Travaux Pratiques

ELE 8401 Machines et entraînements électriques

Hiver 2018

Jesus Morales

jesus.morales-rodriguez@polymtl.ca

Bureau: A330.6

Programme

Salle : A-328
Horaire : 13h45 – 16h45

TP	Date	Sujet
1	2 février	Introduction à la simulation de circuits électriques dynamiques • Solution en régime transitoire et permanent • Méthodes d’intégration numérique • Simulation d’un circuit électrique dynamique avec MATLAB/Simulink et EMTP • Modélisation et simulation d’un système électromécanique élémentaire
2	23 février	Modélisation des machines électromécaniques rotatifs (récapitulatif) Simulation d’un moteur à courant alternatif élémentaire avec Simulink et EMTP
3	23 mars	Modélisation des moteurs asynchrones (récapitulatif) Entraînements électriques et convertisseurs(récapitulatif) Simulation d’un moteur asynchrone avec différents entraînements
4	13 avril	Modélisation des moteurs synchrones (récapitulatif) Simulation d’un moteur synchrone et entraînements

Travail Pratique 1

ELE 8401 Machines et entraînements électriques

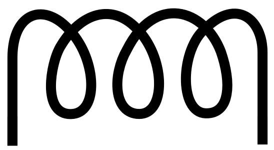
2 février 2018

Introduction à la simulation de circuits électriques dynamiques

Circuits électriques dynamiques

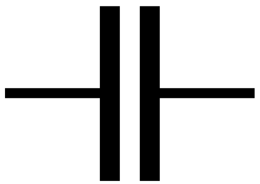
- Les circuits électriques dynamiques contient des éléments que accumulent l’énergie.
- Leur comportement est modelé par des équations différentiels.

Inducteur



$$v_L(t) = L\frac{di_L(t)}{dt}$$

Condensateur



$$i_C(t) = C\frac{dv_C(t)}{dt}$$

Comportement des circuits électriques dynamiques

Réponse totale = Réponse transitoire + Réponse en régime permanent

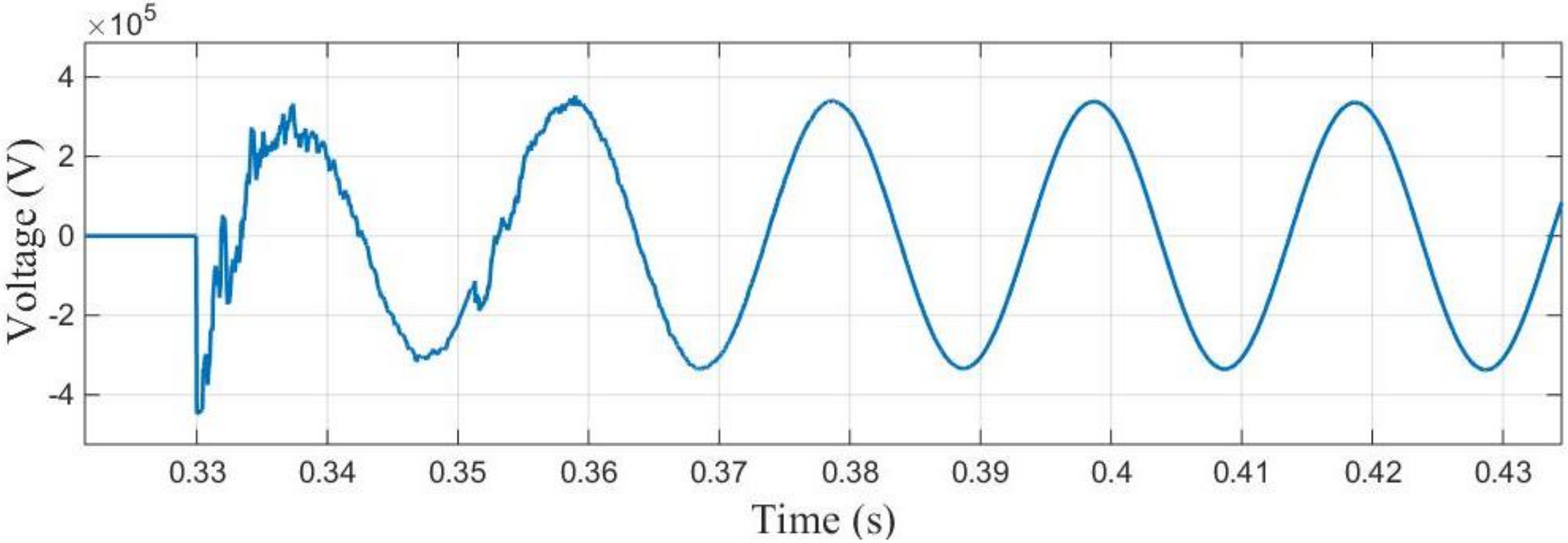


Fig. 1. Tension transitoire mesurée à la barre d’un système de transmission d’énergie électrique après la fermeture d’un disjoncteur.

Méthodes de solution

- Solution analytique
- Programmation de la solution numérique
- Solution avec un logiciel
  - ➢ EMTP-RV
  - ➢ Matlab/Simulink
  - ➢ Pspice

Circuit RL

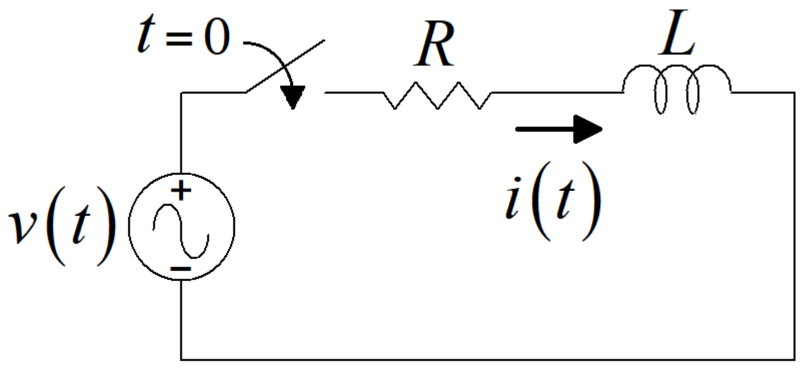


Fig. 2. Circuit RL.

