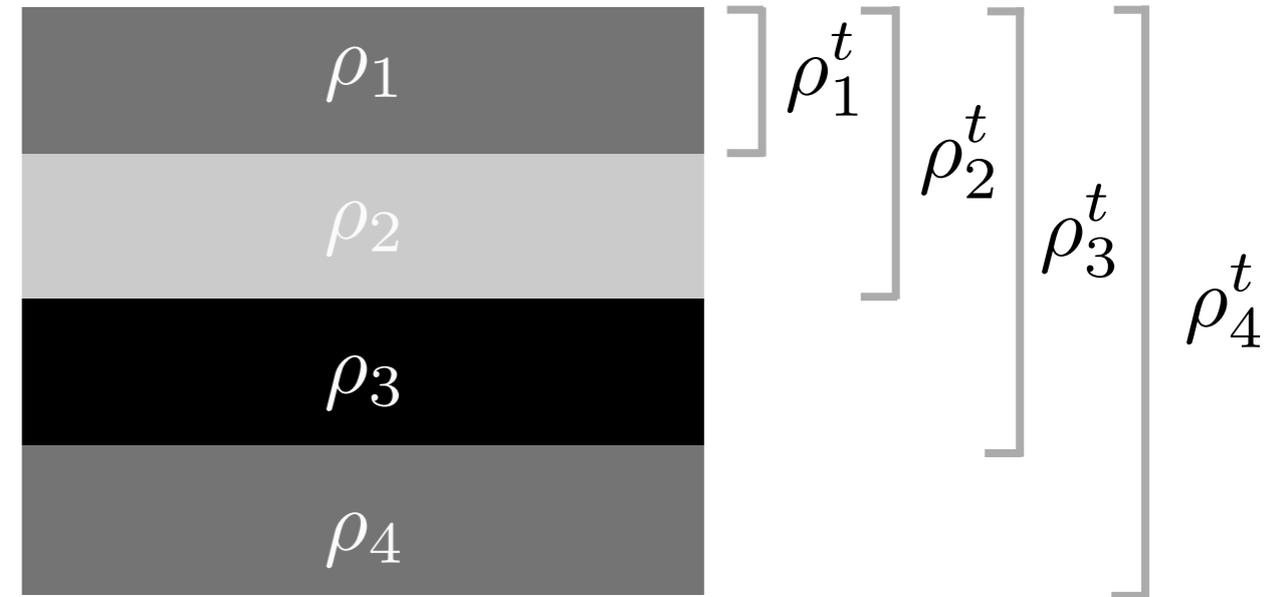
$$\rho_3^t = 370 \text{ } \Omega m$$

$$\rho_4^t = 327.5 \text{ } \Omega m$$

Inversion: exemple linéaire

Le modèle physique est donné par l'équation de la résistivité transversale:

$$\rho_t = \frac{\sum_i^n h_i \rho_i}{\sum_i^n h_i}$$

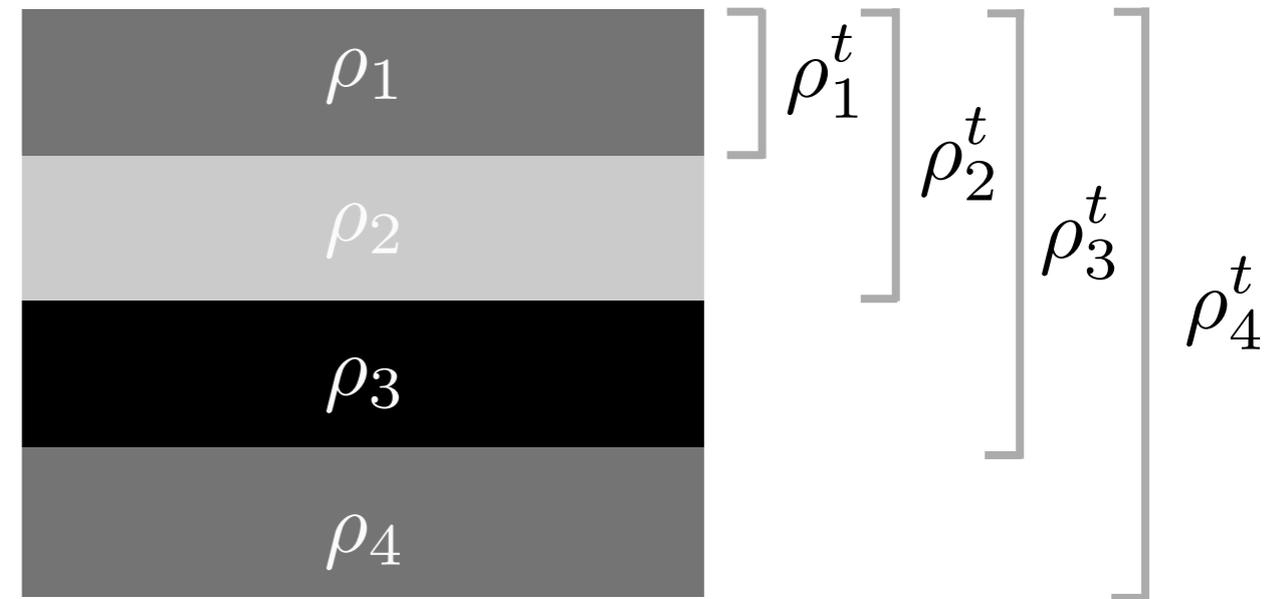


$$\underbrace{\begin{bmatrix} \rho_1^t \\ \rho_2^t \\ \rho_3^t \\ \rho_4^t \end{bmatrix}}_d = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 & 0 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \end{bmatrix}}_F \underbrace{\begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \\ \rho_4 \end{bmatrix}}_m$$

Inversion: exemple linéaire

Le modèle physique est donné par l'équation de la résistivité transversale:

$$\rho_t = \frac{\sum_i^n h_i \rho_i}{\sum_i^n h_i}$$



$$\underbrace{\begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \\ \rho_4 \end{bmatrix}}_m = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 4 \end{bmatrix}}_{F^{-1}} \underbrace{\begin{bmatrix} 10 \\ 55 \\ 370 \\ 327.5 \end{bmatrix}}_d = \begin{bmatrix} 10 \\ 100 \\ 1000 \\ 200 \end{bmatrix}$$

Inversion: Quelques critères importants

Pour que l'inversion fonctionne, il faut:

- Plus d'équations que d'inconnues;
- Pas de bruit sur les données;
- Le problème est bien posé et bien conditionné: (de faible variation des données causent de faible variations des paramètres)

En effet, lorsqu'on résout un système linéaire, il faut le même nombre d'équations que d'inconnus, et il faut que chaque équation soit indépendante.

Les problèmes sont souvent mal posés en inversion. On doit donc régulariser!

Inversion: Régularisation

Vous devez résoudre le système linéaire suivant:

$$\begin{aligned}m_1 + 2m_2 - m_3 + m_4 &= 6 \\ -m_1 + m_2 + 2m_3 - m_4 &= 2\end{aligned}$$

Plus d'inconnues que d'équations... une infinité de solutions. Mais vous devez quand même fournir une réponse, car vous êtes ingénieur(e)s.

Voici un ensemble de solutions possibles:

$$m^A = (2.000, 2.000, 2.000, 2.000)$$

$$m^B = (0.444, 2.622, 0.134, 0.446)$$

$$m^C = (-2.408, 2.630, 0.109, 3.256)$$

$$m^D = (2.002, 2.846, -0.537, -2.230)$$

Inversion: Régularisation

On doit rentrer un a priori sur le modèle:

- Modèle lisse: minimiser $\sum_i m_i^2$

$m^A = (2.000, 2.000, 2.000, 2.000)$	small = 16.00
$m^B = (0.444, 2.622, 0.134, 0.446)$	small = 7.23
$m^C = (-2.408, 2.630, 0.109, 3.256)$	small = 23.33
$m^D = (2.002, 2.846, -0.537, -2.230)$	small = 17.36

- Modèle moindre variation: minimiser $\sum_i (m_i - m_{i+1})^2$

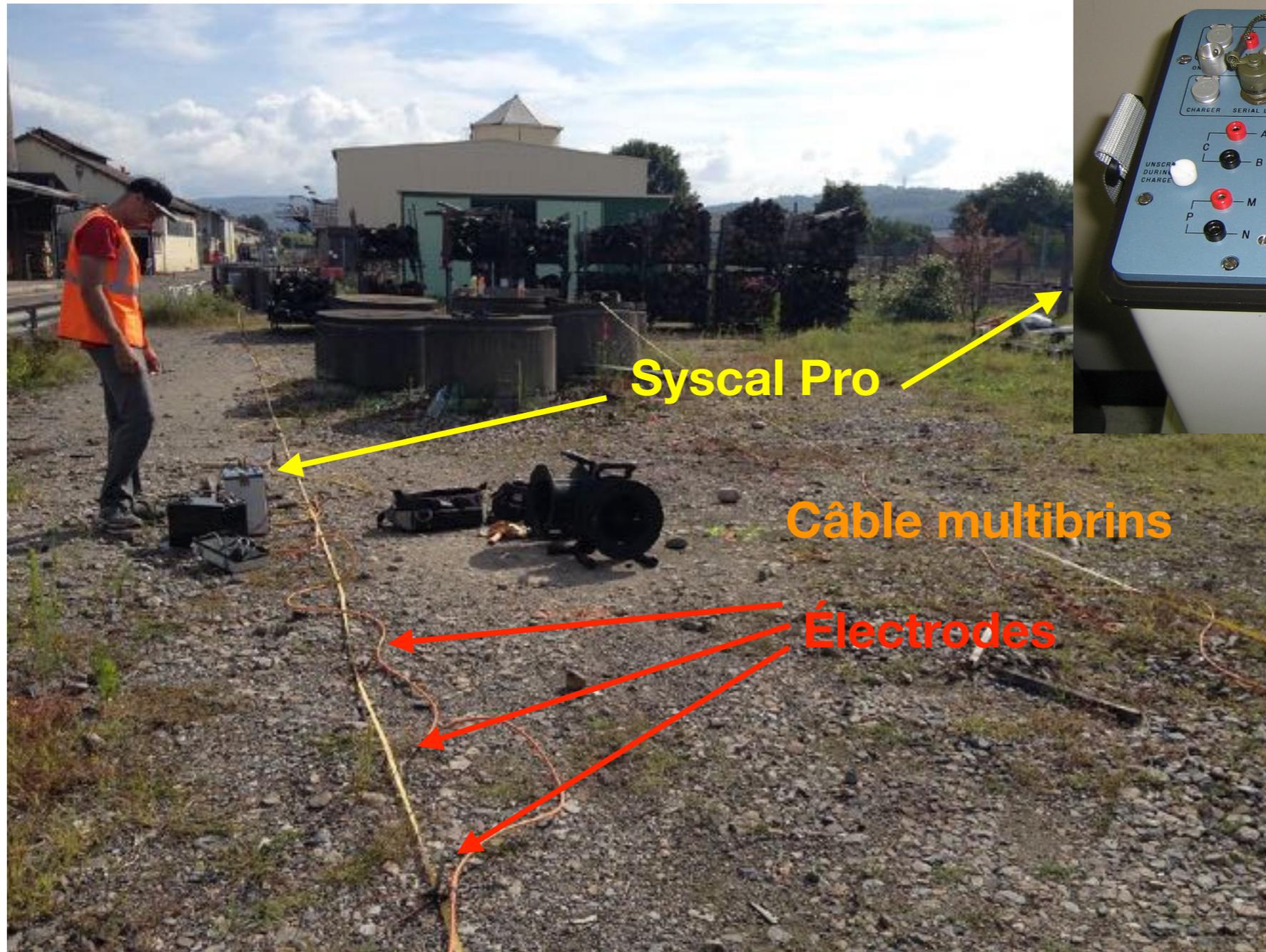
$m^A = (2.000, 2.000, 2.000, 2.000)$	flat = 0.0
$m^B = (0.444, 2.622, 0.134, 0.446)$	flat = 11.02
$m^C = (-2.408, 2.630, 0.109, 3.256)$	flat = 41.61
$m^D = (2.002, 2.846, -0.537, -2.230)$	flat = 15.00

