



Travail Pratique 2

ELE 8401 Machines et entraînements électriques

23 février 2018

Modélisation et simulation des machines
électromécaniques rotatifs

jesus.morales-rodriquez@polymtl.ca

Bureau: A330.6

Programme

Salle : A-328

Horaire : 13h45 – 16h45

TP	Date	Sujet
1	2 février	Introduction à la simulation de circuits électriques dynamiques
2	23 février	Modélisation et simulation des machines électromécaniques rotatifs <ul style="list-style-type: none"> • Transformation au cadre de référence arbitraire • Simulation d'un circuit triphasé dans le cadre de référence arbitraire • Simulation d'un moteur d'induction triphasé avec MATLAB
3	23 mars	Modélisation des moteurs asynchrones (récapitulatif) Entraînements électriques et convertisseurs (récapitulatif) Simulation d'un moteur asynchrone avec différents entraînements
4	13 avril	Modélisation des moteurs synchrones (récapitulatif) Simulation d'un moteur synchrone et entraînements

Introduction

- Avec l'objectif de réduire la complexité des circuits électriques, différents transformations ont été proposés au long de l'histoire :
 - 1929, Transformée de Park (pour la machine synchrone)
 - 1938, Transformation au cadre de référence fixé au stator, H. C. Stanley
 - 1951, Transformation des variables du rotor et stator au cadre de référence synchrone, G. Kron.
 - ... etcetera
- Finalement, en 1965, P.C. Krause, F. Nozari, T . L . Skvarenina, and D.W. Olive, ont découvert que toutes ces transformations peuvent être dérivées de la transformation au cadre de référence arbitraire.
- Il suffit de choisir la vitesse correspondant pour dériver les différents transformations [1].

[1] P. C. Krause, O. Wasynczuk, S. D. Sudhoff. *Analysis of Electric Machinery and Drive Systems*, Wiley-IEEE Press; 2013.

Transformation au cadre de référence arbitraire

$$\mathbf{f}_{qd0} = \mathbf{K} \mathbf{f}_{abc} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} f_q(t) \\ f_d(t) \\ f_0(t) \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin(\theta) & \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_a(t) \\ f_b(t) \\ f_c(t) \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\theta = \omega t \quad (3)$$

ω : vitesse de rotation de la transformée

Transformation d'un groupe de tensions triphasées

Transformation stationnaire

vitesse de rotation de la transformation nulle

$$\omega = 0 \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} f_q(t) \\ f_d(t) \\ f_0(t) \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_a(t) \\ f_b(t) \\ f_c(t) \end{bmatrix} \quad (5)$$

