Compression de données

Yves Goussard

GBM6103A

3 décembre 2014

Introduction

Nécessité de la compression dans le domaine biomédical

- Prévalence de signaux longs et d'images
- Nécessité de stocker et de transmettre données et images

Exemples

- Archivage de données (études cliniques ou épidémiologiques)
- Dossier médical informatisé

Compression

Représentation (exacte ou approchée) des données avec un nombre limité de bits

Plan

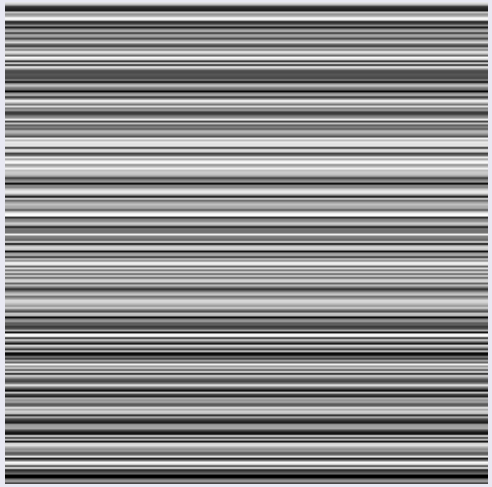
Position du problème

Cadre et définitions

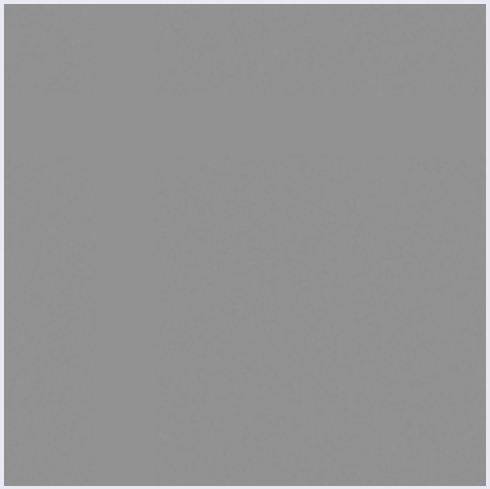
- Par défaut : données = images $f(x_1, x_2)$
- Image originale : b bits ; image compressée : b' bits
- Taux de compression : $C = b/b'$; redondance relative : $R = 1 - 1/C$

Codage : utilisation de la redondance

Redondance de source



Redondance spatiale



Info. non pertinente

Redondance de source

Principe

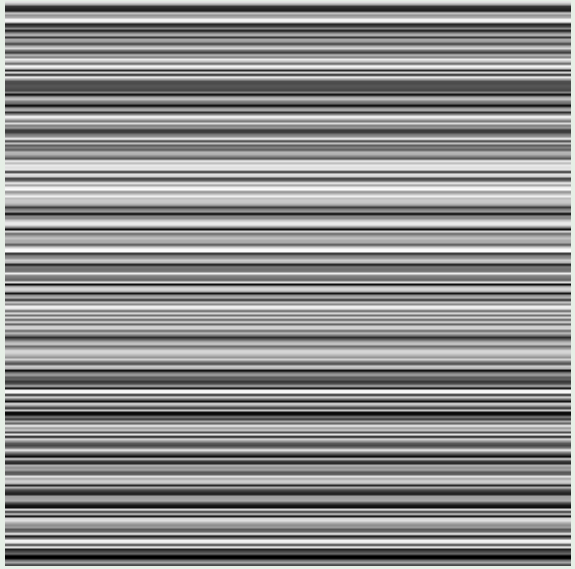
- Image : suite de symboles *indépendants*
- Exemple de codage à longueur variable :