Inversion: récapitulatif

- L'inversion permet de retrouver les résistivités vraies reproduisant la pseudosection mesurée
- Le modèle est non-unique: il faut régulariser la solution et inclure des à-priori géologiques
- Il faut s'assurer que l'ensemble des mesures permettent de retrouver les paramètres recherchés. En d'autres mots, les mesures doivent être sensibles aux paramètres recherchés.
- Ce dernier point passe, entre autres, par une **configuration d'électrodes appropriée.**

Configurations d'acquisition

Mesures de tomographie



Dispositifs d'acquisition

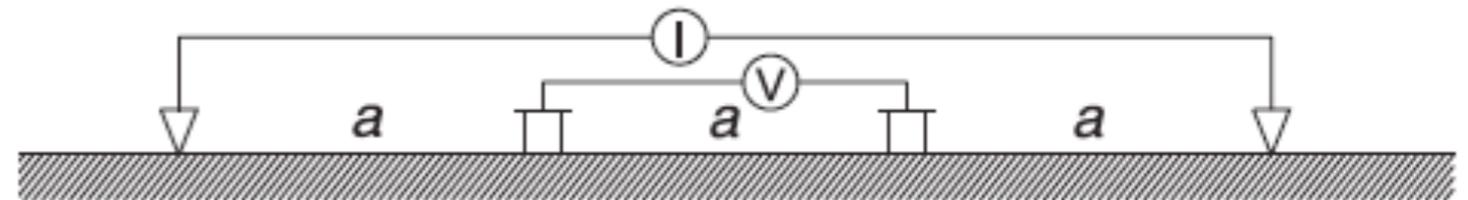
Nous avons vu que les dispositifs de Wenner lors des sondages. Il existe cependant une multitude de configurations d'électrodes, chacune ayant des avantages et des inconvénients. En particulier, le choix se fait selon:

- La profondeur d'investigation
- Leur sensibilité aux variations de résistivité
- La facilité de leur mise en place
- La résolution désirée

Dispositifs de Wenner

Facteur géométrique:

$$K = 2\pi a$$



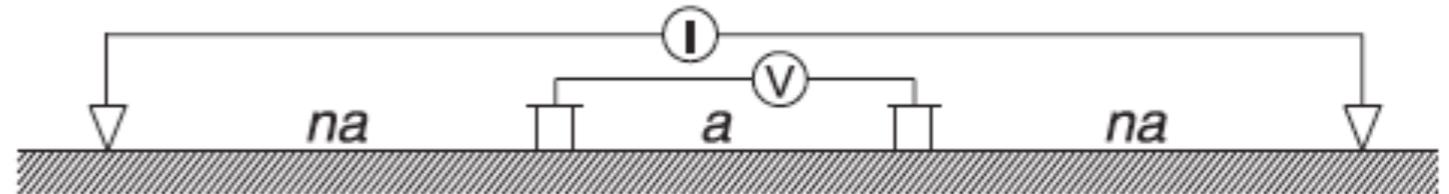
Dispositif de Wenner

- recommandé pour les structures horizontales,
 - profondeur d'investigation plus faible que celle du Dipôle-Dipôle et du Wenner Schlumberger (entre $0.11L$ et $0.17L$ ($L=3a$)),
 - le nombre de points à l'acquisition est inférieur à celui du Dipôle-Dipôle et du Wenner-Schlumberger; cet effet se fait surtout sentir sur les bords du dispositif.
-

Dispositifs Wenner-Schlumberger

Facteur géométrique:

$$K = \pi(n)(n + 1)a$$



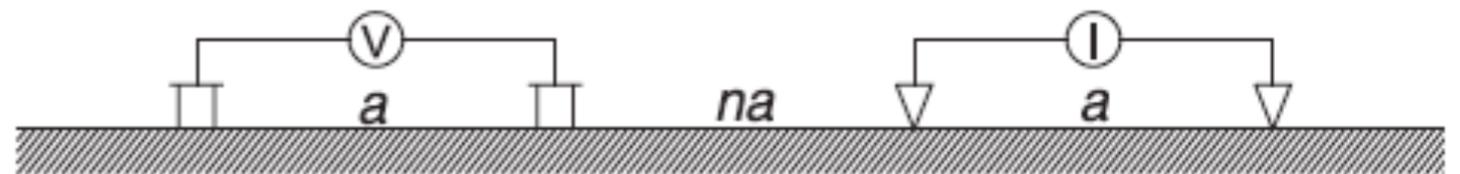
Dispositif Wenner-Schlumberger :

- recommandé à la fois pour les structures horizontales et verticales,
 - La profondeur d'investigation est d'environ 10 % plus élevée qu'avec Wenner (entre $0.125L$ et $0.19L$ ($L=(2n+1)a$),
 - le nombre de points à l'acquisition est plus grand que pour Wenner mais inférieur à celui du Dipôle-Dipôle.
-

Dispositifs dipôle-dipôle

Facteur géométrique:

$$K = \pi(n)(n + 1)(n + 2)a$$

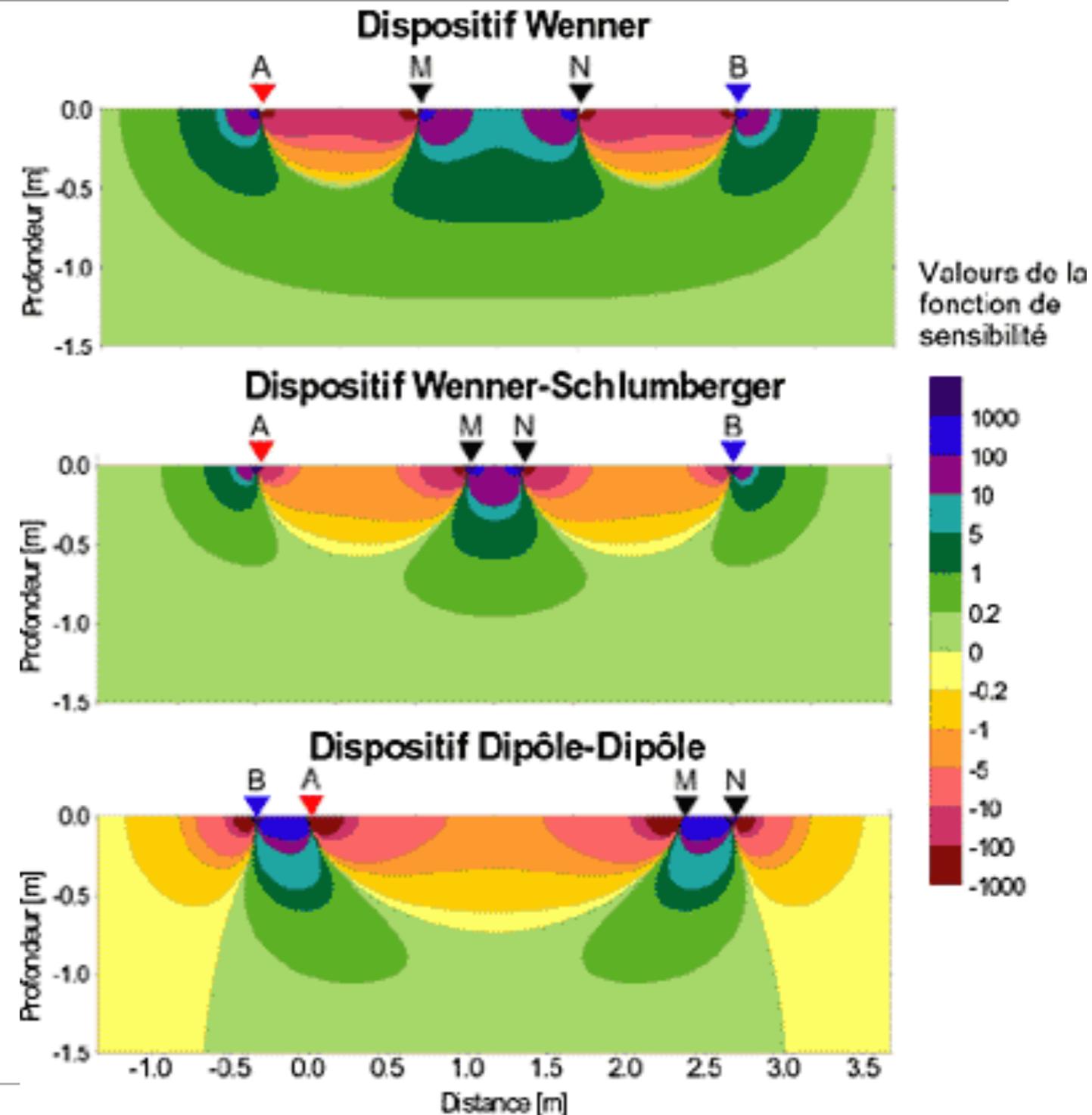


Dispositif Dipôle-Dipôle :