Transformation synchrone

vitesse de rotation de la transformation synchrone

$$\omega = 2\pi 60 \quad (6)$$

Regardez le fichier : **transformation_tensions_balancees.m**

Circuit triphasé équilibré

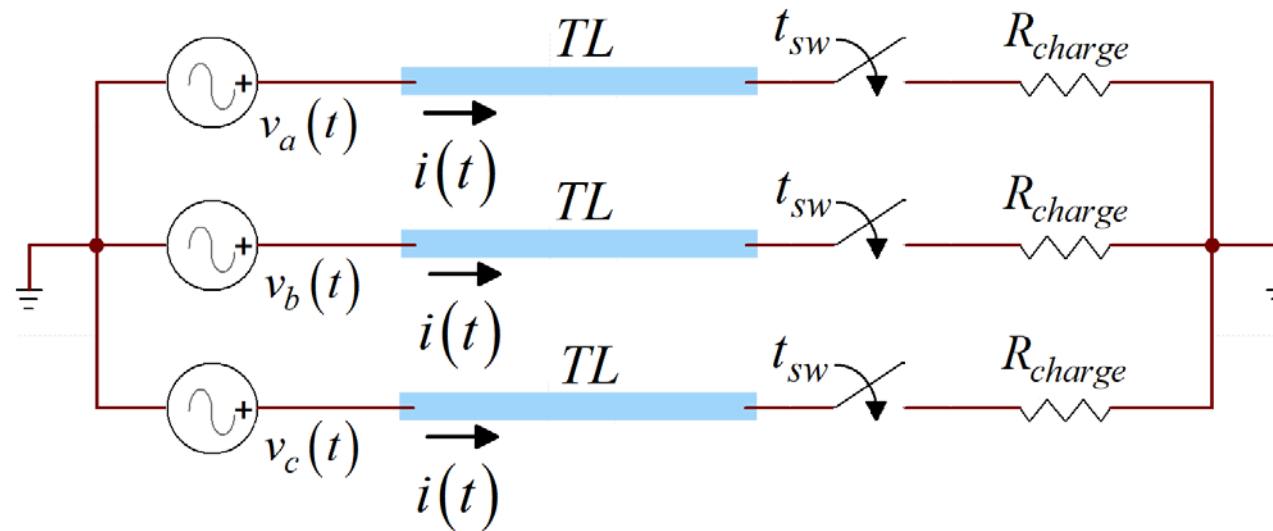


Fig. 1. Circuit triphasé équilibré d'exemple.

$$\begin{bmatrix} v_a(t) \\ v_b(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & & \\ & R & \\ & & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a(t) \\ i_b(t) \\ i_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_p & L_m & L_m \\ L_m & L_p & L_m \\ L_m & L_m & L_p \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a(t) \\ i_b(t) \\ i_c(t) \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$R = R_{\text{ligne}} + R_{\text{charge}}$$

Transformation du circuit triphasé balancé au cadre de référence arbitraire

$$\mathbf{V}_{abc} = \mathbf{R}_{abc} \mathbf{I}_{abc} + \mathbf{L}_{abc} \frac{d}{dt} \mathbf{I}_{abc} \quad (8)$$

$$\mathbf{f}_{qd0} = \mathbf{K} \mathbf{f}_{abc} \quad (1)$$

$$\mathbf{K}^{-1} \mathbf{V}_{qd0} = \mathbf{R}_{abc} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{I}_{qd0} + \mathbf{L}_{abc} \frac{d}{dt} \left(\mathbf{K}^{-1} \mathbf{I}_{qd0} \right) \quad (9)$$

$$\mathbf{V}_{qd0} = \mathbf{K} \mathbf{R}_{abc} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{I}_{qd0} + \mathbf{K} \mathbf{L}_{abc} \frac{d}{dt} \left(\mathbf{K}^{-1} \right) \mathbf{I}_{qd0} + \mathbf{K} \mathbf{L}_{abc} \mathbf{K}^{-1} \frac{d}{dt} \left(\mathbf{I}_{qd0} \right) \quad (10)$$

Traditionnellement, dans la littérature,
 \mathbf{V}_ω est appelée tension de vitesse

$$\mathbf{V}_{qd0} = \mathbf{R}_{qd0} \mathbf{I}_{qd0} + \mathbf{V}_\omega + \mathbf{L}_{qd0} \frac{d}{dt} \left(\mathbf{I}_{qd0} \right) \quad (11)$$

- Pour le calcul de la tension de vitesse on utilise :

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{K}^{-1}) = \omega \begin{bmatrix} -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & 0 \\ -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Découplage

$$\mathbf{R}_{qd0} = \mathbf{K} \mathbf{R}_{abc} \mathbf{K}^{-1} \quad (13)$$

- Si \mathbf{R}_{abc} est une matrice diagonale, $\mathbf{R}_{qd0} = \mathbf{R}_{abc}$.
- Si \mathbf{R}_{abc} est une matrice rempliée et symétrique, avec les éléments hors de la diagonal égaux, \mathbf{R}_{qd0} est diagonal.