$$v(t) = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} \quad (1)$$

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta) \quad (2)$$

Solution analytique avec la Transformée de Laplace

$$V(s) = RI(s) + LsI(s) \quad (3)$$

$$V(s) = V_m\left[\frac{\omega\cos(\theta) + s\sin(\theta)}{s^2 + \omega^2}\right] \quad (4)$$

$$I(s) = \frac{V(s)}{R + sL} = \frac{V_m\left[\omega\cos(\theta) + s\sin(\theta)\right]}{(R + sL)\left(s^2 + \omega^2\right)} \quad (5)$$

Circuit RL

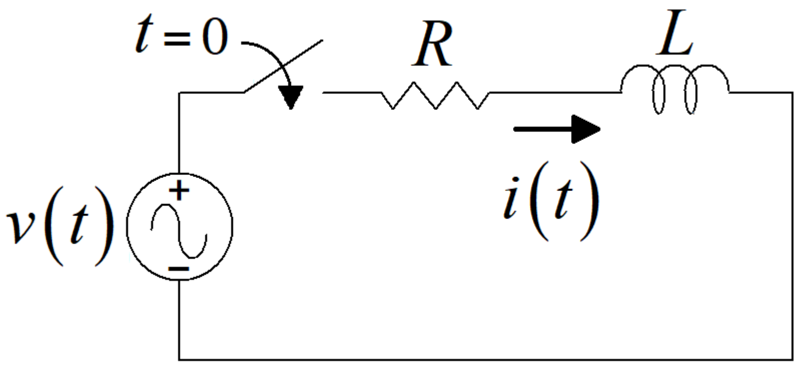


Fig. 2. Circuit RL.

$$I(s) = \frac{V_m\left[\omega\cos(\theta) + s\sin(\theta)\right]}{(R+sL)\left(s^2+\omega^2\right)} \qquad (5)$$

Transformée inverse de Laplace

$$i(t) = \frac{V_m}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}\left[\cos(\omega t+\theta-\beta) - \cos(\theta-\beta)e^{-Rt/L}\right] \qquad (6)$$

$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right) \qquad (7)$$

Circuit RL. Solution en régime permanent avec phaseurs

- Avec les phaseurs on obtient la solution à une seule fréquence.
- Les phaseurs sont utilisés dans les problèmes :
  - Écoulement de puissance
  - Court-circuit
  - Economic dispatch (anglais)

$$v(t) = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} \quad (1)$$

$$V(j\omega) = RI(j\omega) + j\omega LI(j\omega) \quad (8)$$

$$V(j\omega) = V_m\left[\cos(\theta) + j\sin(\theta)\right] \quad (9)$$

$$I(j\omega) = \frac{V(j\omega)}{R + j\omega L} \quad (10)$$

Circuit RL. Exemple numérique

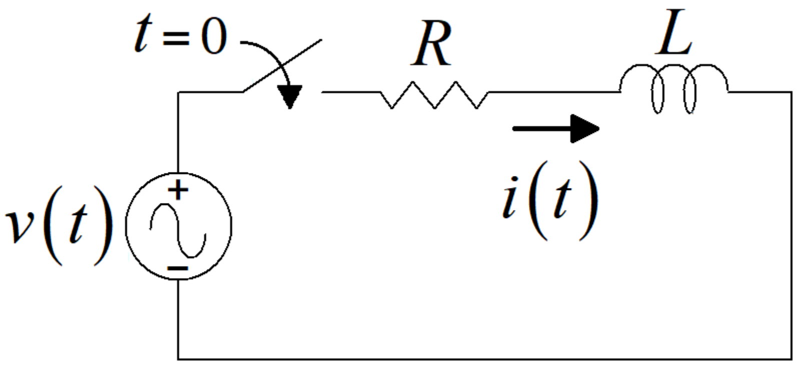


Fig. 2. Circuit RL.

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta)$$

$$V_m = 1 \text{ V}$$

$$f = 60 \text{ Hz}$$

$$\theta = 30°$$

$$R = 1\Omega \qquad L = 10 \text{ mH}$$

$$i(t) = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \left[\cos(\omega t + \theta - \beta) - \cos(\theta - \beta) e^{-Rt/L} \right] \tag{6}$$

Courant du circuit RL

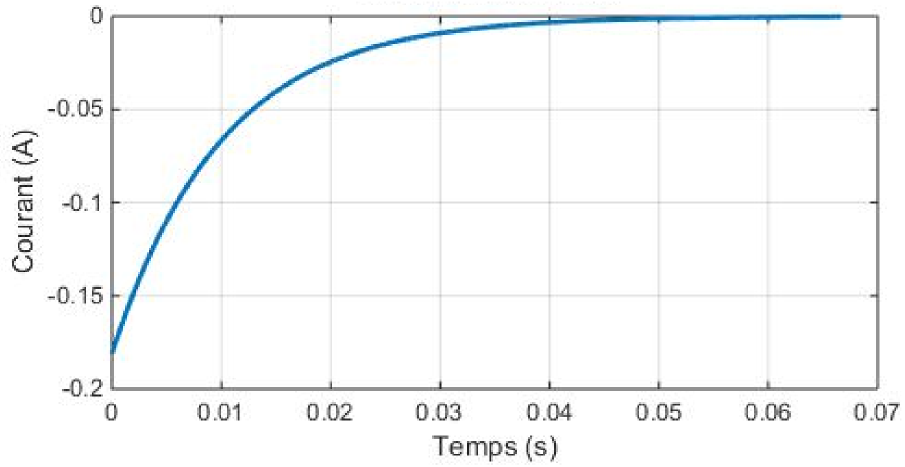


Fig. 3. Composante transitoire.

