Exercice 2

1) Calcul de ρ_a

$\rho_a = K \Delta V / I$

avec

$$K = \frac{2\pi}{\frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} - \frac{1}{AN} + \frac{1}{BN}}$$

$$K = \frac{2\pi}{\frac{1}{r} - \frac{1}{r+\Delta r} - \frac{1}{r+\Delta r} + \frac{1}{r}}$$

$$K = \frac{\cancel{2}\pi}{\frac{\cancel{2}}{r} - \frac{2}{r+\Delta r}}$$

$$K = \frac{\pi r (r+\Delta r)}{\cancel{r+\Delta r - r}}$$

$$\boxed{K = \frac{\pi r (r+\Delta r)}{\Delta r}}$$

donc :

$$\boxed{\rho_a = \frac{\pi r (r+\Delta r)}{\Delta r} \frac{\Delta V}{I}}$$

2)

$$\rho_a' = K' \frac{\Delta V'}{I}$$

principe de réciprocité : $\Delta V = \Delta V'$

$$K' = \frac{1}{\frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} - \frac{1}{AN} + \frac{1}{BN}}$$

Comme les distances AM, BM, AN, BN sont les mêmes que pour le dispositif schlumberger direct, on a :

$$K' = K$$

Ainsi : $\boxed{\rho_a' = \rho_a}$

3) Pour des longueurs AB très grandes,

Date

Exercice 3 :

1) a) $\rho_{hs} = \alpha\, \rho_f\, \phi^{-m}\, S^{-n}$

on a : $\alpha = 1$, $m = 2$, $n = 2$, $\rho_f = 10\,\Omega.m$, $S = 0.2$
$\phi = 0.4$

A.N : $\rho_{hs} = 10 \times (0.2)^{-2} (0.4)^{-2}$

$$\boxed{\rho_{hs} = 1562.5\ \Omega.m}$$

b) $\rho_s = \alpha\, \rho_f\, \phi^{-m}$

A.N : $\rho_s = 10 \times (0.4)^{-2}$

$$\boxed{\rho_s = 62.5\ \Omega.m}$$

2) $\Delta \rho_a = \rho_{ap} - \rho_{aA}$

Pour un modèle à deux couches, le potentill créé par une électrode de courant au point M est donnée par

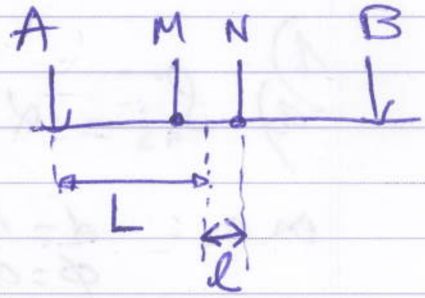
$$V_M = \frac{\rho_1 I}{2\pi r}\left(1 + 2\sum_{n=1}^{\infty} \frac{k^n}{\sqrt{1+\left(\frac{2n\,z}{r}\right)^2}}\right)$$

voir eq (3.30) notes de cours

Page

Date

Pour un dispositif Schlumberger :



$$V_M = V_{MA} - V_{MB}$$

$$V_N = V_{NA} - V_{NB}$$

$$V_M = \frac{\rho_1 I}{2\pi}\left(\frac{1}{L-l} + \frac{2}{L-l}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{k^n}{\sqrt{1+\left(\frac{2nz}{L-l}\right)^2}} - \frac{1}{L+l} - \frac{2}{l+L}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{k^n}{\sqrt{1+\left(\frac{2nz}{L+l}\right)^2}}\right)$$

$$V_M = \frac{\rho_1 I}{2\pi}\left(\frac{2l}{L^2-l^2} + \frac{2}{L-l}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{k^n}{\sqrt{1+\left(\frac{2nz}{L-l}\right)^2}} - \frac{2}{l+L}\sum\frac{k^n}{\sqrt{1+\left(\frac{2nz}{L+l}\right)^2}}\right)$$

$$V_N = \frac{\rho_1 I}{2\pi}\left(\frac{1}{L+l} + \frac{2}{L+l}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{k^n}{\sqrt{1+\frac{2nz}{L+l}}} - \frac{1}{L-l} - \frac{2}{L-l}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{k^n}{1+\left(\frac{2nz}{L-l}\right)^2}\right)$$

$$\Delta V = V_M - V_N = \frac{\rho_1 I}{2\pi}\left(\frac{4l}{L^2-l^2} + \frac{4}{L-l}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{k^n}{\sqrt{1+\left(\frac{2nz}{L-l}\right)^2}} - \frac{4}{l+L}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{k^n}{\sqrt{1+\left(\frac{2nz}{L+l}\right)^2}}\right)$$

Page

Date

$$\Delta V = \frac{\rho_1 I}{2\pi}\left(A_1 + \sum_{n=1}^{\infty} A_2(n)\right)$$

avec

$$A_1 = \frac{4\ell}{L^2-\ell^2}$$

$$A_2(n) = \frac{4}{L-\ell}\,\frac{k^n}{\sqrt{1+\left(\frac{2nz}{L-\ell}\right)^2}} - \frac{4}{\ell+L}\,\frac{k^n}{\sqrt{1+\left(\frac{2nz}{\ell+L}\right)^2}}$$

Comme $L = 3\,m$, $\ell = \frac{L}{3}$

Cas 1 : printemps

$z = 1$

$n=1$ $\quad A_2(1) = 0,479$

$n=2$ $\quad A_2(2) = 0,159$

$n=3$ $\quad A_2(3) = 0,06$

$n=4$ $\quad A_2(4) = 0.027$

$n=5$ $\quad A_2(5) = 0.014$

On voit qu'à partir de n=5 que la valeur de A2 devient très faible par rapport à A1.
On peut ainsi tronquer la série à n=5 et calculer maintenant la résistivité apparente.
Le même raisonnement doit être fait pour le modèle de résistivité obtenu en automne.

Page

PS: l'utilisation de l'abaque donne directment les valeurs de la résistivité apparente dans les deux cas.