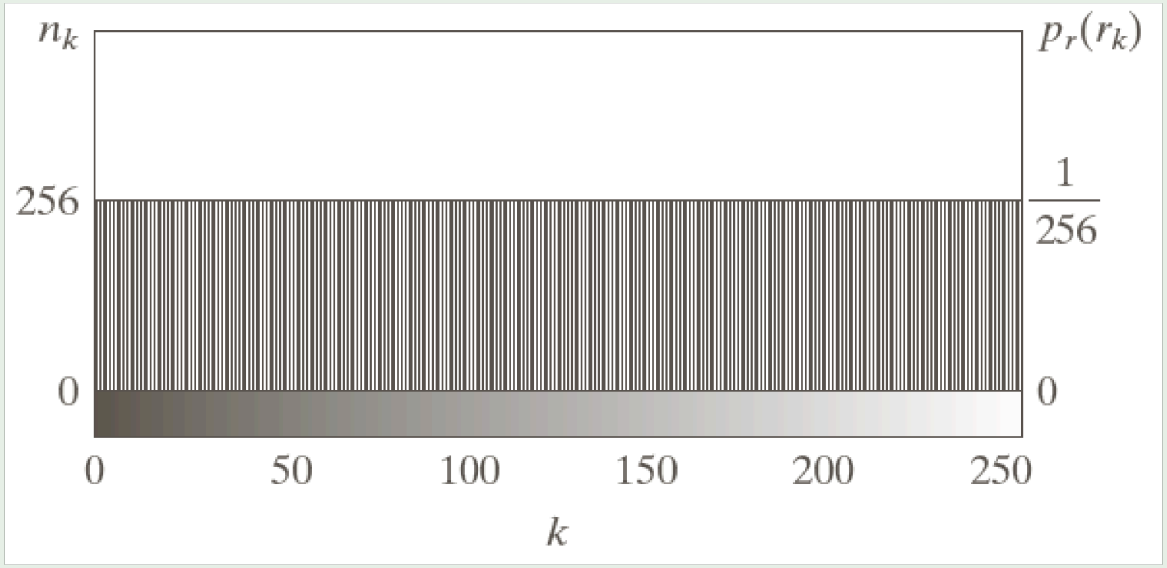
r_k	$p_r(r_k)$	Code 1	$l_1(r_k)$	Code 2	$l_2(r_k)$
$r_{87} = 87$	0.25	01010111	8	01	2
$r_{128} = 128$	0.47	10000000	8	1	1
$r_{186} = 186$	0.25	11000100	8	000	3
$r_{255} = 255$	0.03	11111111	8	001	3
r_k for $k \neq 87, 128, 186, 255$	0	—	8	—	0

- $\bar{L} = \sum_k l(r_k)p(r_k)$
- $\bar{L} = 1,81$ bits

Redondance spatiale

Exemple : codage par longueur de plage (RLC)