+

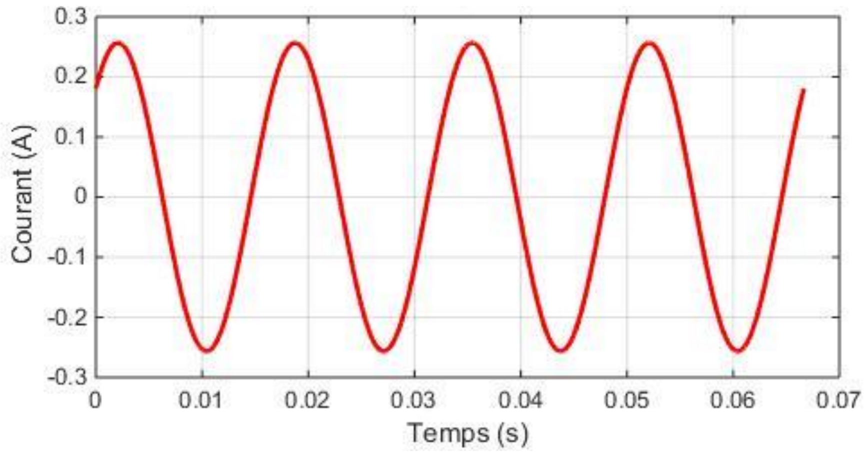


Fig. 4. Composant de régime permanent.

=

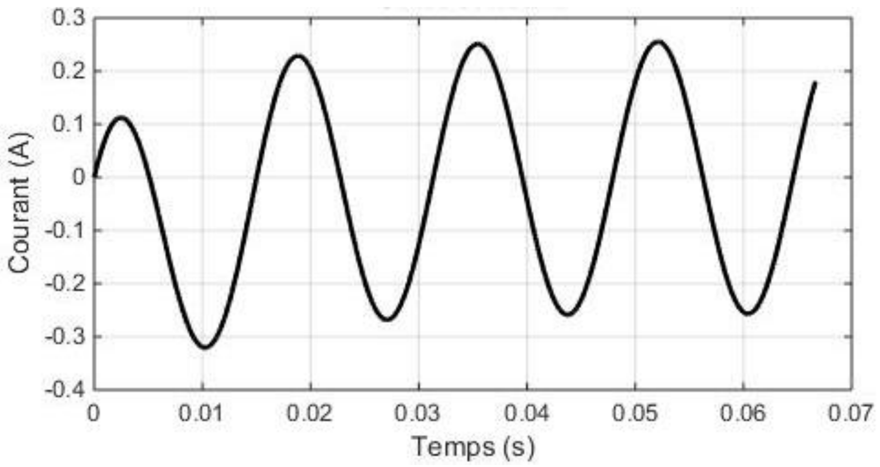


Fig. 5. Réponse totale.

Simulation du circuit RL avec EMTP-RV

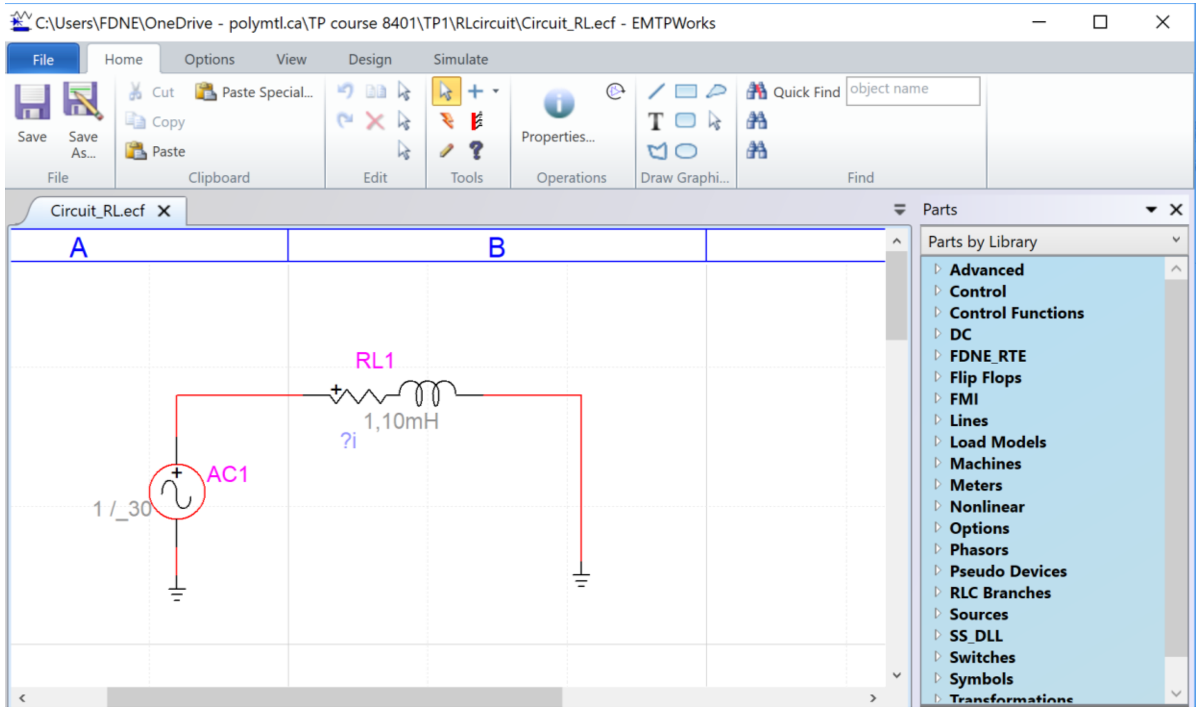


Fig. 6. Simulation du circuit RL dans EMTP-RV.