Transformation au
cadre de référence
arbitraire



$$\mathbf{L}_{abc} = \begin{bmatrix} L_p & L_m & L_m \\ L_m & L_p & L_m \\ L_m & L_m & L_p \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L}_{qd0} = \begin{bmatrix} L_p - L_m & & \\ & L_p - L_m & \\ & & L_p + 2L_m \end{bmatrix}$$

Exercice 1. Simulation d'un circuit triphasé balancé

Simulez le circuit de la Fig. 1 dans matlab en utilisant :

- Cadre de référence stationnaire
 - Cadre de référence synchrone
- Obtenez et présentez les courants du circuit dans le cadre qd0.
 - Transformez les courants du cadre qd0 à abc et comparez avec la solution du circuit dans EMTP-RV. Présentez les formes d'onde obtenues dans Matlab superposés avec celles obtenues dans EMTP-RV.

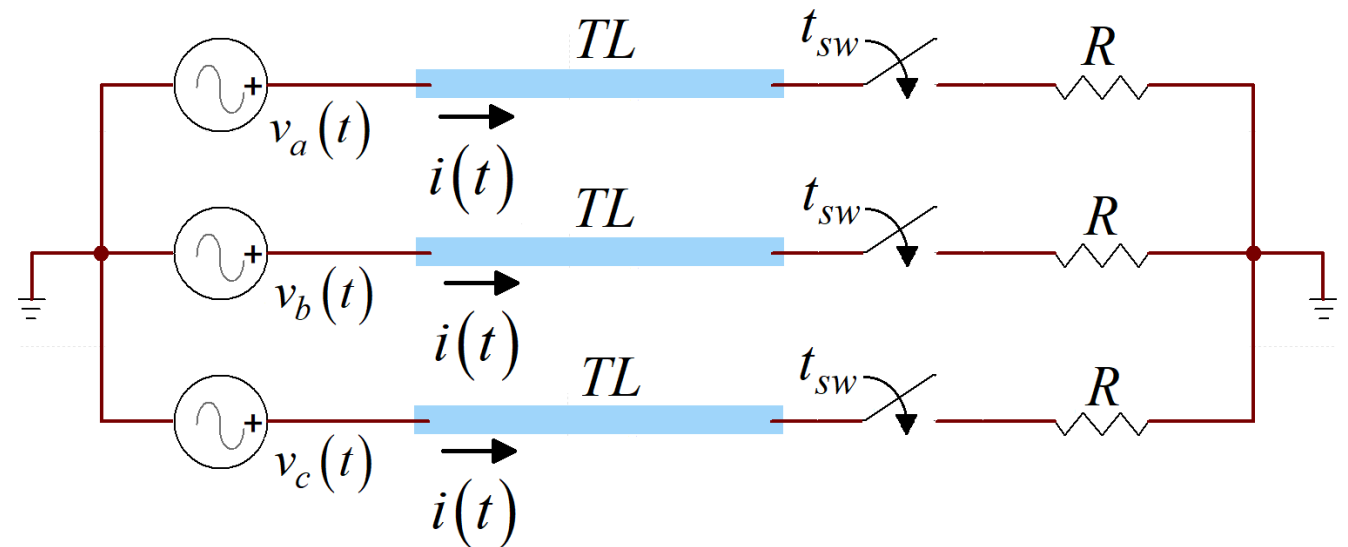


Fig. 1. Circuit triphasé balancé d'exemple.

Trouvez les données du circuit dans le fichier: **circuit_triphasé.m**

Trouvez la simulation du circuit dans EMTP-RV dans le fichier: **circuit_triphasé.ecf** 10

Détail à considérer pour la simulation

$$\mathbf{V}_{qd0} = \mathbf{K} \mathbf{R}_{abc} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{I}_{qd0} + \mathbf{K} \mathbf{L}_{abc} \frac{d}{dt} (\mathbf{K}^{-1}) \mathbf{I}_{qd0} + \mathbf{K} \mathbf{L}_{abc} \mathbf{K}^{-1} \frac{d}{dt} (\mathbf{I}_{qd0}) \quad (14)$$

Représentation traditionnelle

$$\mathbf{V}_{qd0} = \mathbf{R}_{qd0} \mathbf{I}_{qd0} + \mathbf{V}_{\omega} + \mathbf{L}_{qd0} \frac{d}{dt} (\mathbf{I}_{qd0}) \quad (15)$$

Pour la simulation dynamique, \mathbf{V}_{ω} doit être décomposée car elle contient \mathbf{I}_{qd0}

$$\mathbf{V}_{qd0} = \mathbf{R}_{qd0} \mathbf{I}_{qd0} + \mathbf{R}_{\omega} \mathbf{I}_{qd0} + \mathbf{L}_{qd0} \frac{d}{dt} (\mathbf{I}_{qd0}) \quad (16)$$

Modèle d'espace d'état.