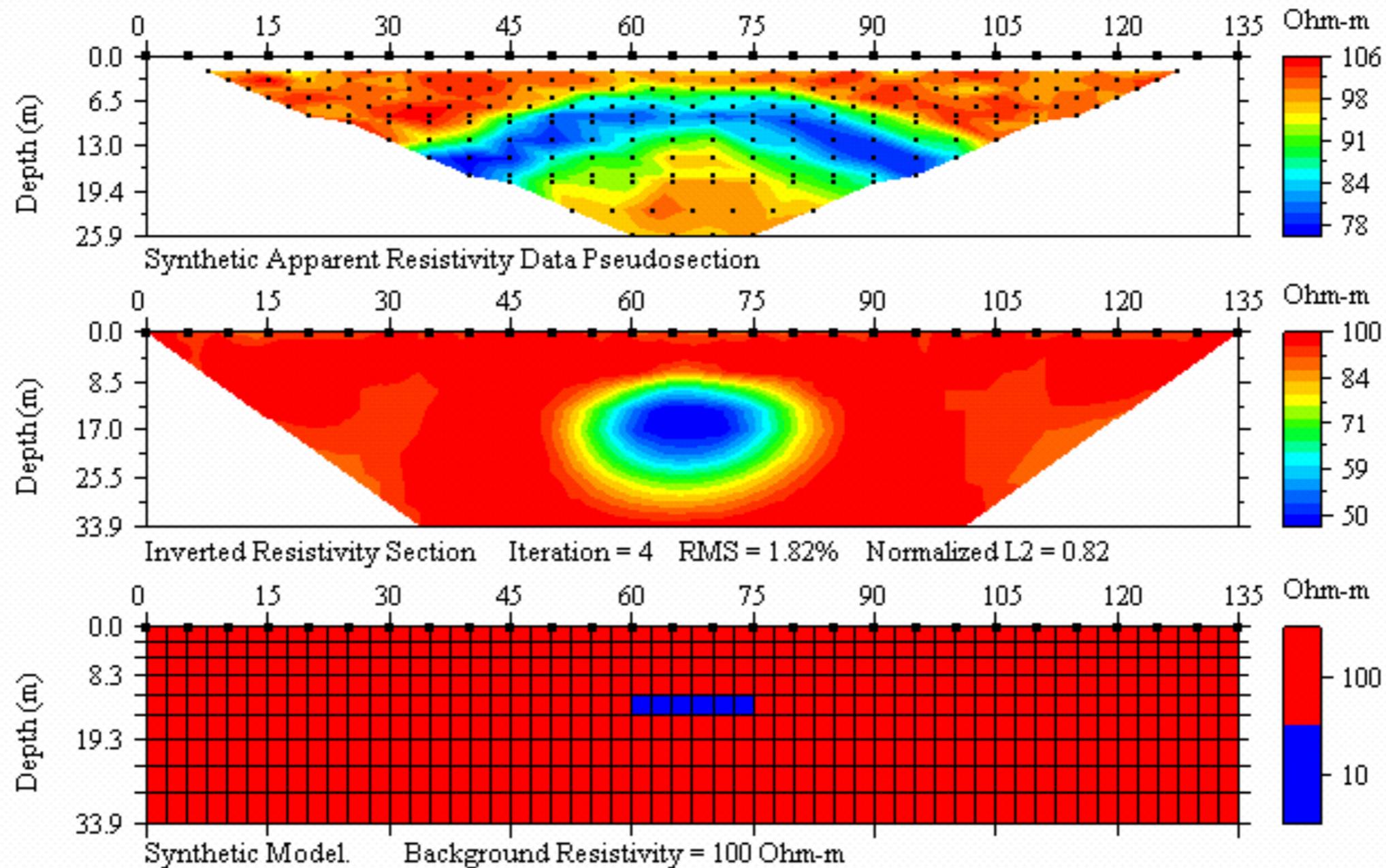
- recommandé surtout pour les structures verticales;
 - la profondeur d'investigation plus grande que pour Wenner et Wenner-Schlumberger (entre $0.195L$ et $0.25L$ ($L=(n+2)a$)),
 - le nombre de points à l'acquisition est plus grand que pour Wenner et Wenner-Schlumberger,
 - nécessite des appareils sensibles et un bon couplage des électrodes avec le sol.
-

Sensibilité

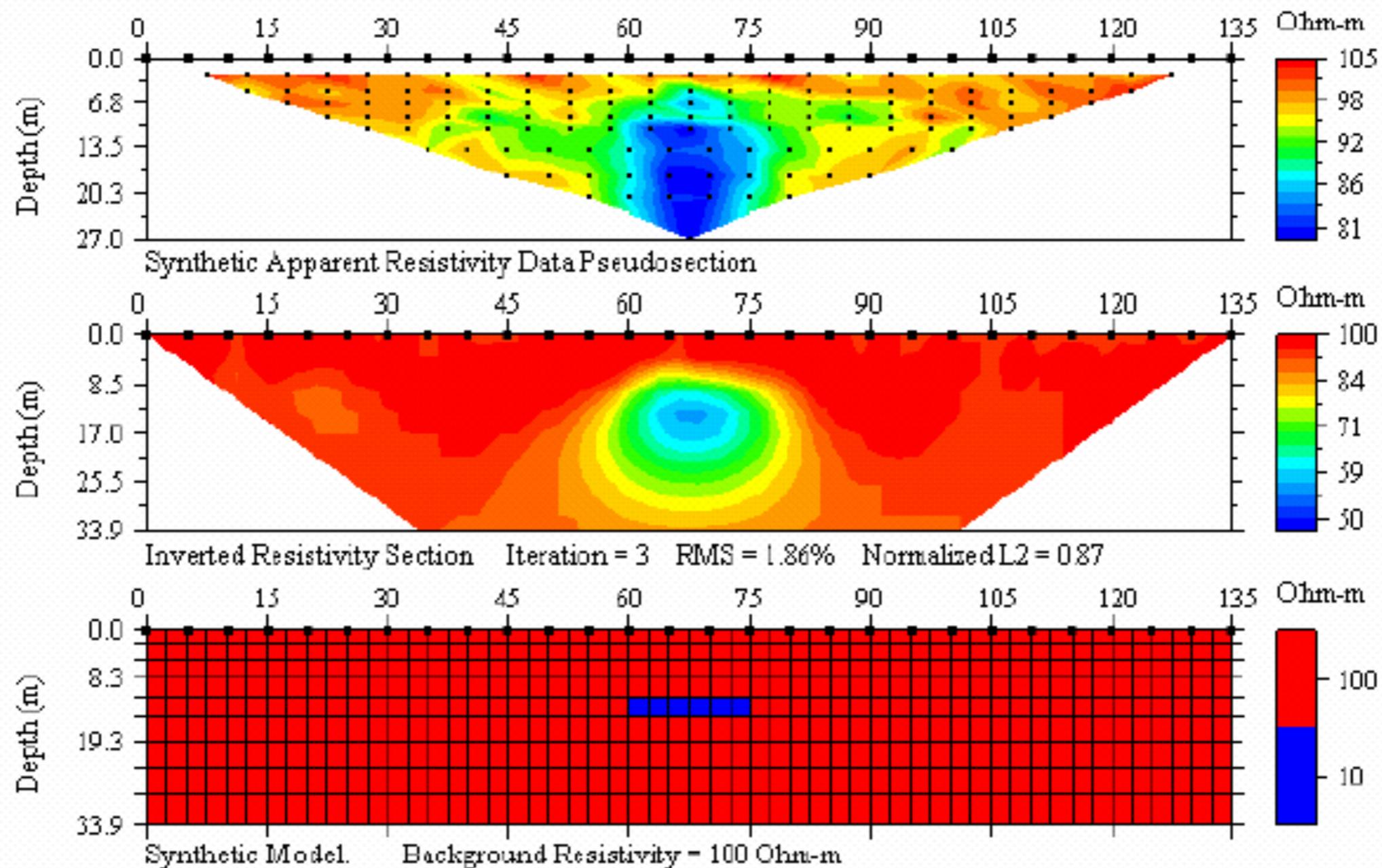
- Les différents dispositifs ont différentes sensibilités
- La sensibilité représente l'influence des mesures aux variations de résistivité de la sous surface.
- Plus la magnitude de la sensibilité est grande, plus les mesures sont affectées par cet endroit du modèle
- En bref, la sensibilité nous indique comment le dispositif moyenne les mesures dans le sol.