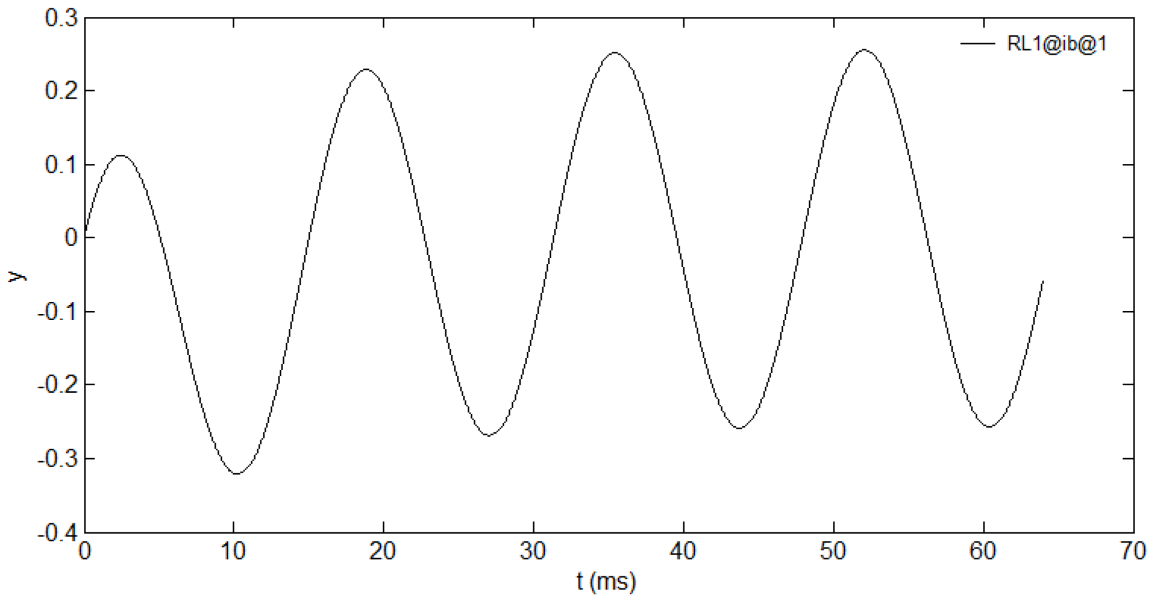


Fig. 7. Graphique du courant du circuit RL dans MPLOT.

Simulation du circuit RL avec Matlab/Simulink

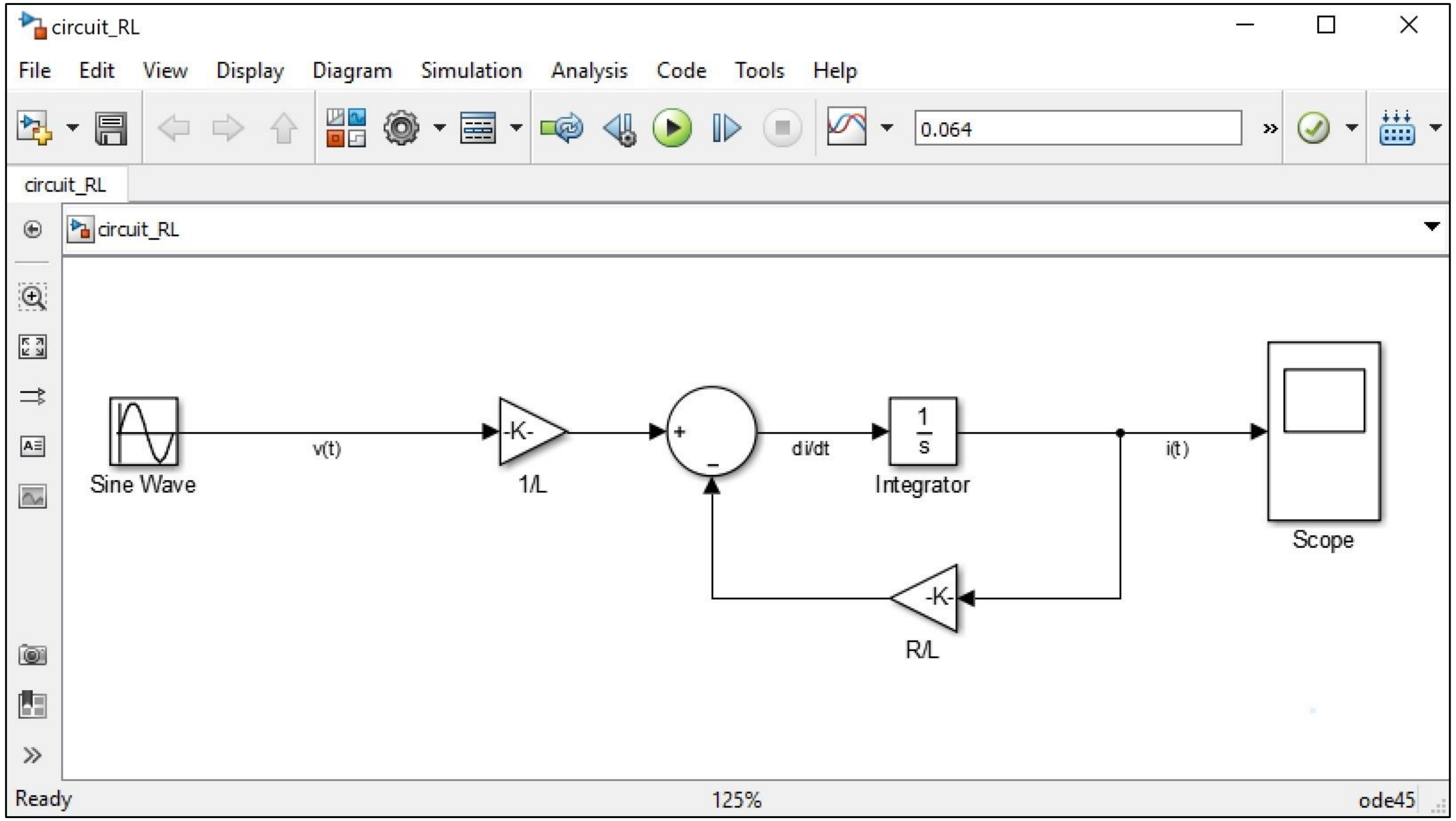


Fig. 8. Simulation du circuit RL dans Matlab/Simulink.