Notez que \mathbf{R}_{ω} change avec le temps.

$$\frac{d}{dt} (\mathbf{I}_{qd0}) = -\mathbf{L}_{qd0}^{-1} (\mathbf{R}_{qd0} + \mathbf{R}_{\omega}) \mathbf{I}_{qd0} + \mathbf{L}_{qd0}^{-1} \mathbf{V}_{qd0} \quad (17)$$

Moteur d'induction

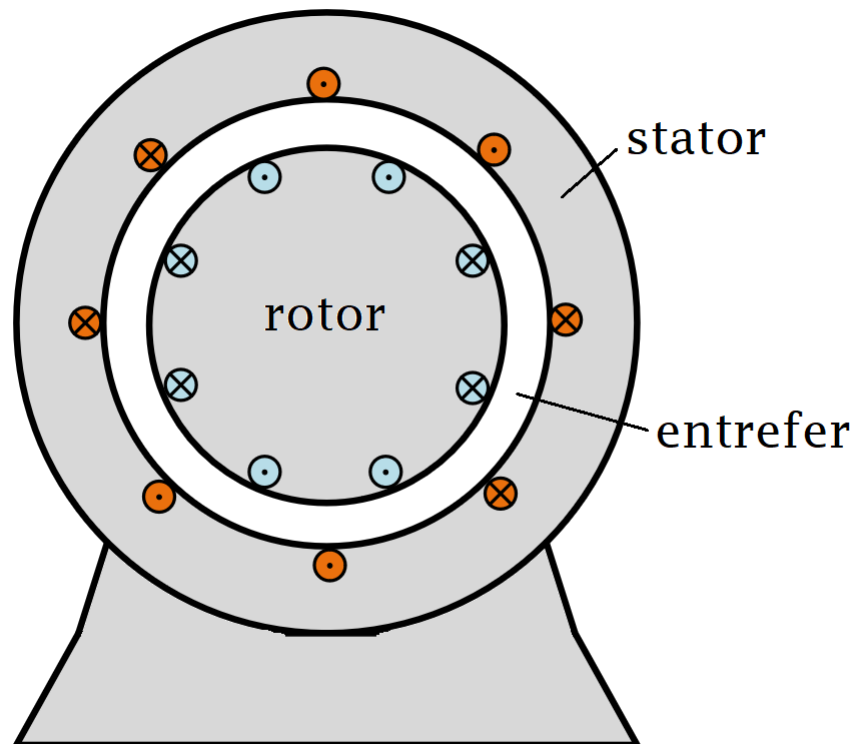


Fig. 2. Moteur d'induction symétrique.

- Les équations de tension d'un moteur d'induction triphasée symétrique avec P pôles sont :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_{abcs} \\ \mathbf{V}_{abcr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_s & \\ & \mathbf{R}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{abcs} \\ \mathbf{I}_{abcr} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}_{abcs} \\ \boldsymbol{\lambda}_{abcr} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}_{abcs} \\ \boldsymbol{\lambda}_{abcr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_s & \mathbf{L}_{sr} \\ (\mathbf{L}_{sr})^T & \mathbf{L}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{abcs} \\ \mathbf{I}_{abcr} \end{bmatrix} \quad (19)$$

- Dans 18 et 19, les variables du rotor sont référées à celles du stator en prenant en compte le nombre de tours des bobines (effet d'un transformateur).