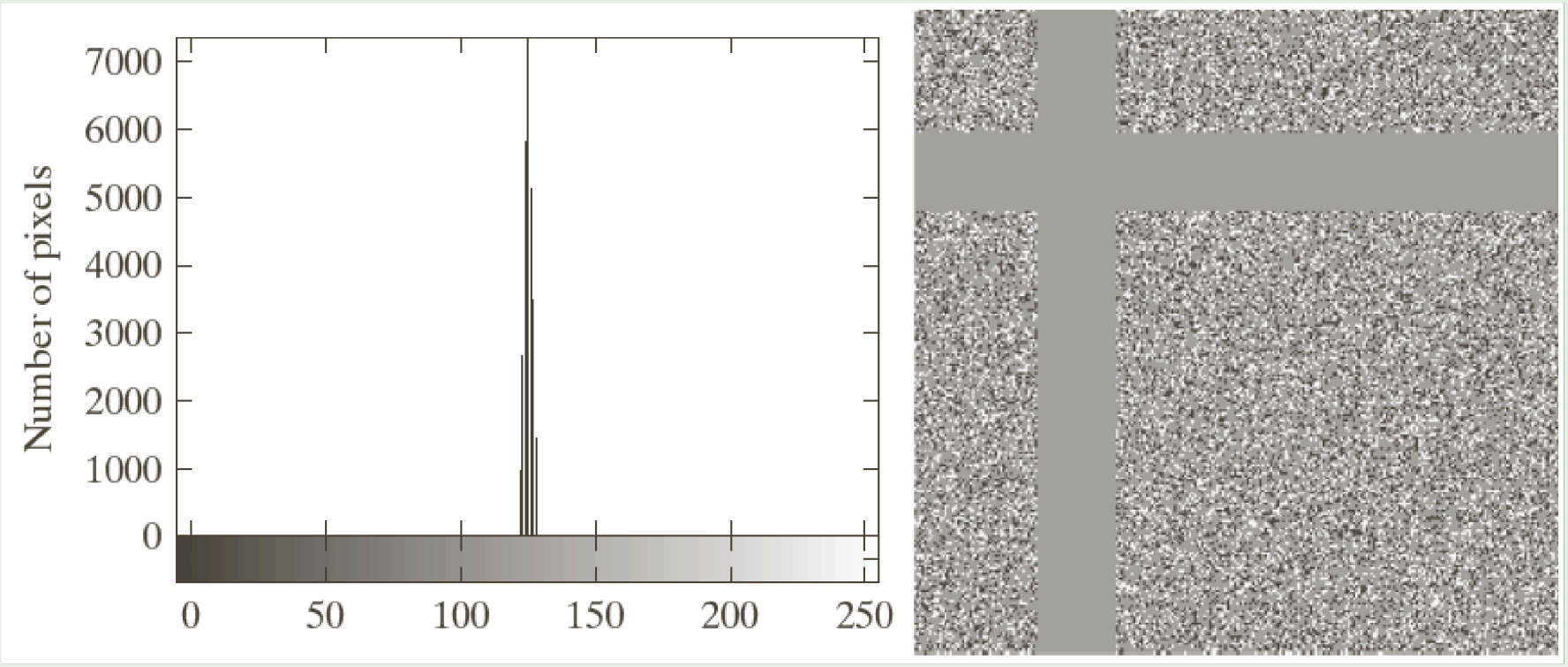




- Codage de la longueur et de la valeur de chaque segment horizontal d'intensité constante
- 512 octets : $C = 128$!

