

Corrigé – laboratoire 5

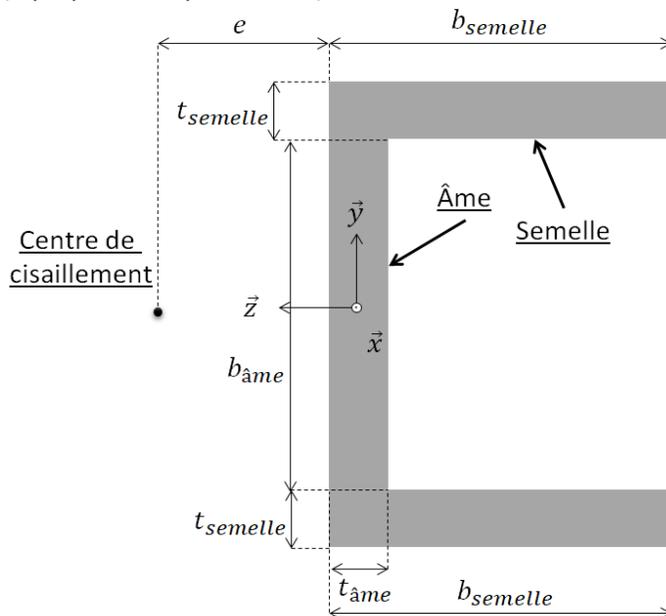
Note les valeurs indiquées dans la correction peuvent varier d'un montage à l'autre.

Propriétés de section

Dimensions de la poutre et propriétés de section								Matériau: aluminium	
L (mm)	L1 (mm)	b_semelle (mm)	t_semelle (mm)	b_âme (mm)	t_âme (mm)	I (mm ⁴)	J (mm ⁴)	E (MPa)	G (MPa)
1250	1245	50,9	8,1	60,2	6,81	9,62E+05	2,44E+04	69000	26538

Pour calculer I , il faut procéder comme ceci :

- 1- Découper la section en C en trois rectangles simples, comme par exemple sur la figure ci-dessous (il y a plusieurs possibilités).



- 2- On peut ensuite calculer I sur chaque section indépendamment à l'aide de la formule $I_z = \frac{bh^3}{12}$. Attention, le h dans la formule est la dimension selon la direction \vec{y} , donc $b_{\text{âme}}$ dans le cas de l'âme et t_{semelle} dans le cas de la semelle.
- 3- On doit ensuite utiliser le théorème des axes parallèles pour ramener le I des semelles sur l'axe \vec{z} .
- 4- On peut ensuite additionner les I des différentes sections pour avoir le I_{total} .

Le calcul de J est plus simple : il s'agit juste d'appliquer la formule $J = \frac{1}{3} \sum bt^3$, où t est toujours la petite dimension et b la plus grande.