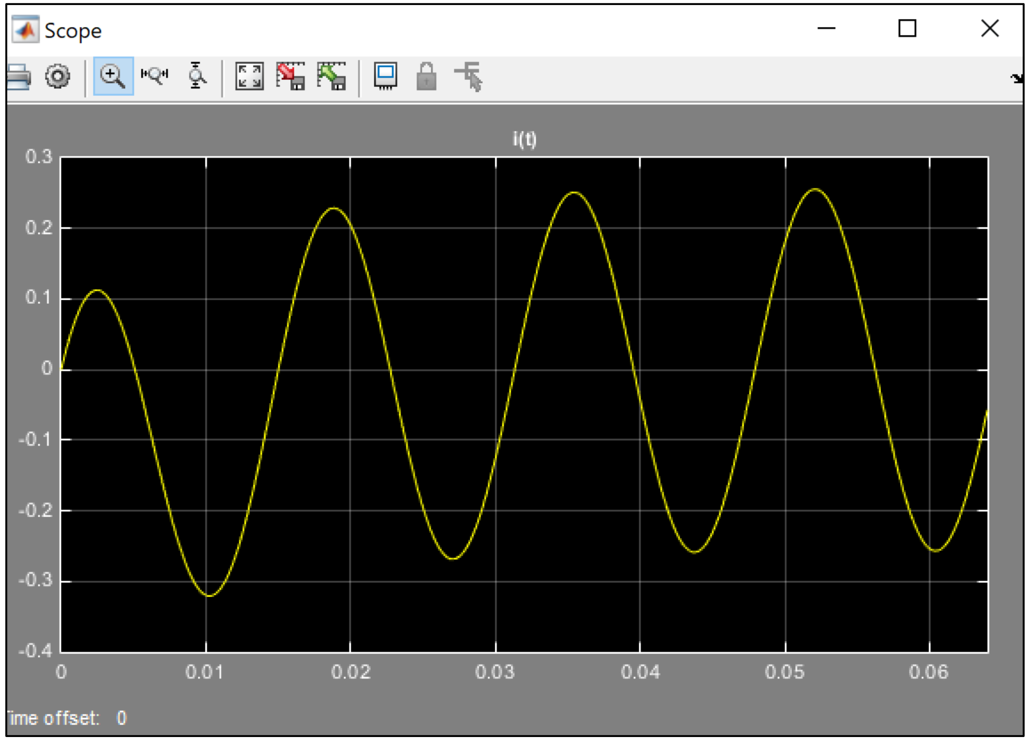


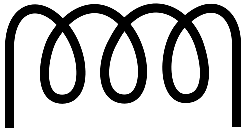
Fig. 9. Graphique du courant du circuit RL dans Matlab/simulink.

Comment ces logiciels calcul la réponse des circuits électriques dynamiques?

EMTP-RV. Modified-Augmented Nodal Analysis (MANA)

Discrétisation avec une technique d’intégration numérique

Inducteur



$$v_L(t) = L\frac{di_L(t)}{dt}$$

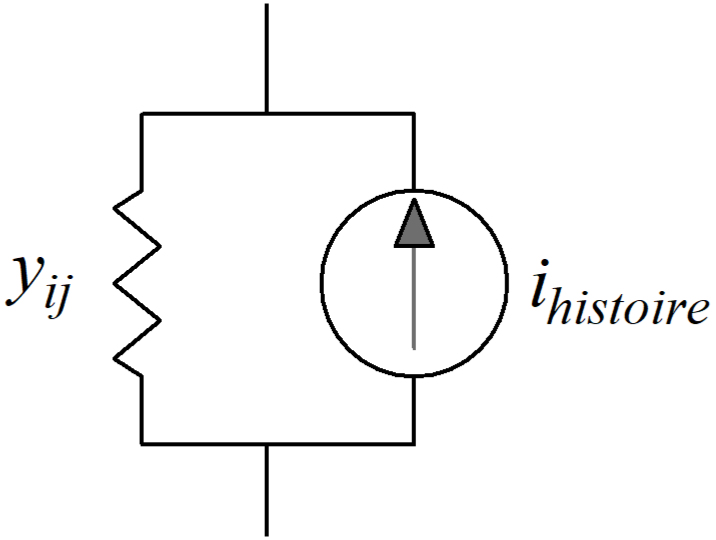


Fig. 10. Circuit équivalent discrétisé de l’inducteur.

$$\begin{bmatrix} y_{11} & \mathrm{L} & y_{1n} & & \\ \mathrm{M} & \mathrm{O} & \mathrm{M} & & \\ y_{n1} & \mathrm{L} & y_{nn} & & \\ & & & 1 & -1 \\ & & & & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ \mathrm{M} \\ v_n \\ i_{sw} \\ v_{trafo} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{histoire1} \\ \mathrm{M} \\ i_{histoiren} \\ v_a \\ v_{source} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{B} \quad (12)$$

Simulink. Modèle d'espace d'états

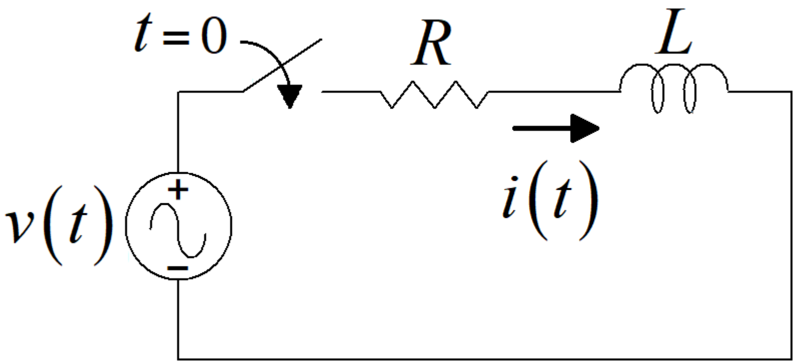


Fig. 2. Circuit RL.