Information non pertinente

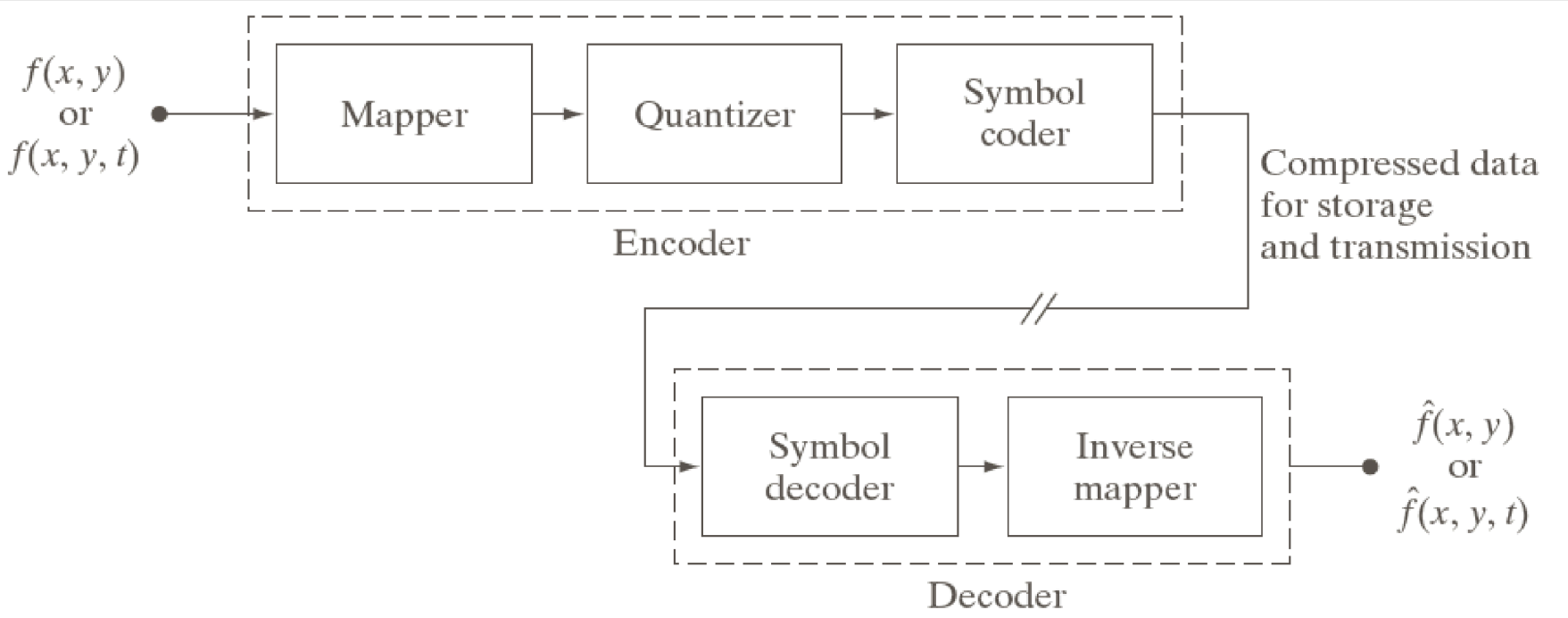
Exemple : image quasi-homogène



- Compression avec perte : une seule valeur. $C = 256^2$!
- Compression sans perte : redondance spatiale *et* redondance de source

Structure d'un système de codage

Principales étapes



- Possible ajout de redondance lors de la transmission ou du stockage
- Quelle transformation (mapper) ?
- Quel codage de source (symbol coder) ?

Arrière-plan mathématique

Notion d'information

- Information contenue par un évènement E : $I(E) = -\log_2 p(E)$ (bits)
- Entropie d'une source (symboles indépendants) :
  $H = \mathrm{E}[I(r)] = -\sum_k p(r_k) \log_2 p(r_k)$
- Premier théorème de Shannon : H limite inférieure de $\bar{L}$

Attention aux hypothèses sur la source !

Fidélité (codage avec perte)

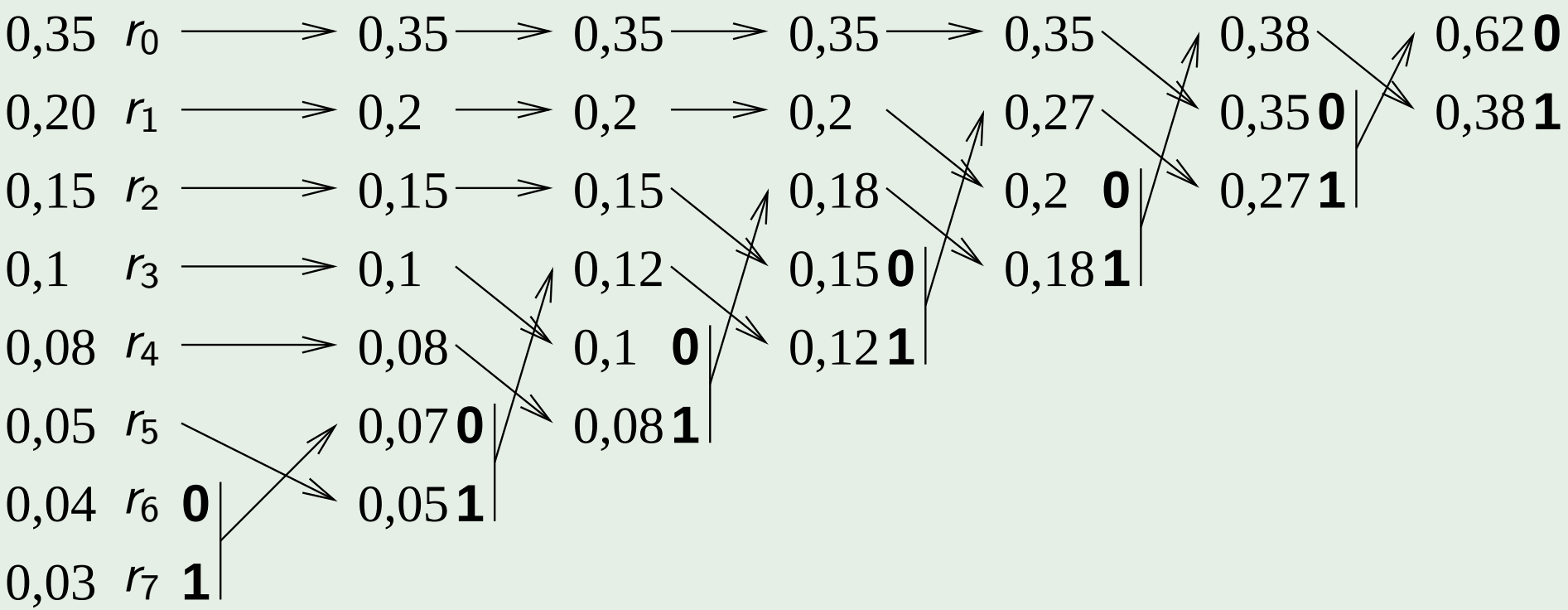
- $\hat{f}(x_1, x_2)$: image résultant du codage de $f(x_1, x_2)$
- Mesure la plus courante : $\mathrm{SNR} = \dfrac{\|\hat{f}(x_1, x_2)\|^2}{\|\hat{f}(x_1, x_2) - f(x_1, x_2)\|^2}$