Localisation graphique du centre de cisailment

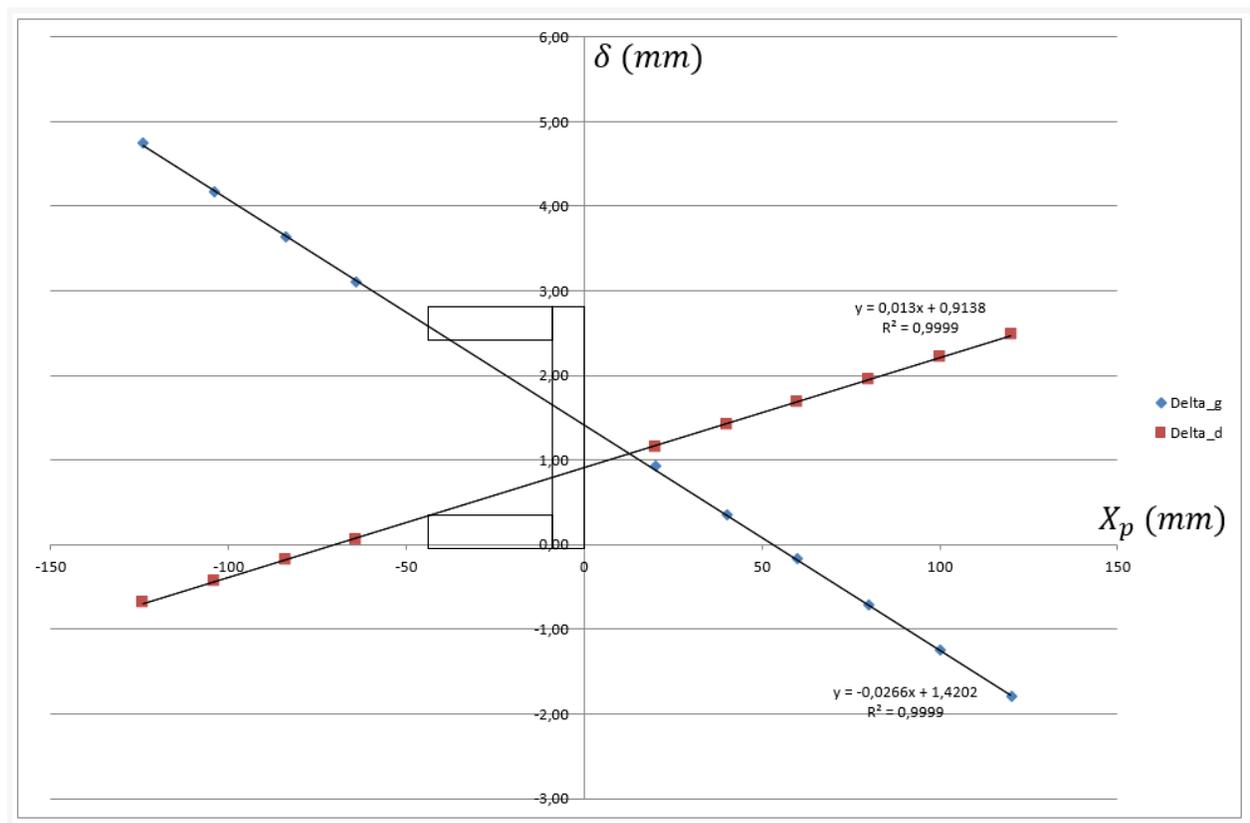
Données enregistrées lors de l'essai mécanique			Paramètre du montage		
X_p (mm)	Δg (mm)	Δd (mm)	Masse (kg)	X_g (mm)	X_d (mm)
-124	4,74	-0,68	10	136	84
-104	4,18	-0,43			
-84	3,64	-0,18			
-64	3,11	0,07			
20	0,93	1,15			
40	0,35	1,42			
60	-0,17	1,69			
80	-0,71	1,96			
100	-1,25	2,22			
120	-1,79	2,49			

À partir de votre graphique*		
Position du centre de cisailment	e	12,8 mm
Flèche en flexion uniquement	δ	1,08 mm

*: ajouter votre graphique au rapport + dessin du profilé à l'arrière plan

Il faut tout d'abord indiquer dans le tableau de gauche ci-dessus les déplacements lus par les capteurs gauche et droit, ainsi que la distance X_p entre le point d'application de la charge et le dos de la section.

On peut ensuite tracer Δg et Δd en fonction de X_p , puis faire une régression linéaire avec Excel pour trouver les équations des droites. On peut alors trouver le centre de cisailment en cherchant le point (x, y) correspondant au point d'intersection en faisant l'égalité des deux droites.

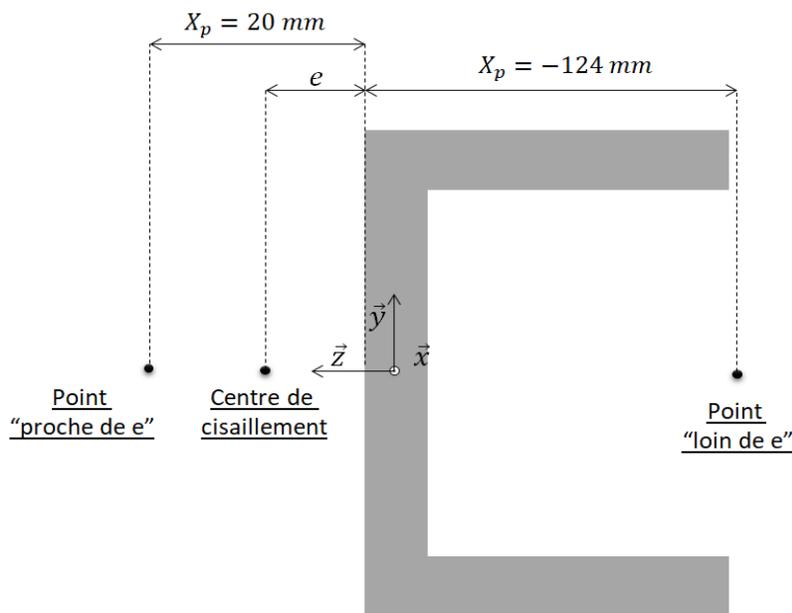


Analyse de la torsion

Analyse de la torsion				Expérimental		Théorique		Erreur rel. (%)	
	X_P (mm)	Δg (mm)	Δd (mm)	T (N.mm)	ϕ (rad)	ϕ (°)	ϕ (rad)		ϕ (°)
Proche de e	20	0,93	1,15	7,06E+02	1,00E-03	5,73E-02	1,37E-03	7,82E-02	-26,75%
Loin de e	-124	4,74	-0,68	-1,34E+04	-2,46E-02	-1,41E+00	-2,59E-02	-1,49E+00	-5,02%

La torsion est obtenue en multipliant le poids par le bras de levier, c'est-à-dire la distance entre le point d'application de la charge et le centre de cisaillement e : $T = M \times 9.81 \times (X_p \pm e)$, où M est la masse en kilogrammes.