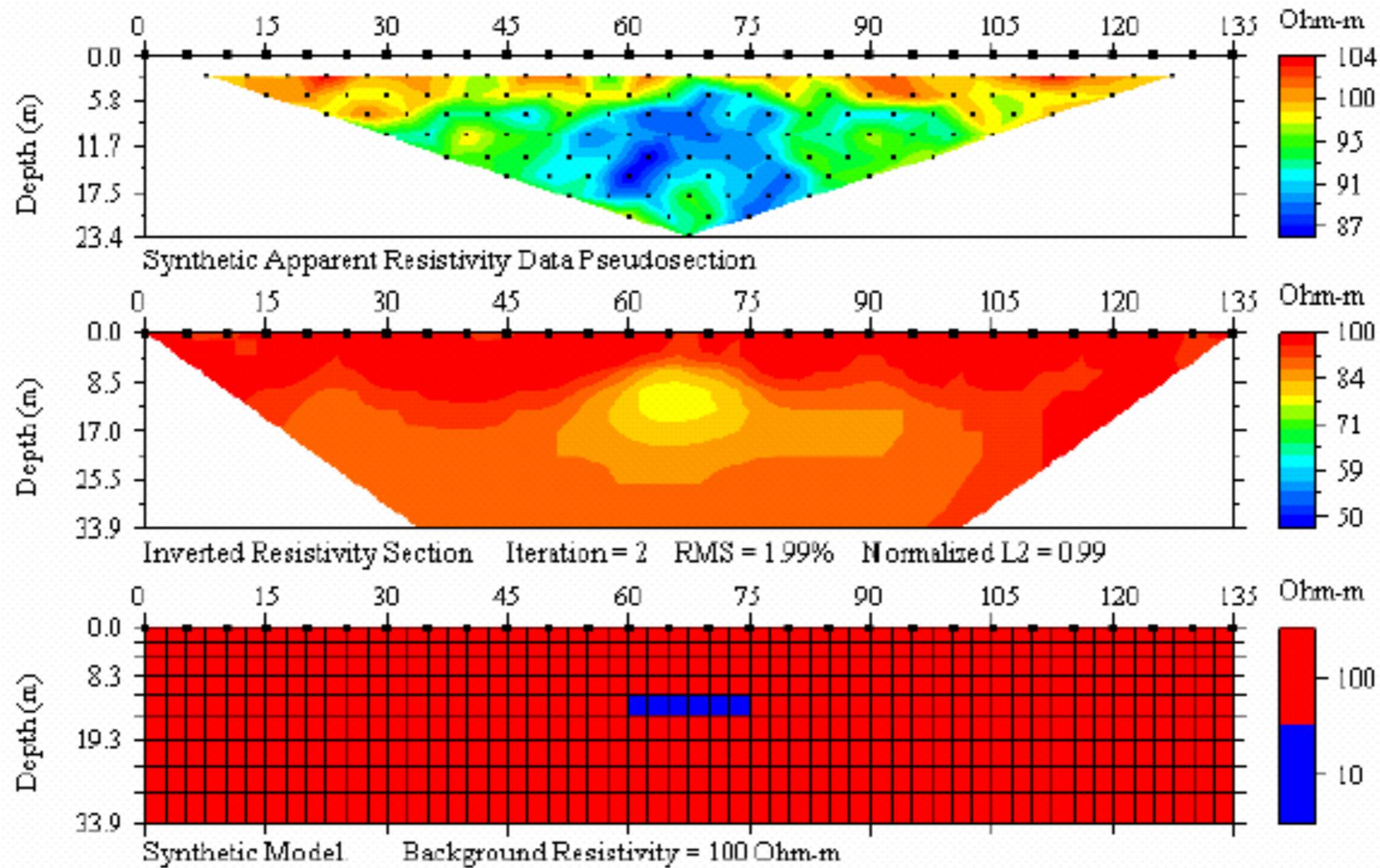
Plaque mince, dispositif dipôle-dipôle



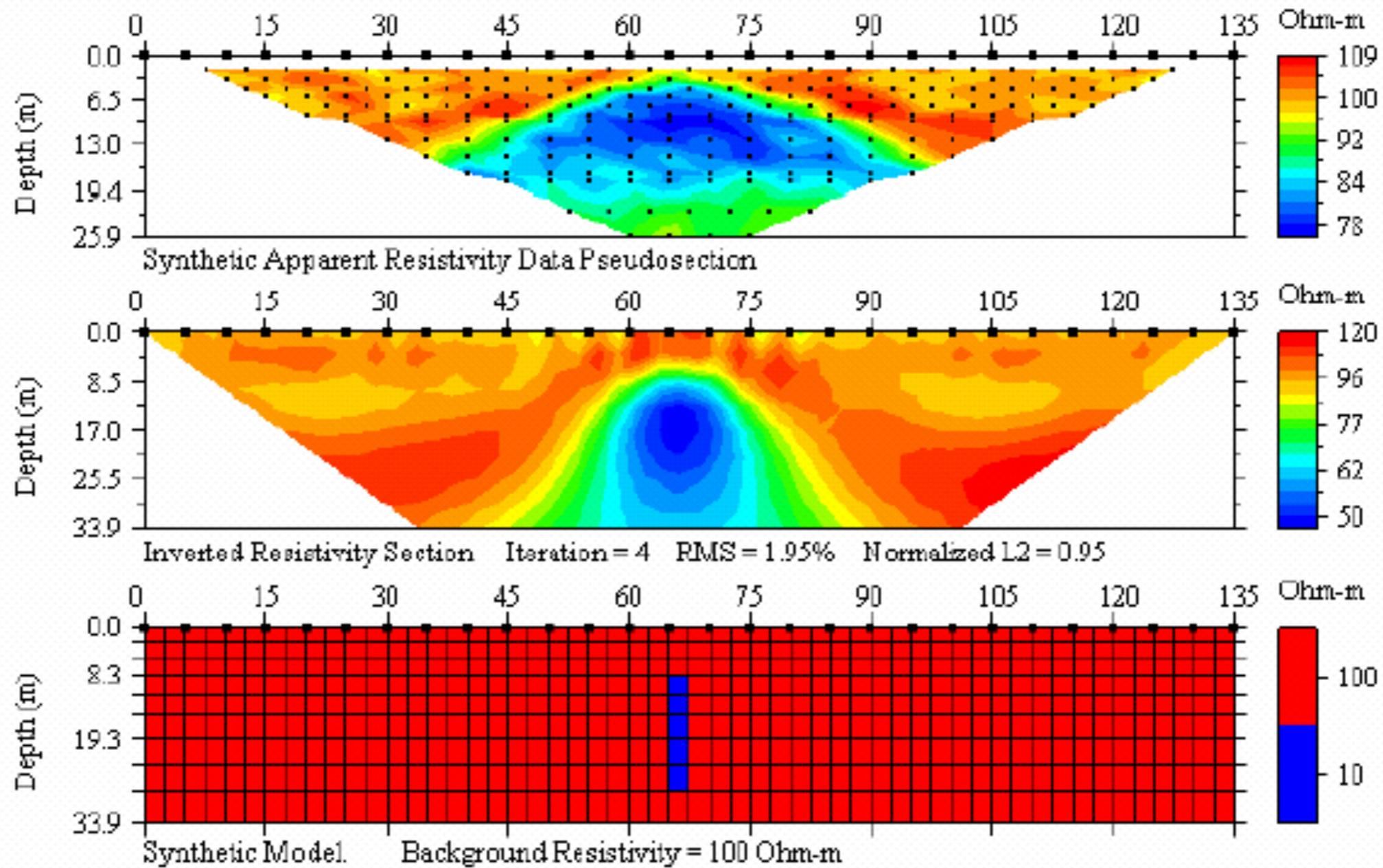
Plaque mince, dispositif Schlumberger



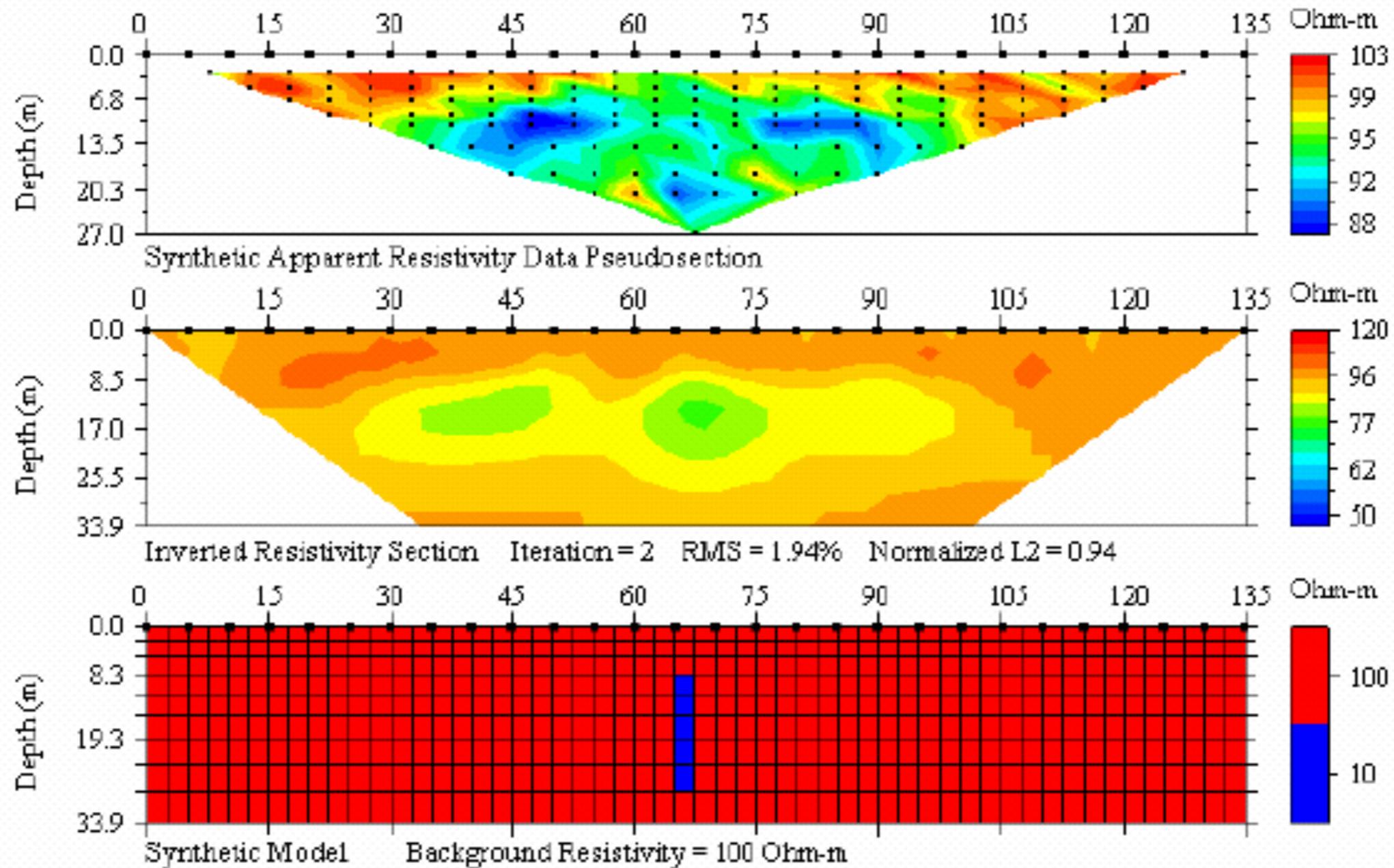
Plaque mince, dispositif Wenner



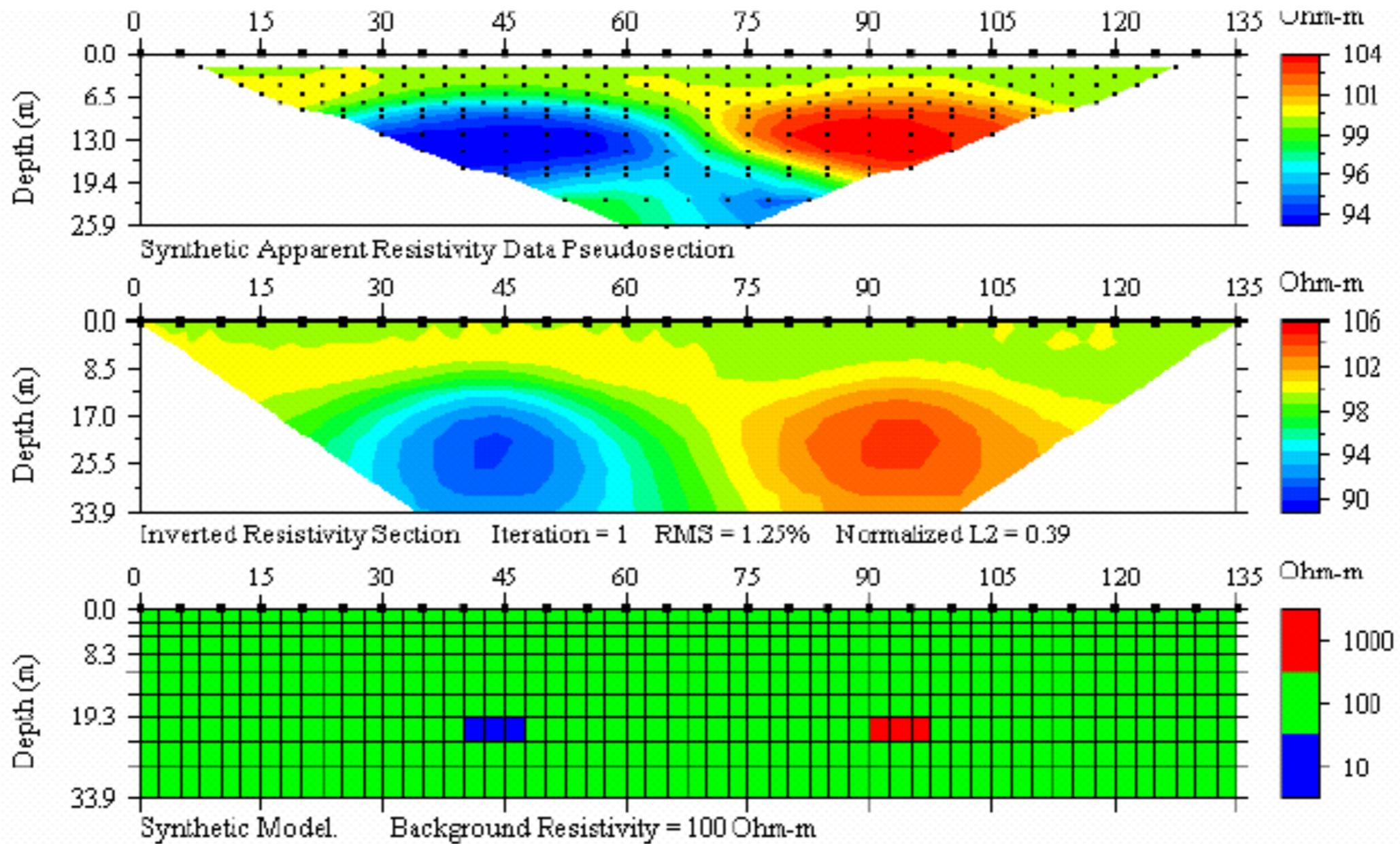
Dyke: Dispositif dipôle-dipôle



Dyke: Dispositif Schlumberger



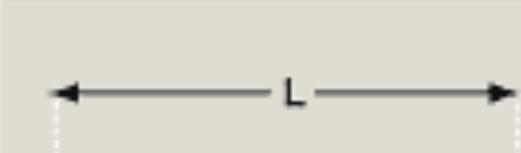
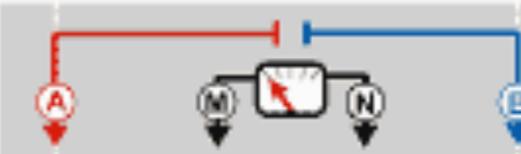
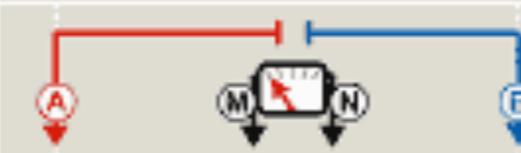
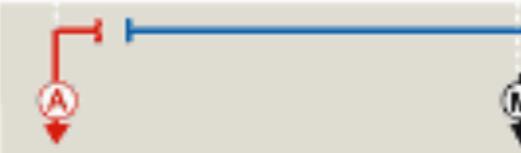
Deux blocs: Dispositif dipôle-dipôle



Espacement des électrodes

- **Détermination de l'espacement maximal:**