Codage de Huffman (1)

Principe

- Probabilité de chaque symbole connue
- Codage de longueur variable (probabilité ↘, longueur ↗)

Exemple de construction



Codage de Huffman (2)

Résultat de la construction

r_0 : 00 r_4 : 111
r_1 : 10 r_5 : 0111
r_2 : 010 r_6 : 01100
r_3 : 110 r_7 : 01101

Propriétés

- Séparabilité $\Rightarrow$ pas de nécessité de coder la séparation entre symboles
- Quasi-optimalité au sens de la théorie de l'information.

En pratique

- $p(r_k)$? Indépendance entre symboles ?
- Quantités à transmettre :
  - symboles et leur probabilité
  - symboles codés

Approche par dictionnaires

Principe

- Repérer dans la suite de symboles les séquences qui se répètent fréquemment
- Construire un dictionnaire à partir de ces séquences
- Coder les symboles + les mots du dictionnaire

En pratique

- Compromis taille du dictionnaire / taille des codes correspondants
- Quantités à transmettre
  - Dictionnaire et codes (mots du dictionnaire, symboles ou probabilités)
  - Symboles codés

Codage de Lempel-Ziv-Welch (LZW)

Principe

- Codes de longueur fixe
- Construction récurrente d'un dictionnaire (mot : suite de symboles) au codage *et* au décodage

En pratique

Quantités à transmettre :

- Liste des symboles
- Taille du dictionnaire
- Technique de gestion des débordements

Codage par longueur de plage (RLC) (1)

Principe

- Utilisation de la redondance spatiale
- Description d'une image par :
  - taille d'un segment d'intensité constante dans une direction de balayage
  - valeur de l'intensité
- Très efficace pour les images binaires (norme en télécopie)

Exemple : format BMP

- Mode codé : 2 octets (longueur du segment, valeur de l'intensité)
- Mode absolu :

Second Byte Value	Condition
0	End of line
1	End of image
2	Move to a new position
3–255	Specify pixels individually

Codage par longueur de plage (RLC) (2)

En pratique

- Relativement peu efficace pour les images non binaires
- Peut conduire à un accroissement de la taille des images !
- Peut être associé à un codage de source
- Utilisé dans les normes CCITT

Extension : codage par plans de bits (BPC)

- Décomposition de chaque pixel de l'image en forts poids $\rightarrow$ faibles poids
- Constitution et codage des k images binaires