Inductances du moteur d'induction

$$\mathbf{L}_s = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ls} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ls} + L_{ms} \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\mathbf{L}_r = \begin{bmatrix} L_{lr} + L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} \\ -\frac{1}{2}L_{mr} & L_{lr} + L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} \\ -\frac{1}{2}L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} & L_{lr} + L_{mr} \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\mathbf{L}_{sr} = L_{sr} \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos(\theta_r) & \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos(\theta_r) \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$\theta_r = \frac{P}{2} \theta_{rm} \quad (23)$$

← Nombre de pôles
 ← Déplacement du rotor
 ← Déplacement électrique

Bilan énergétique du moteur

- Couple électrique

$$T_e = \frac{P}{2} (\mathbf{I}_{abcs})^T \frac{\partial}{\partial \theta_r} \mathbf{L}_{sr} \mathbf{I}_{abcr} \quad (24)$$

- Bilan d'énergie

$$T_e = J \left(\frac{2}{P} \right) \frac{d}{dt} \omega_r + T_L \quad (25)$$

J Constante d'inertie

T_L Couple mécanique (charge)

Transformation au cadre de référence arbitraire

- Pour réduire la complexité du circuit, les variables du stator et rotor sont transformées aux cadres de référence arbitraires suivants :

$$\mathbf{K} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\beta) & \cos\left(\beta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\beta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin(\beta) & \sin\left(\beta - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\beta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (26)$$

Pour le stator : \mathbf{K}_s
avec : $\beta = \theta = \omega t$ (27a)

Pour le rotor : \mathbf{K}_r
avec : $\beta = \theta - \theta_r$ (27b)

Equations dans le cadre qd0

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_{qd0s} \\ \mathbf{V}_{qd0r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_s & \\ & \mathbf{R}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{qd0s} \\ \mathbf{I}_{qd0r} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s^{-1} \boldsymbol{\lambda}_{qd0s} \\ \mathbf{K}_r^{-1} \boldsymbol{\lambda}_{qd0r} \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}_{qd0s} \\ \boldsymbol{\lambda}_{qd0r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s \mathbf{L}_s \mathbf{K}_s^{-1} & \mathbf{K}_s \mathbf{L}_{sr} \mathbf{K}_r^{-1} \\ \mathbf{K}_r (\mathbf{L}_{sr})^T \mathbf{K}_s^{-1} & \mathbf{K}_r \mathbf{L}_r \mathbf{K}_r^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{qd0s} \\ \mathbf{I}_{qd0r} \end{bmatrix} \quad (29)$$

Inductances du moteur transformées

$$\mathbf{K}_s \mathbf{L}_s \mathbf{K}_s^{-1} = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_M & & \\ & L_{ls} + L_M & \\ & & L_{ls} \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$\mathbf{K}_r \mathbf{L}_r \mathbf{K}_r^{-1} = \begin{bmatrix} L_{lr} + L_M & & \\ & L_{lr} + L_M & \\ & & L_{lr} \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$\mathbf{K}_s \mathbf{L}_{sr} \mathbf{K}_r^{-1} = \mathbf{K}_r (\mathbf{L}_{sr})^T \mathbf{K}_s^{-1} = \begin{bmatrix} L_M & & \\ & L_M & \\ & & 0 \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$L_M = \frac{3}{2} L_{ms} \quad (33)$$

Les inductances des moteurs d'induction normalement sont représentées en Ohms (réactance) :

$$X = \omega L \quad (34)$$

et

$$\lambda = \frac{X}{\omega} i \quad (35)$$

Pour représenter donc, les inductances par des réactances, il faut représenter le flux comme liaison de flux par second:

$$\psi = \omega \lambda = Xi \quad (36)$$

Couple électrique dans le cadre qd0

$$T_e = \frac{P}{2} \left(\mathbf{K}_s^{-1} \mathbf{I}_{qd0s} \right)^T \frac{\partial}{\partial \theta_r} \mathbf{L}_{sr} \mathbf{K}_r^{-1} \mathbf{I}_{qd0r} \quad (37)$$

- Après étendre l'équation 37, on trouve:

$$T_e = \left(\frac{3}{2} \right) \left(\frac{P}{2} \right) L_M \left(i_{qs} i_{dr} - i_{ds} i_{qr} \right) \quad (38)$$