Selon le choix des points proches et loin de e , le bras de levier sera $X_p + e$ ou $X_p - e$, dépendamment si le point choisi est placé à gauche ou à droite de la section. Par exemple, sur la figure ci-dessous, le bras de levier du point proche de e est $X_p - e$ et le bras de levier du point loin de e est $X_p + e$.



L'angle de rotation ϕ expérimental peut être calculé à l'aide des formules de trigonométrie indiquées à la fin du gabarit, par exemple :

$$\phi = \frac{\delta_g - \delta_d}{|X_g| + |X_d|}$$

Tandis que l'angle de rotation théorique peut être calculé à l'aide de l'équation :

$$\phi = \frac{TL}{GJ}$$

Il est à noter que l'erreur est plus importante pour le point proche de e que pour le point loin de e . En effet, l'impact des erreurs de mesures est plus important pour le point proche de e car la distance du bras de levier ($X_p - e$) est très petite.

Castigliano

La flèche théorique au point d'application de la charge P peut être calculée à l'aide de la formule de Castigliano, dont voici un exemple de développement dans le cas d'une poutre encastree-libre :

①. PFS: $\sum F_{y,A} \rightarrow Y_A - P = 0 \Rightarrow Y_A = P$
 $\sum F_x \rightarrow X_A = 0$
 $\sum F_{B,z} \rightarrow Z_A = 0$
 $\sum M_{B,A} \rightarrow M_A - PL = 0 \Rightarrow M_A = PL$
 $\sum M_{z,A} \rightarrow T_A + Q = 0 \Rightarrow T_A = -PQ$
 $\sum M_{y,A} \rightarrow M_{yA} = 0$

②. Diagramme moments / déformations / efforts tranchants :

- Poutre [BC] $V_y = -[-P] = P$; $M_{fz} = -[Pz] = -Pz$
- Poutre [AB] $V_y = -[Y_A] = -P$
 $M_{fz} = -[Y_A \cdot x] + M_A = -PL + Px = P(x-L)$
 $T_x = -[T_A] = +PQ$

③. Application Castigliano :

$$\frac{dU}{dP} = \sum P_i \frac{\partial P_i}{\partial P} \frac{L}{AE} + \sum T_i \frac{\partial T_i}{\partial P} \frac{L}{GS} + \sum \int M_i \frac{\partial M_i}{\partial P} \frac{dx}{EI} + \sum \int V_i \frac{\partial V_i}{\partial P} \frac{dx}{A \cdot G}$$

[hyp] : efforts tranchants négligeables / compression nulle ; moment petite poutre négligeable

$$\Rightarrow \frac{\partial U}{\partial P} = \frac{T_A \cdot \frac{\partial T_A}{\partial P} \cdot L}{GS} + \int_0^L \frac{M_{fz} \cdot \frac{\partial M_{fz}}{\partial P}}{EI} dx$$

$$\Rightarrow \frac{\partial U}{\partial P} = \frac{P \cdot (-1) \cdot L}{GS} + \int_0^L \frac{P(x-L)(x-L)}{EI} dx$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial U}{\partial P} = \frac{P \cdot (-1) \cdot L}{GS} + \int_0^L \frac{P(x^2 - 2xL + L^2)}{EI} dx = \frac{P \cdot (-1) \cdot L}{GS} + \frac{P}{EI} \left[\frac{x^3}{3} - 2L \frac{x^2}{2} + L^2 x \right]_0^L$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial U}{\partial P} = \frac{P \cdot (-1) \cdot L}{GS} + \frac{P}{EI} \left[\frac{L^3}{3} - \frac{2L^3}{2} + L^3 \right]$$

$$\boxed{\frac{\partial U}{\partial P} = \frac{P \cdot (-1) \cdot L}{GS} + \frac{P \cdot L^3}{3EI}} = \delta_c \text{ avec } l = X_p + e$$

La flèche expérimentale Δ_p peut être calculée par des formules de trigonométrie en utilisant les paramètres ϕ , δ_g , δ_d , X_p dans la figure 7 du syllabus.

Les sources d'erreur du TP sont nombreuses : toutes les erreurs de mesures de dimensions (capteurs déplacement, pied à coulisse, règles ..), les chanfreins et les trous de la poutre non pris en compte dans le calcul de I , la fatigue du matériau parmi les 3 plus classiques.