Difficulté : sensibilité à de petites variations d'intensité

Codage prédictif (1)

Principe

- Image composée d'une partie certaine (modèle déterministe) et d'une partie incertaine (déviation par rapport au modèle)
- Stockage
  - des coefficients du modèle
  - de la déviation par rapport au modèle

Codage *prédictif*

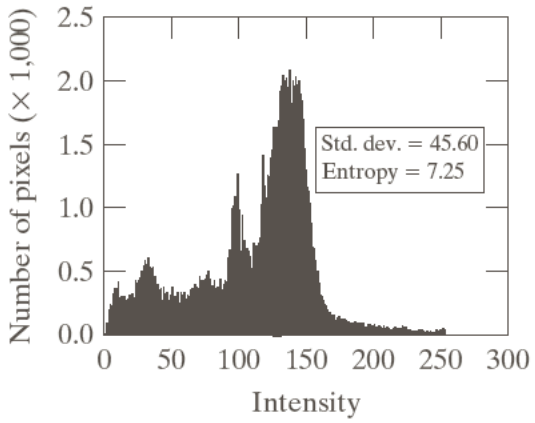
- Approche « signal » : ordonnancement des pixels
- Pixel courant : combinaison linéaire de pixels *passés*

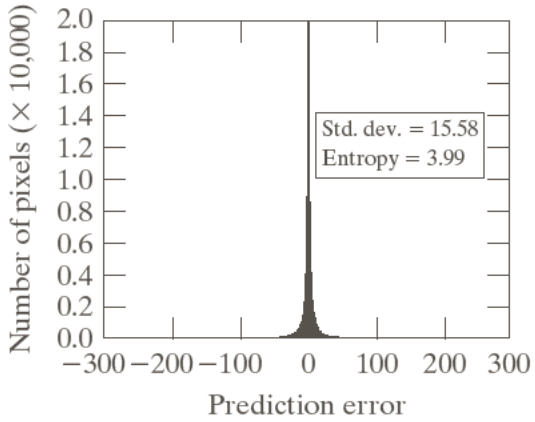
Codage *sans* ou *avec* pertes

- Sans perte : déviation stockée exactement
- Avec pertes : déviation quantifiée et stockée avec approximation

Codage prédictif (2)

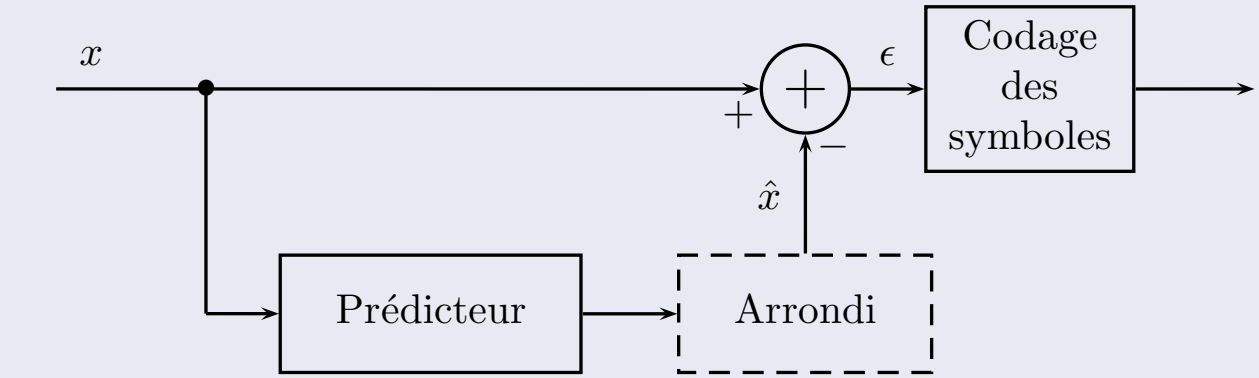
Image *vs.* déviation par rapport au modèle