L'espacement maximal est déterminé par la profondeur d'investigation désirée
- **Détermination de l'espacement inter électrode:**
Des espacements plus faibles entre les électrodes permettent une meilleure résolution

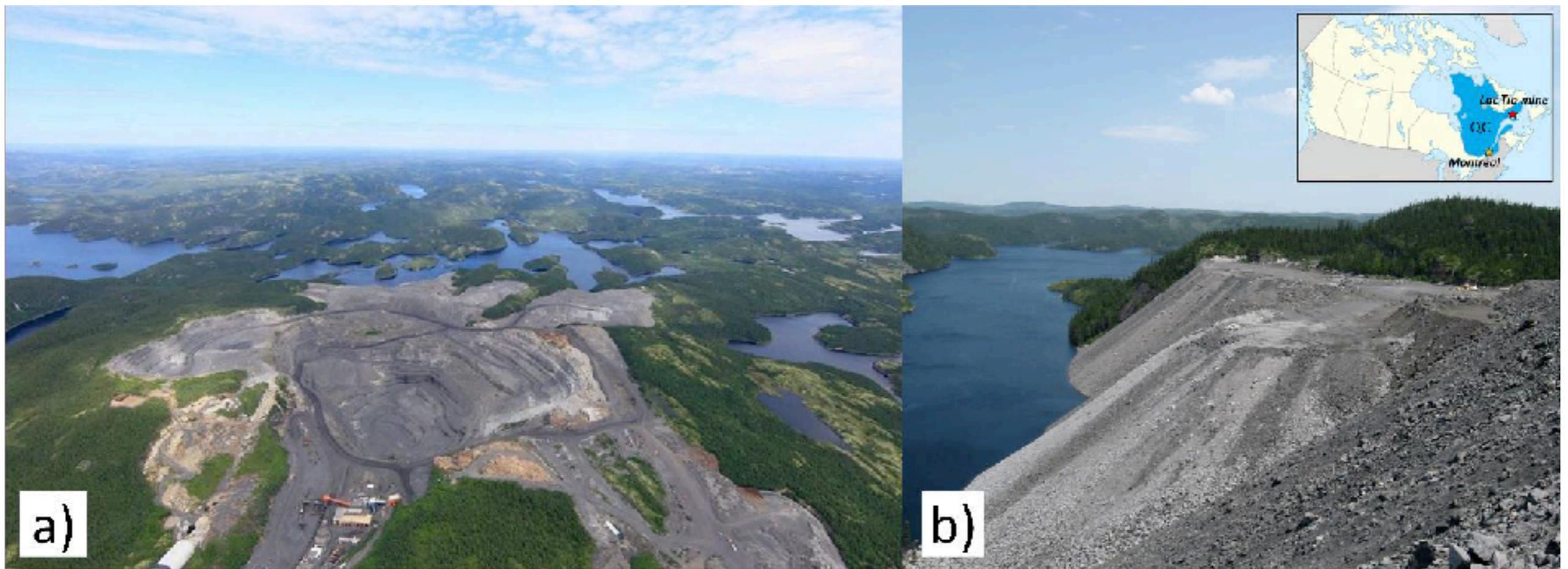
Il faut donc faire un compromis entre résolution et profondeur d'investigation pour un nombre limité d'électrodes.

Dispositifs		Prof. d'investigation	
		Roy (1971)	Barker (1989)
Wenner		0.11L	0.17L
Schlumberger		0.125L	0.19L
Dipôle-Dipôle		0.195L	0.25L
Pôle-Pôle		0.35L	

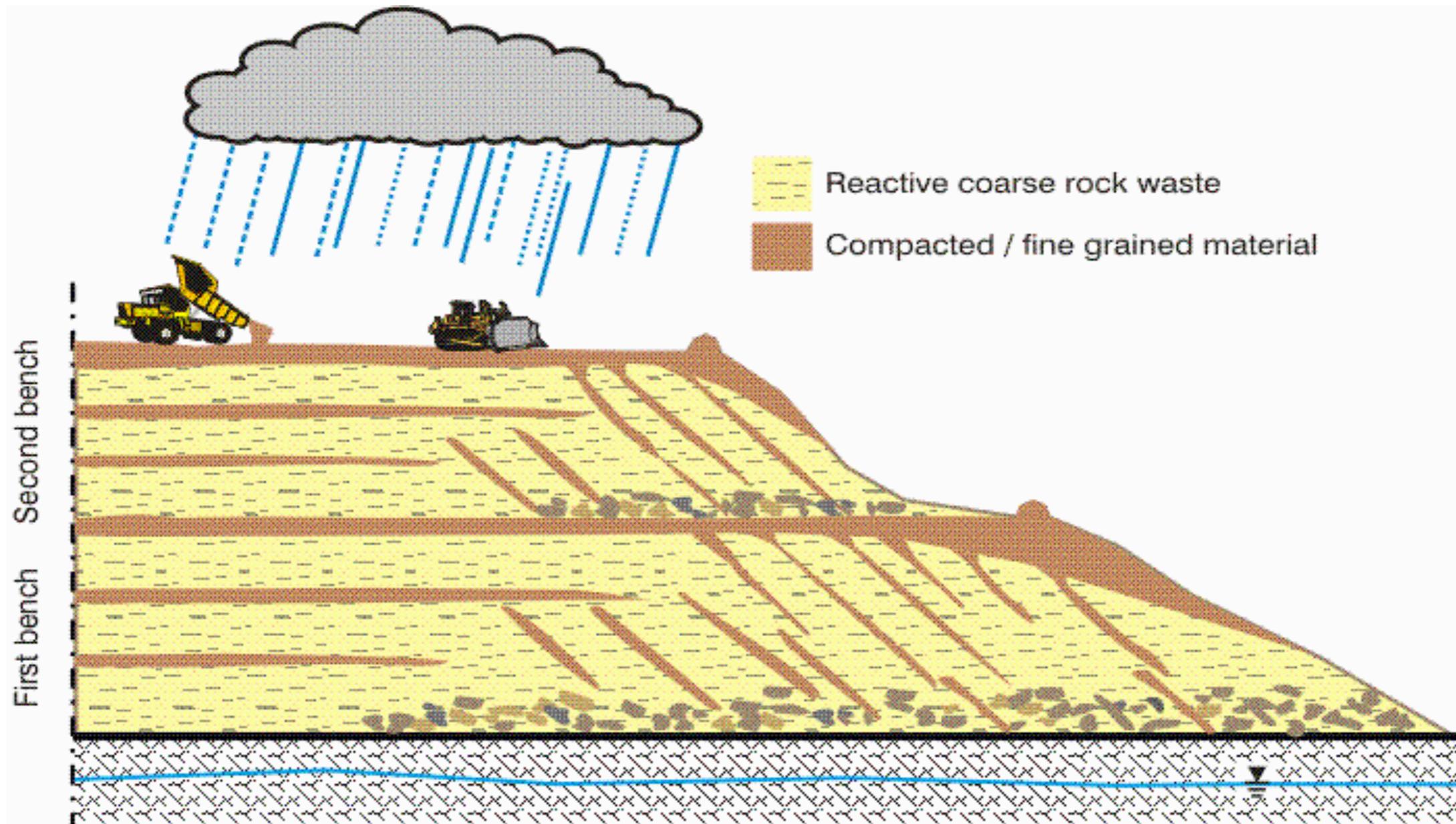
Étude de cas

Problématique: Halde à stérile

Vue aérienne de la mine du Lac Tio à ciel ouvert (Rio Tinto Fer et Titane, QC)