- Finalement, en utilisant la relation entre courants, réactances et flux, on obtient:

$$T_e = \left(\frac{3}{2} \right) \left(\frac{P}{2} \right) \left(\frac{X_M}{D\omega} \right) \left(\psi_{qs} \psi_{dr} - \psi_{ds} \psi_{qr} \right) \quad (39)$$

Modèle d'espace d'état du moteur d'induction

- En remplaçant les inductances par des réactances et après un arrangement des variables on trouve :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_{qs} \\ \psi_{ds} \\ \psi_{0s} \\ \psi_{qr} \\ \psi_{dr} \\ \psi_{0r} \\ \omega_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-r_s \omega X_{rr}}{D} & -\omega & 0 & \frac{r_s \omega X_M}{D} & 0 & 0 & 0 \\ \omega & \frac{-r_s \omega X_{rr}}{D} & 0 & 0 & \frac{r_s \omega X_M}{D} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-r_s \omega}{X_{ls}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{r_r \omega X_M}{D} & 0 & 0 & \frac{-r_r \omega X_{ss}}{D} & -\omega & 0 & \psi_{dr} \\ 0 & \frac{r_r \omega X_M}{D} & 0 & \omega & \frac{-r_r \omega X_{ss}}{D} & 0 & -\psi_{qr} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-r_r \omega}{X_{lr}} & 0 \\ \frac{3P^2 X_M}{8J \omega D} \psi_{dr} & \frac{-3P^2 X_M}{8J \omega D} \psi_{qr} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{qs} \\ \psi_{ds} \\ \psi_{0s} \\ \psi_{qr} \\ \psi_{dr} \\ \psi_{0r} \\ \omega_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{P}{2J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{qs} \\ v_{qs} \\ v_{0s} \\ T_L \end{bmatrix} \quad (40)$$

- Avec:

$$X_{rr} = X_{lr} + X_M \quad (41)$$

$$X_{ss} = X_{ls} + X_M \quad (42)$$

$$D = X_{rr} X_{ss} - X_M^2 \quad (43)$$

- Notez que les tensions du rotor ne sont pas considérées (elle sont zéro) car les bobines sont court-circuitées.

Discrétisation avec la règle trapézoïdale

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad (44)$$

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}_n + \frac{\Delta t}{2} [\mathbf{A}_n \mathbf{x}_n + \mathbf{B}\mathbf{u}_n + \mathbf{A}_{n+1} \mathbf{x}_{n+1} + \mathbf{B}\mathbf{u}_{n+1}] \quad (45)$$

$$\left(\mathbf{I} - \frac{\Delta t}{2} \mathbf{A}_{n+1} \right) \mathbf{x}_{n+1} = \left(\mathbf{I} + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{A}_n \right) \mathbf{x}_n + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{B} [\mathbf{u}_n + \mathbf{u}_{n+1}] = \boldsymbol{\delta} \quad (46)$$

Équation non linéaire

$$\mathbf{F} = \left(\mathbf{I} - \frac{\Delta t}{2} \mathbf{A}_{n+1} \right) \mathbf{x}_{n+1} - \boldsymbol{\delta} = 0 \quad (47)$$

$$\mathbf{x}_{n+1}^{initiale} = \mathbf{x}_n \quad (48)$$

Newton-Raphson

$$\mathbf{x}_{n+1}^{meilleure} = \mathbf{x}_{n+1} - \mathbf{J}^{-1} \mathbf{F} \quad (49)$$

Exercice 2. Simulation du moteur d'induction

Simulez le moteur d'induction dans matlab en utilisant le modèle d'espace d'état développé pour les cas suivants :

- a) Accélération sans charge
- b) Accélération avec charge
- c) Court-circuit monophasé temporaire
- d) Rotor bloqué temporairement
- e) Chute de tension temporaire

Pour chaque cas, présentez les courants du stator et rotor dans le cadre abc, ainsi que le couple électrique et la vitesse du moteur.

Rapport TP2

- Présentez les résultats des exercices 1 et 2 dans un rapport.
- Date de remise: 23 mars (en classe)