$$v(t) = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} \qquad (1)$$

$$\frac{di(t)}{dt} = -\frac{R}{L}i(t) + \frac{1}{L}v(t) \qquad (14)$$

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \qquad (13)$$

Discrétisation avec une technique d'intégration numérique

$$\mathbf{x}(t_{n+1}) = f\left[\mathbf{x}(t_n), \mathbf{u}(t_n), \mathbf{u}(t_{n+1})\right] \qquad (15)$$

Méthodes d'intégration numérique

Table I. Techniques d'intégration numérique

Technique	Formule	
Backward Euler	$\mathbf{x}\left(t_{n+1}\right)=\mathbf{x}\left(t_n\right)+\Delta t\left[f\left(t_{n+1}\right)\right]$	(16)
Forward Euler	$\mathbf{x}\left(t_{n+1}\right)=\mathbf{x}\left(t_n\right)+\Delta t\left[f\left(t_n\right)\right]$	(17)
Trapézoïdal	$\mathbf{x}\left(t_{n+1}\right)=\mathbf{x}\left(t_n\right)+\frac{\Delta t}{2}\left[f\left(t_{n+1}\right)+f\left(t_n\right)\right]$	(18)
Simpson 1/3	$\mathbf{x}\left(t_{n+1}\right)=\frac{\Delta t}{6}\left[f\left(t_n\right)+4f\left(\frac{t_{n+1}+t_n}{2}\right)+f\left(t_{n+1}\right)\right]$	(19)

Règle d'intégration trapézoïdal

$$\int_{t_n}^{t_{n+1}} f(t)\,dt = \Delta t \left[\frac{f(t_{n+1}) + f(t_n)}{2} \right] \quad (20)$$

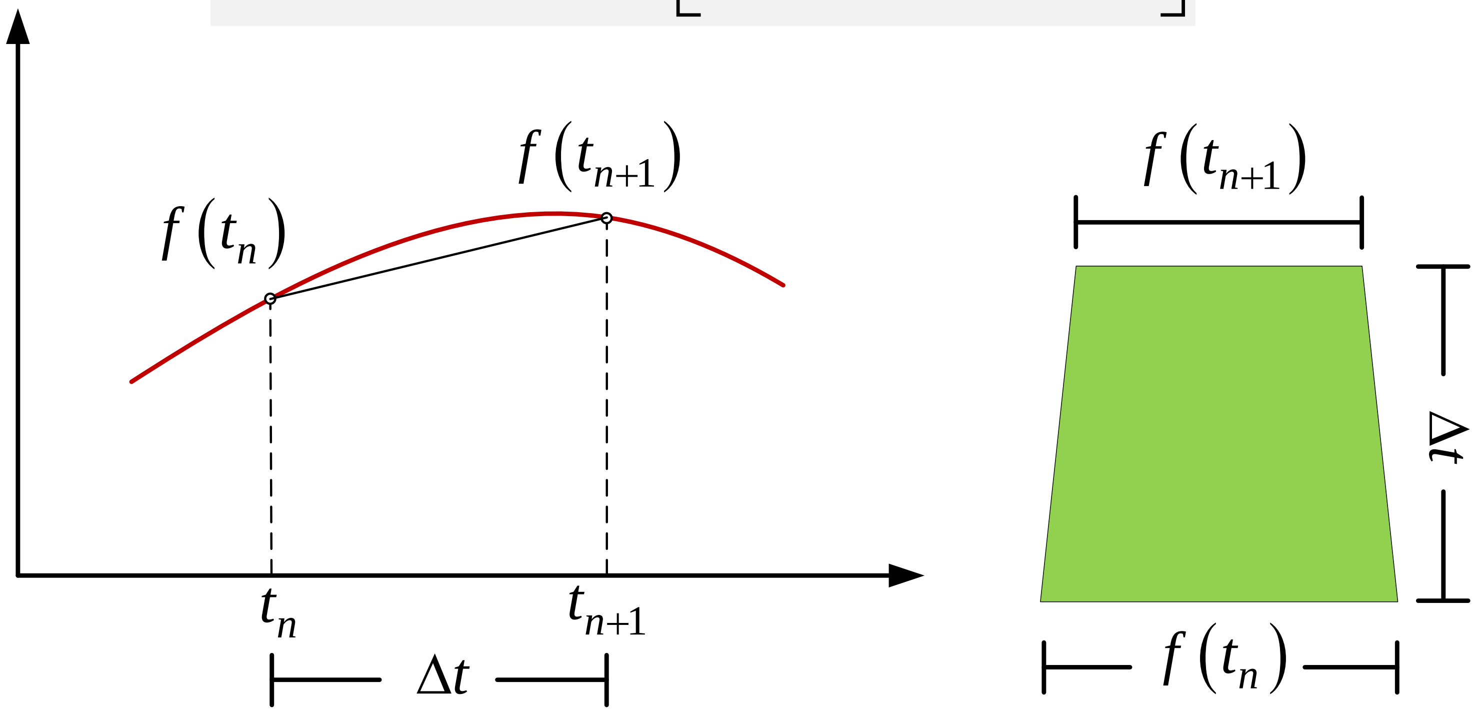


Fig. 11. Description graphique de la règle trapézoïdale.