Problématique: Structure d'une halde



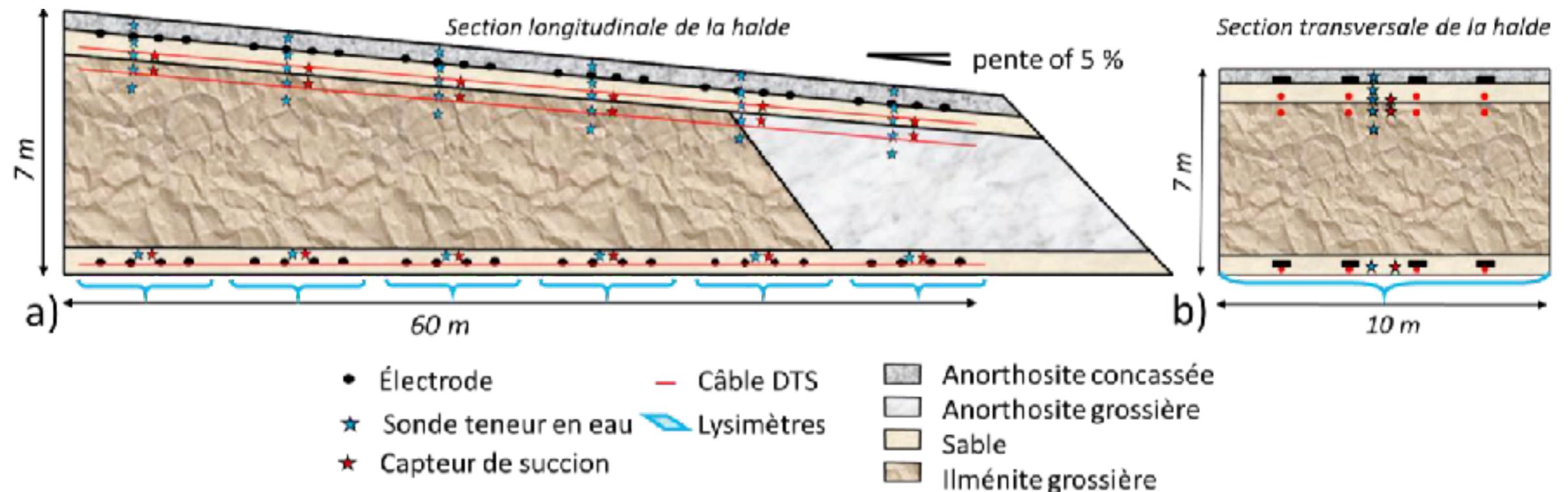
Problématique: Problématique du drainage minier



Site minier Manitou près de Val d'Or (QC)

Problématique: Halde à stérile expérimentale

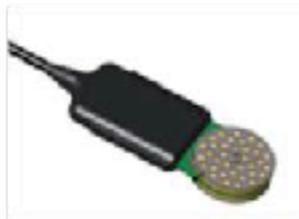
Objectif: Déterminer si la couche de contrôle d'écoulement parvient à dévier l'eau de l'illéménite produit le drainage minier contaminé



Sondes GS3 (Decagon)
Teneur en eau volumique



Sondes MPS-2 (Decagon)
Succion (> 10 kPa)



Débitmètres à auget
Débit des lysimètres

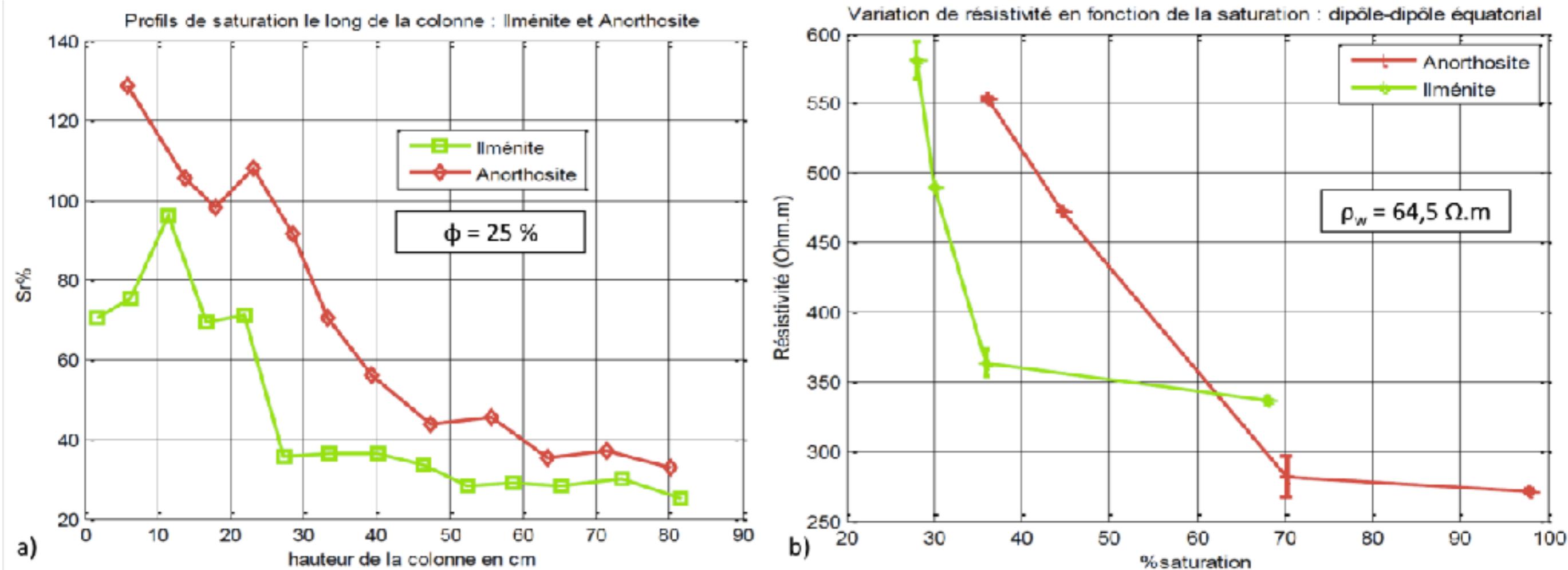


Électrode géophysique
Résistivité électrique

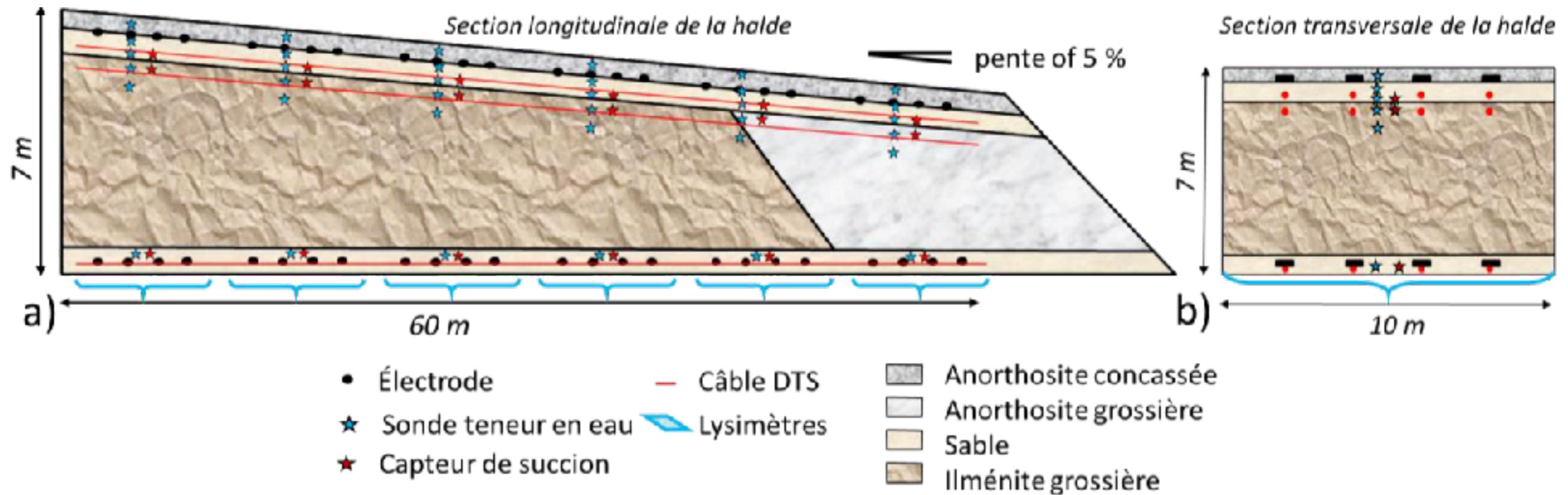


Propriété géophysique

Selon des essais en colonne en laboratoire, la résistivité électrique permet de bien détecter la saturation en eau de l'ilménite et de l'anorthosite.



Méthode géophysique: Tomographie électrique



Sondes GS3 (Decagon)
Teneur en eau volumique



Sondes MPS-2 (Decagon)
Suction (> 10 kPa)



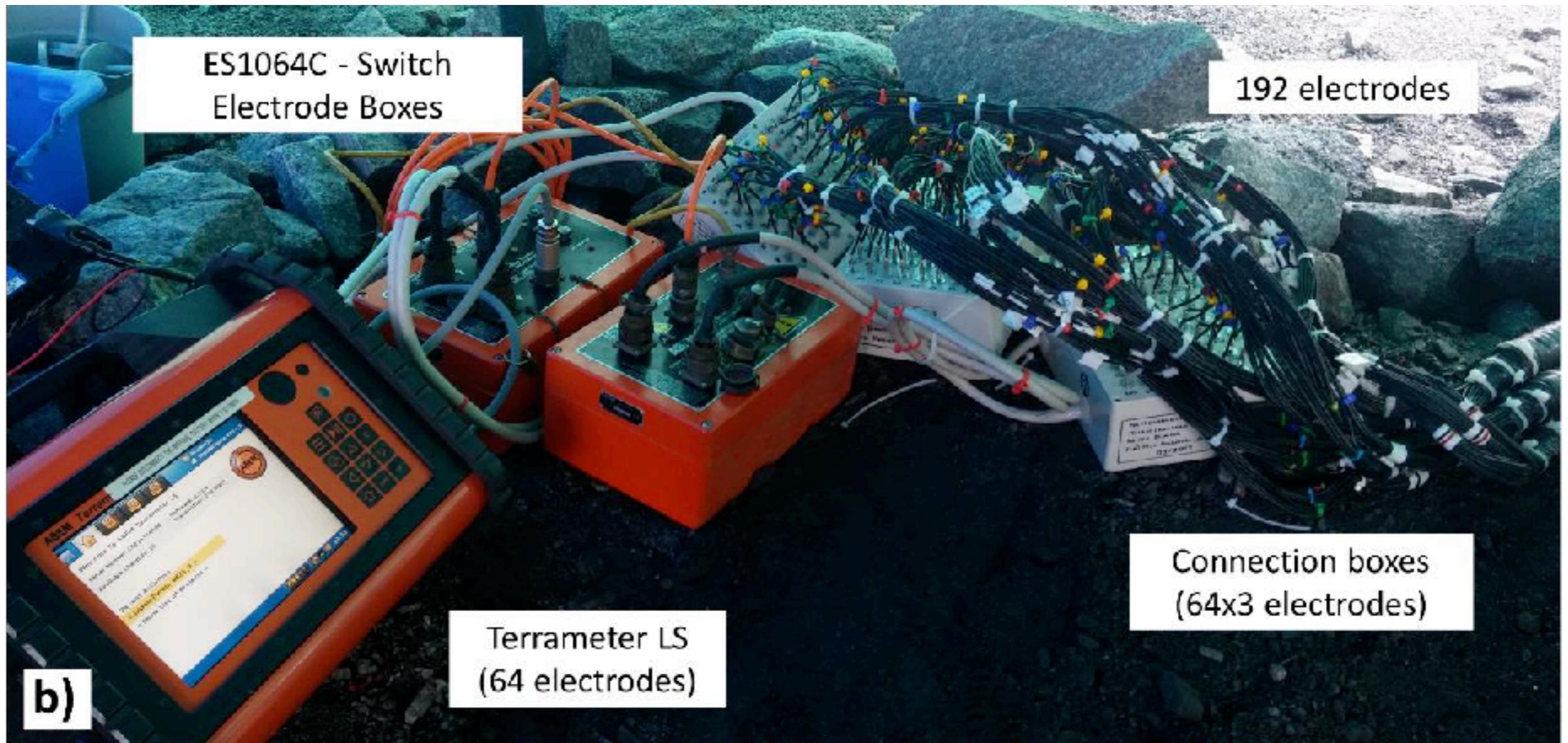
Débitmètres à auget
Débit des lysimètres