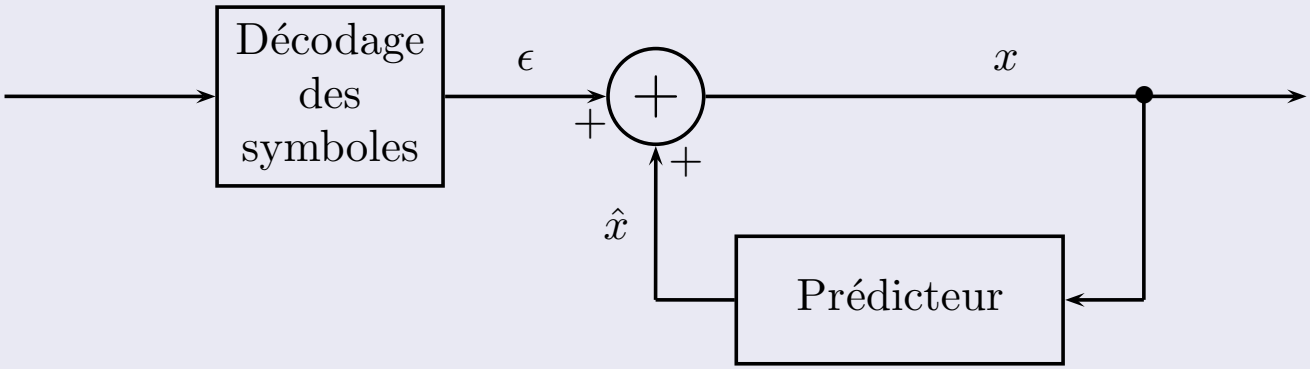


Codage prédictif sans perte

Structure du codeur et du décodeur



Codeur



Décodeur

Codage prédictif avec pertes (1)

Principe

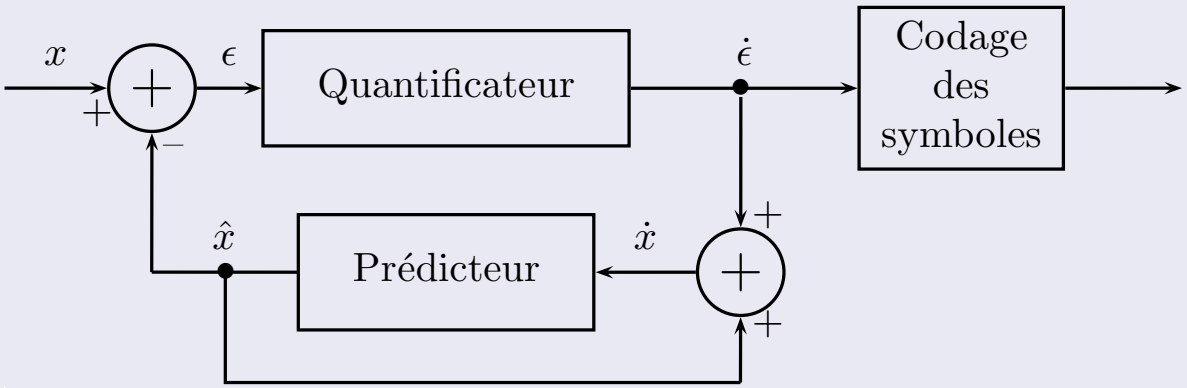
- Fonctionnement analogue au codage prédictif sans pertes
- Erreur de prédiction quantifiée $\Rightarrow$ erreur d'arrondi