Application de la règle trapézoïdal au modèle d'espace d'état

$$\int_{t_n}^{t_{n+1}} f(t)dt = \Delta t\left[\frac{f(t_{n+1})+f(t_n)}{2}\right] \quad (20)$$

$$f(t) = \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{Ax}(t)+\mathbf{Bu}(t) \quad (21)$$

$$f(t_n) = \mathbf{Ax}(t_n)+\mathbf{Bu}(t_n) \quad (22)$$

$$f(t_{n+1}) = \mathbf{Ax}(t_{n+1})+\mathbf{Bu}(t_{n+1}) \quad (23)$$

$$\int_{t_n}^{t_{n+1}} f(t)dt = \int_{t_n}^{t_{n+1}} \dot{\mathbf{x}}(t)dt = \left[\mathbf{x}(t)\right]_{t_n}^{t_{n+1}} = \mathbf{x}(t_{n+1})-\mathbf{x}(t_n) \quad (24)$$

$$\mathbf{x}(t_{n+1})-\mathbf{x}(t_n) = \frac{\Delta t}{2}\left[\mathbf{Ax}(t_{n+1})+\mathbf{Bu}(t_{n+1})+\mathbf{Ax}(t_n)+\mathbf{Bu}(t_n)\right] \quad (25)$$

Application de la règle trapézoïdal au modèle d'espace d'état

$$\mathbf{x}(t_{n+1}) - \mathbf{x}(t_n) = \frac{\Delta t}{2}\left[\mathbf{Ax}(t_{n+1}) + \mathbf{Bu}(t_{n+1}) + \mathbf{Ax}(t_n) + \mathbf{Bu}(t_n)\right] \qquad (25)$$

$$\mathbf{x}(t_{n+1}) = \mathbf{Px}(t_n) + \mathbf{Q}\left[\mathbf{u}(t_n) + \mathbf{u}(t_{n+1})\right] \qquad (26)$$

Trouvez P et Q!

Exemple 1. Simulation d'un circuit RL

- Ouvriez les fichiers de simulation:
  - Circuit_RL.slx (Matlab/Simulink)
  - Circuit_RL.ecf (EMTP-RV)
  - CircuitRL.m (Matlab)
- Pour chaque fichier obtenez la graphique du courant du circuit RL
- Utilisant le fichier EMTP, initialisez la simulation en régime permanent
- Utilisant le code de Matlab, initialisez la simulation en régime permanent

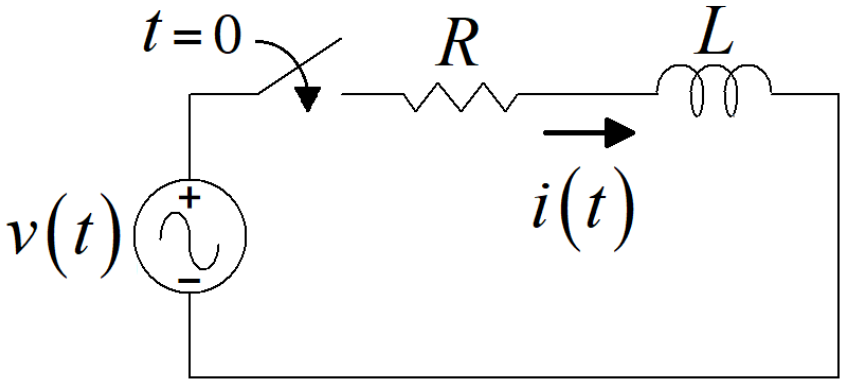


Fig. 2. Circuit RL.

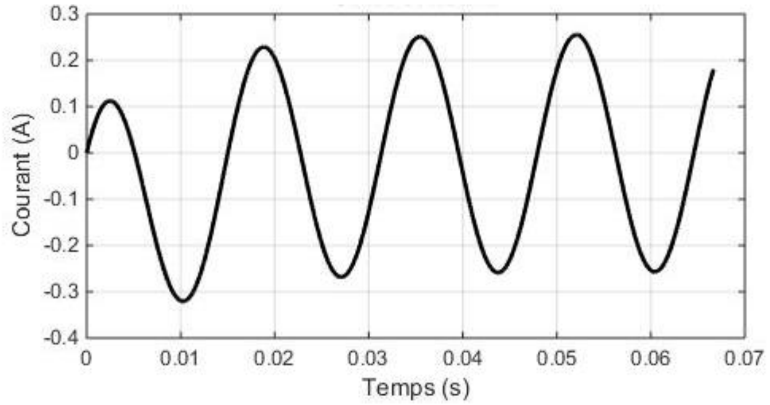


Fig. 12. Courant du circuit RL.

Exercice 1. Simulation d'un circuit RLC

a) Simulez le circuit RLC avec EMTP-RV
b) Trouvez la représentation en diagramme des bloques du circuit RLC
c) Simulez le circuit RLC avec Simulink
d) Trouvez la représentation en modèle d'espace d'états du circuit RLC
e) Simulez le circuit RLC en code de Matlab
f) Trouvez la solution analytique en régime permanent du circuit RLC (avec phaseurs)
g) Simulez le circuit RLC avec initialisation en régime permanent en code Matlab (vérifiez votre résultat avec EMTP)

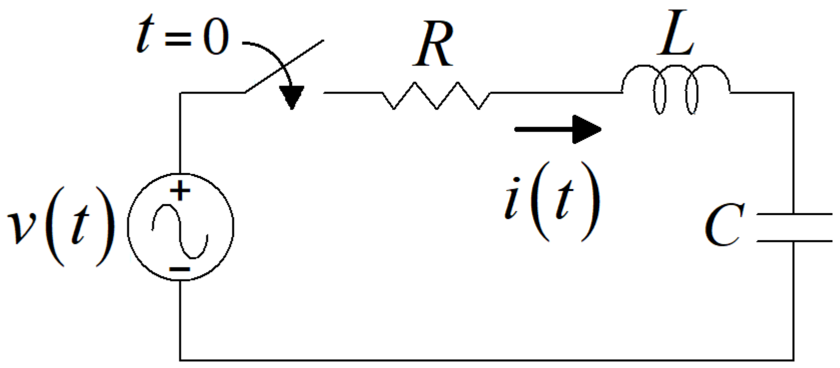


Fig. 13. Circuit RLC.

