POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

Département de mathématiques et de génie industriel
MTH1102 - Calcul II
Hiver 2023 - Devoir 1

- Le devoir est à rendre dimanche le **22 janvier** avant 23h55 sur le site Moodle du cours.
- Les consignes pour la remise et la présentation du devoir sont disponibles sur le site Moodle du cours.
- Dans tous les cas, la valeur exacte des intégrales est exigée, et non une approximation décimale.
- Vous devez justifier toutes vos réponses.

Question 1

Soit f la fonction définie par $f(x, y) = \sin\left(\pi(x^2 + y^2)\right)$ et le rectangle $R = [-1, 1] \times [0, 1]$.

a) Estimez l'intégrale $J = \iint_R f(x, y)\, dA$ à l'aide d'une double somme de Riemann finie avec $m = n = 2$ et en utilisant les points milieux comme points d'évaluation.

Donnez d'abord une réponse exacte simplifiée puis une approximation arrondie à la deuxième décimale.

b) La valeur trouvée en a) représente-t-elle un volume ? Justifiez votre réponse.

c) La valeur de J est environ 0.76. Votre approximation est-elle proche de cette valeur ? Comment pourriez-vous améliorer la précision de votre approximation ?

Question 2

Évaluez les intégrales suivantes et simplifiez votre réponse.

a) $J_1 = \displaystyle\int_0^4 \int_{\sqrt{y}}^2 \sqrt{1 + x^3}\, dx dy.$

b) $J_2 = \displaystyle\iint_D \left[y + x^3 y^3 \cos(x^3 y^3)\right] dA$, où D est la région délimitée par les courbes $y = x^2 - 1$ et $y = 5 - x^2$.

Question 3

Évaluez l'intégrale $\displaystyle\iint_D xy\, dA$, où D est la région du premier quadrant délimitée par les courbes $y = x^2$, $y = (x - 1)^2$ et $y = 2/x$. Donnez votre réponse sous forme exacte simplifiée.

Question 4

Calculez le volume des régions suivantes.

a) La région R délimitée par les plans $x = 1, y = 1, z = 0$ et $z = 6 - 2x - 3y$.

b) La région E bornée par les surfaces $y = x^2$, $y = 4$ et $x = z^2$.