Électrode géophysique
Résistivité électrique



Acquisition des données



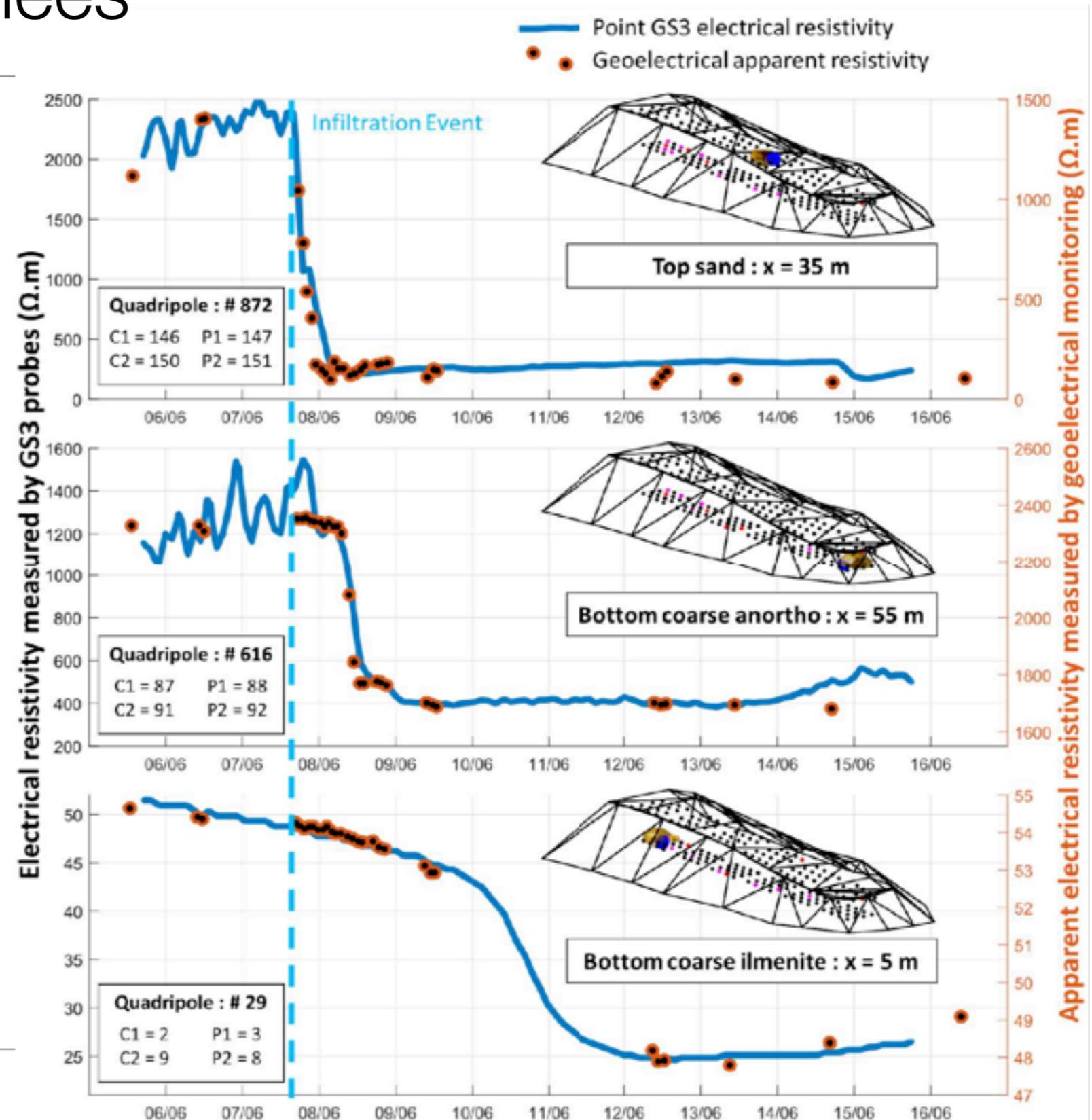
Acquisition des données

Le levé est effectué lors d'un essai d'infiltration, simulant une forte pluie sur la halde.



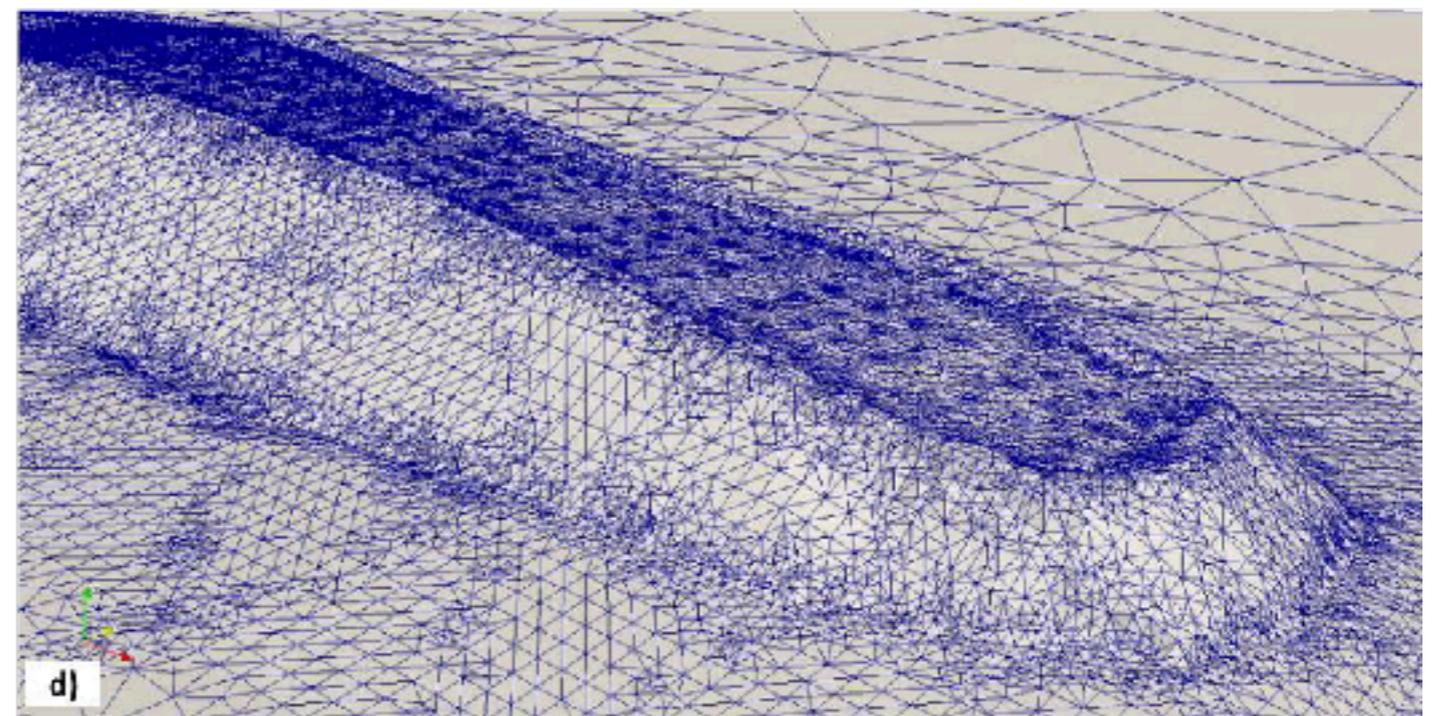
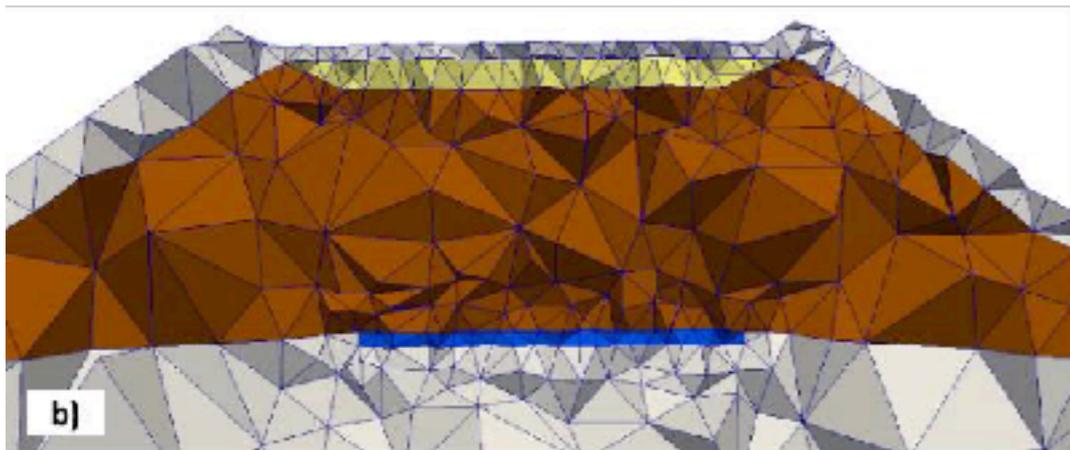
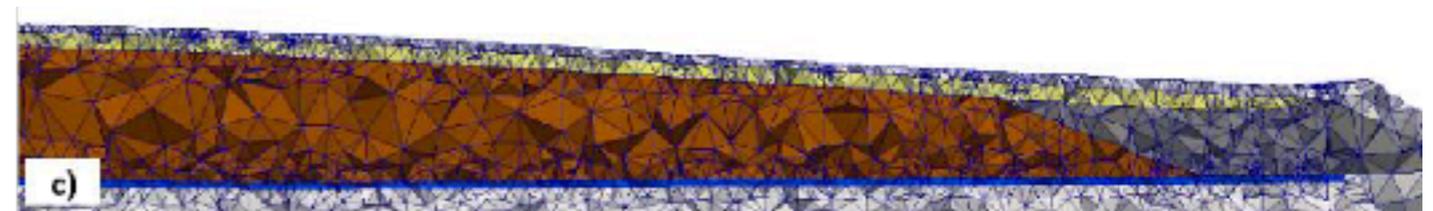
Traitement des données

- L'eau qui s'infiltré est conductrice
- Les résistivité apparentes subissent une forte diminution lors de l'infiltration
- L'eau conductrice agit comme un traceur pour étudier l'écoulement de l'eau dans la halde.