$$C = 2\mu F$$

Exercice 2. Simulation d'un système électromécanique élémentaire

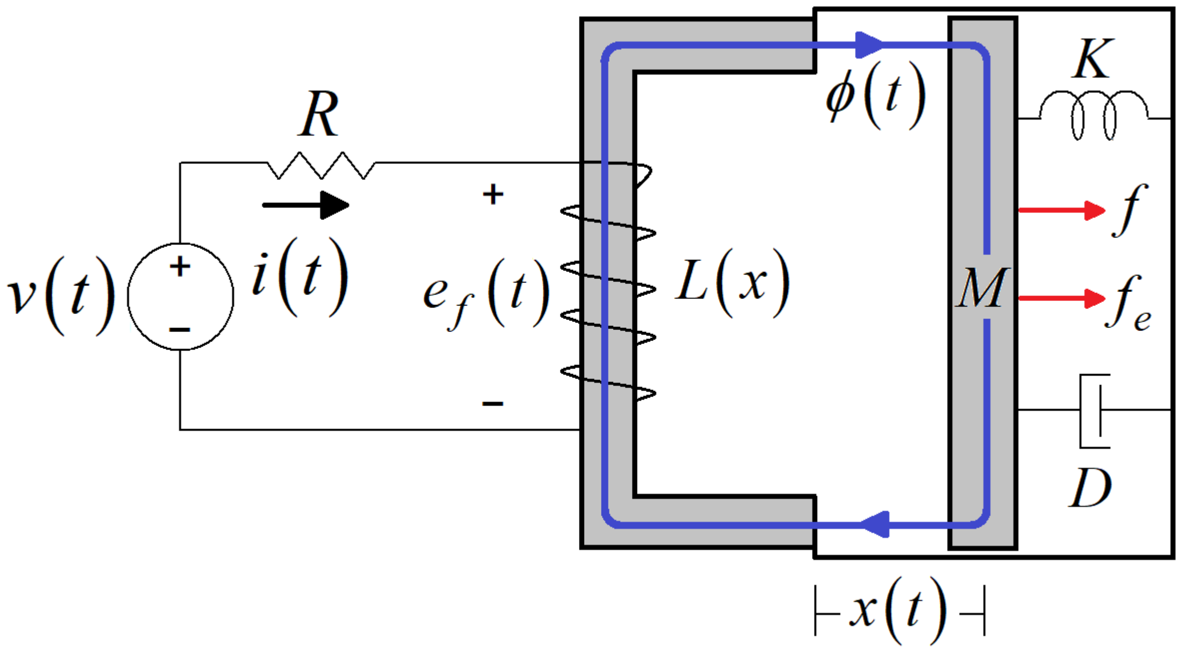


Fig. 14. Système électromécanique élémentaire

Côté mécanique

$$f = M\frac{d^2x(t)}{dt^2} + D\frac{dx(t)}{dt} + K\left(x(t) - x_0\right) - f_e \qquad \text{(a)}$$

$$f_e = -\frac{ki(t)^2}{2x(t)^2} \qquad \text{(b)}$$

Côté électrique

$$v(t) = Ri(t) + e_f \qquad \text{(c)}$$

$$e_f(t) = \frac{d\lambda(t)}{dt} \qquad \text{(d)}$$

$$\lambda(t) = L(x)i(t) \qquad \text{(e)}$$

$$L(x) = \frac{k}{x(t)} \qquad \text{(f)}$$

Exercice 2. Simulation d’un système électromécanique élémentaire

i. Trouvez la représentation en modèle d’espace d’états (trois états), utilisez la formule : $$\frac{dx(t)}{dt} = y(t)$$

ii. Appliquez discrétisation au modèle d’espace d’états avec la règle trapézoïdale (Notez qu’on trouve un système non linéaire)

iii. Proposez une solution au système non linéaire (utilisez la méthode Newton Raphson)

iv. Simulez le système dans Matlab. Trouvez les donnes du système dans le fichier système_electromecanique.m

v. Obtenez les formes d’onde de : $i(t), x(t), W_e(t), W_m(t)$ et $W_f(t)$

vi. Commentez à propos de la transfert d’énergie.

Transfert d’énergie

$$W_e(t) = \int e_f i(t)\,dt \qquad \text{(g)}$$

$$W_m(t) = -\int f_e(t)\,dt \qquad \text{(h)}$$

$$W_f(t) = W_e(t) + W_m(t) \qquad \text{(i)}$$

$$f(t_n) = \mathbf{A}(t_n)\mathbf{x}(t_n) + \mathbf{B}(t_n)\mathbf{u}(t_n)$$

$$\int_{t_n}^{t_{n+1}} f(t)dt = \Delta t\left[\frac{f(t_{n+1}) + f(t_n)}{2}\right]$$

$$f(t_{n+1}) = \mathbf{A}(t_{n+1})\mathbf{x}(t_{n+1}) + \mathbf{B}(t_{n+1})\mathbf{u}(t_{n+1})$$

$$\int_{t_n}^{t_{n+1}} f(t)dt = \int_{t_n}^{t_{n+1}} \dot{\mathbf{x}}(t)dt = \left[\mathbf{x}(t)\right]_{t_n}^{t_{n+1}} = \mathbf{x}(t_{n+1}) - \mathbf{x}(t_n)$$

$$t_{n+1}) - \mathbf{x}(t_n) = \frac{dt}{2}\left[\mathbf{A}(t_n)\mathbf{x}(t_n) + \mathbf{B}(t_n)\mathbf{u}(t_n) + \mathbf{A}(t_{n+1})\mathbf{x}(t_{n+1}) + \mathbf{B}(t_{n+1})\mathbf{u}(t_{n+1})\right.$$

$$\mathbf{x}(t_{n+1}) = F\left[\mathbf{x}(t_{n+1}), \mathbf{x}(t_n), u(t_{n+1}), u(t_{n+1})\right]$$

$$F\left[\mathbf{x}(t_{n+1}), \mathbf{x}(t_n), u(t_{n+1}), u(t_{n+1})\right] = 0$$

$$\mathbf{x}(t_{n+1})^{new} = \mathbf{x}(t_{n+1}) - J\left(\mathbf{x}(t_{n+1})\right)F\left(\mathbf{x}(t_{n+1})\right)$$

Rapport TP1

- Présentez les résultats des exercices 1 et 2 dans un rapport écrit.

- Date de remise: 23 février (en classe)