Sans précaution, accumulation des erreurs de quantification
DIVERGENCE

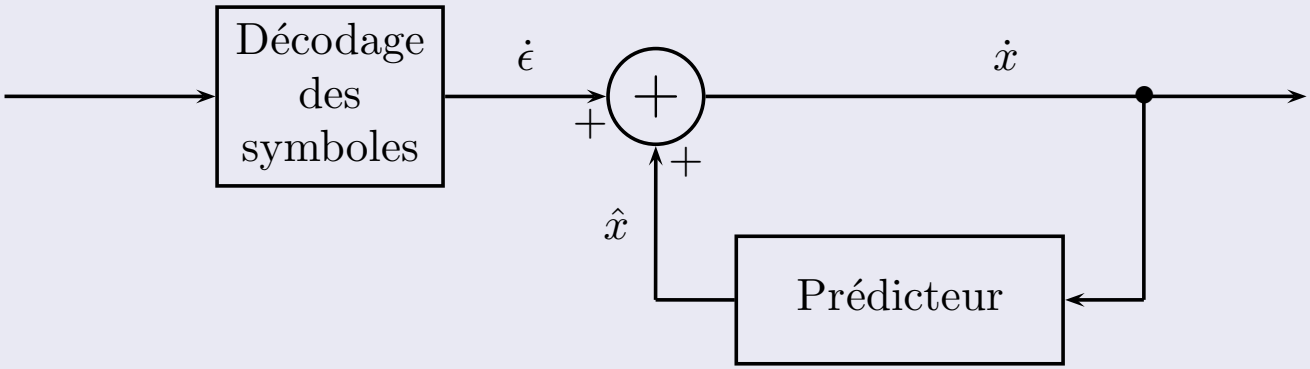
Solution : faire fonctionner le codeur et le décodeur avec les mêmes quantités

Codage prédictif avec pertes (2)

Structure du codeur et du décodeur



Codeur



Décodeur

Structure des prédicteurs

Images fixes

- Ordonnancement des pixels selon un balayage *raster* (en général, ligne par ligne)
- Prédiction du pixel courant à partir des pixels précédents les plus proches (1, 2 3 ou mixte)

$$f(x_1, x_2) = \alpha_1 f(x_1, x_2 - 1) + \alpha_2 f(x_1 - 1, x_2) + \alpha_3 f(x_1 - 1, x_2 - 1) + \epsilon(x_1, x_2)$$

- Transmission des $\{\alpha_i\}$ et de l'erreur de prédiction (quantifiée ou non)

Spécification des coefficients de prédiction

Spécification *a priori*

- Spécification empirique des paramètres
- Choix classique : $f(x_1, x_2) = f(x_1, x_2 - 1) + \epsilon(x_1, x_2)$

Estimation

- Prédiction linéaire : $\boldsymbol{f} = \boldsymbol{F}\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\epsilon}$
- $\boldsymbol{F}$: matrice construite à partir des pixels de l'image
- Estimateurs classiques avec forme explicite (par ex., moindres carrés)

Remarques

- Les estimateurs de type moindres carrés correspondent aux estimateurs d'erreur quadratique moyenne minimale avec estimation empirique des coefficients de corrélation
- Il est *préférable* que filtre prédicteur soit stable

Codage par transformées

Principe

- $\boldsymbol{f} \in \mathcal{E}$, espace muni d'un produit scalaire $< \cdot | \cdot >$
- $\{\boldsymbol{e}_i \ ; \ 1 \leq i \leq I\}$ base orthogonale de $\mathcal{E}$

$$\boldsymbol{f} = \sum_{i=1}^{I} f_i \boldsymbol{e}_i \qquad f_i = \frac{< \boldsymbol{f} | \boldsymbol{e}_i >}{< \boldsymbol{e}_i | \boldsymbol{e}_i >}$$

- Stockage des f_i plutôt que de $\boldsymbol{f}$
- Quantification des f_i selon leur importance sur la perception (visuelle, auditive...)

Importance du choix de la base

Choix de bases classiques

Bases de Fourier (transformée en cosinus)

- Choix classique pour signaux (mp3) et images (jpeg)
- Données découpées en blocs de taille fixe (ex. : vignettes 8×8)
- Pas de quantification ajusté en fonction de la fréquence
- Quantités à stocker
  - taille des données
  - taille des blocs
  - pas de quantification
  - coefficients de la décomposition
  - transformation par une étape de codage de Huffman

Bases d'ondelettes

- Même démarche générale que pour les bases de Fourier
- Décomposition des données en blocs : inutile
- Codage en général plus efficace que le précédent (jpeg 2000)