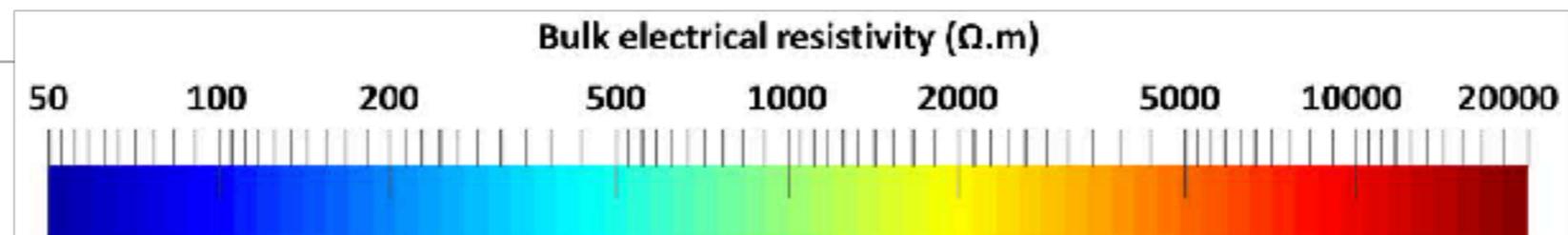
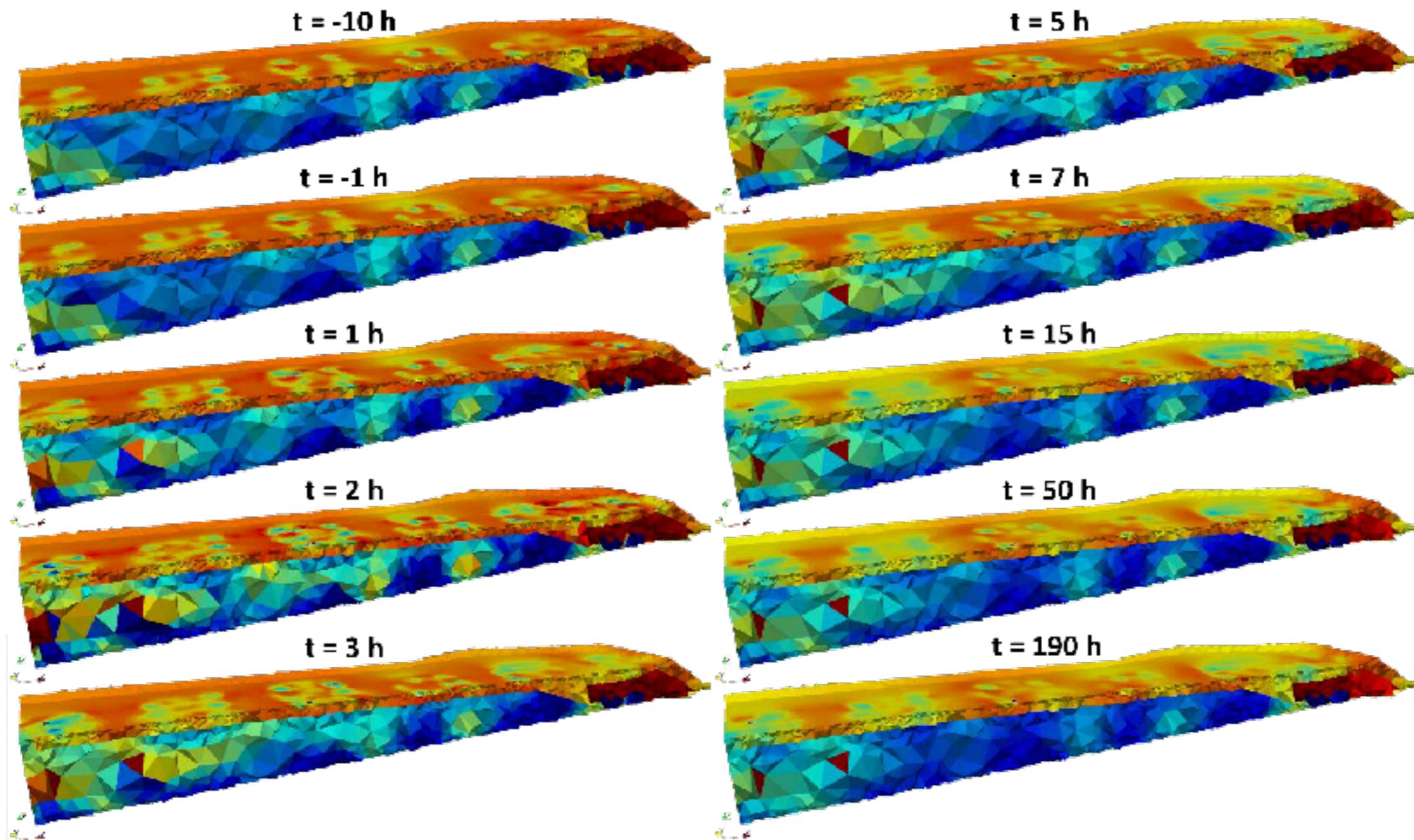


Traitement des données

Une grille se conformant à la topographie complexe a été créée pour la modélisation et l'inversion des données.

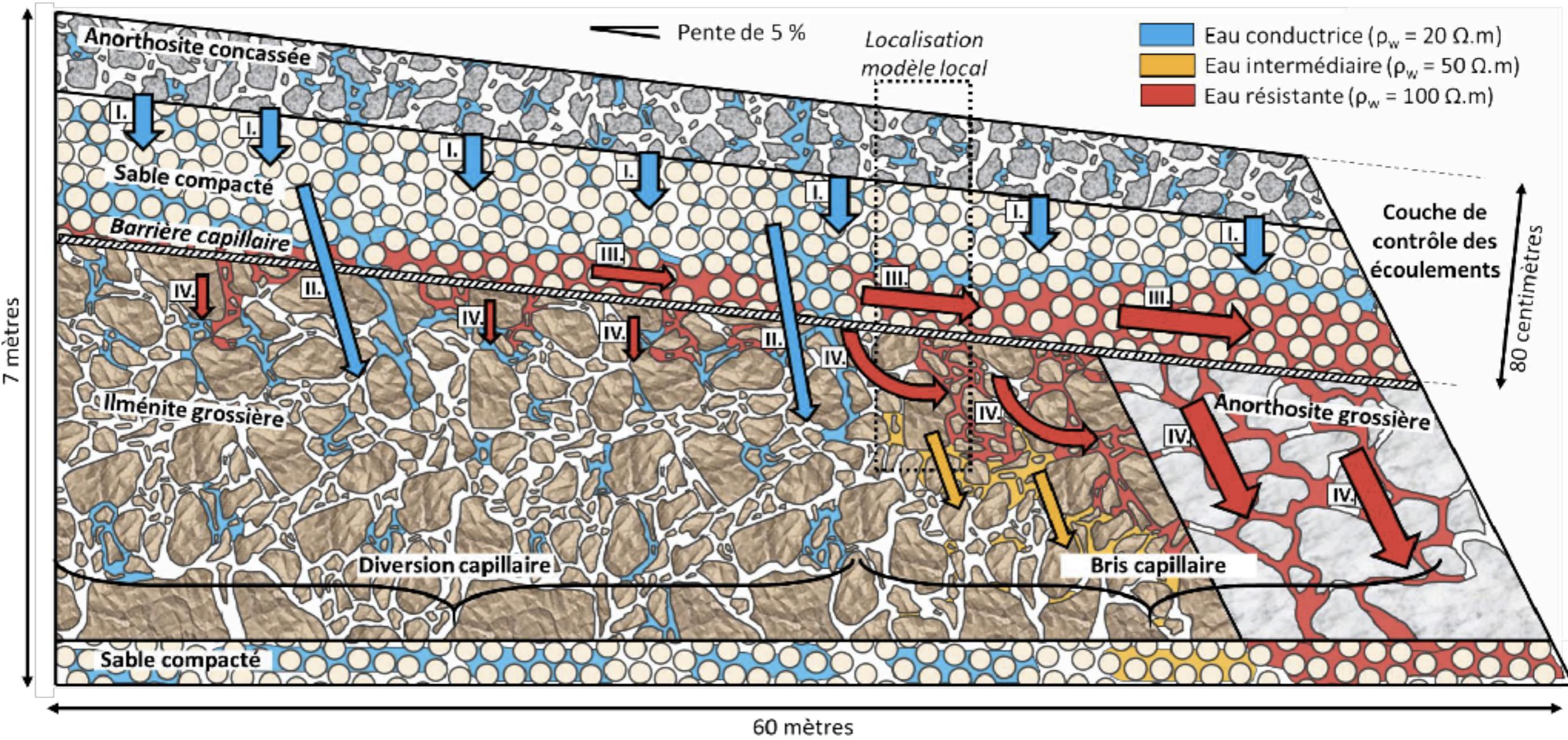


Interprétation des résultats



Synthèse

Modèle de l'écoulement de l'eau dans la halde à stériles.



Tomographie électrique: résumé

- Les propriétés électriques peuvent être reconstruites en 3D et 4D grâce à l'inversion
- L'inversion nécessite d'être régularisée ce qui nous oblige à avoir un a priori géologique
- Le type de dispositif d'électrodes influence les résultats de l'inversion: choisir la bonne selon la géologie attendue
- Le modèle inversé doit être interprété avec soin: il dépend de la régularisation