

---

# GENERATION DE MAILLAGES

Une introduction par la pratique

---

# Génération de maillages :

## Une introduction par la pratique

---

RICARDO CAMARERO

Département de génie mécanique

École Polytechnique de Montréal

10 janvier 2024]



ÉCOLE  
**POLYTECHNIQUE**  
M O N T R É A L

# Table des matières

0.1	Préambule . . . . .	i
0.2	Rôle du maillage dans le calcul appliqué . . . . .	ii
0.3	Matière . . . . .	ii
0.4	Approche . . . . .	ii
0.5	Objectifs de formation . . . . .	iii
0.6	Retombées d'apprentissage . . . . .	iv
<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	Historique . . . . .	1
1.2	Géométrie et topologie d'un maillage . . . . .	2
1.2.1	Les systèmes de coordonnées . . . . .	4
1.2.2	Maillages à frontières immergées . . . . .	10
1.2.3	Maillages curvilignes . . . . .	12
1.2.4	Maillages non-structurés . . . . .	14
1.3	Formes des éléments/cellules . . . . .	15
1.4	Rôle et Classification des maillages . . . . .	17
<b>2</b>	<b>Maillages Curvilignes</b>	<b>21</b>
2.1	Les maillages algébriques . . . . .	21
2.1.1	Transformations conformes . . . . .	23
2.1.2	La transformation $z = w^2$ . . . . .	24
2.1.3	La transformation $z = e^w + w$ . . . . .	25
2.1.4	Critique . . . . .	26
<b>3</b>	<b>Maillages Transfinis</b>	<b>29</b>
3.1	Motivation . . . . .	29
3.2	Interpolant bivarié de quatre points . . . . .	30
3.3	Interpolant univarié entre deux courbes . . . . .	32
3.3.1	Interpolant bivarié entre quatre courbes . . . . .	35
3.4	Exemples . . . . .	39
3.4.1	$w = z^2$ . . . . .	39
3.4.2	Domaine circulaire . . . . .	41
3.5	Limites des maillages transfinis . . . . .	43

---

3.6	Aspects topologiques . . . . .	44
<b>4</b>	<b>Maillages elliptiques</b>	<b>47</b>
4.1	Maillages curvilignes . . . . .	47
4.2	Modèle d'équations de mailles . . . . .	48
4.3	Inversion des variables . . . . .	49
4.4	Équations de mailles elliptiques . . . . .	52
4.5	Discrétisation des équations de mailles . . . . .	55
4.6	Choix d'un résolveur . . . . .	57
	4.6.1 Sur-relaxation successive par point . . . . .	59
	4.6.2 Surrelaxation par bloc . . . . .	60
4.7	Algorithme global . . . . .	63
	4.7.1 Structure de données . . . . .	63
4.8	Comparaison des maillages transfini et Winslow . . . . .	65
<b>5</b>	<b>Concentration de Maillages</b>	<b>69</b>
5.1	Motivation . . . . .	69
5.2	Équations de maille de Poisson . . . . .	71
5.3	Choix des termes forcés . . . . .	74
5.4	Concentration des mailles . . . . .	75
5.5	Synthèse des équations de maille . . . . .	80
	5.5.1 Exemples . . . . .	81



# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 Historique

La complexité des géométries rencontrées dans les applications pratiques en mécanique des fluides ou dans des problèmes de champs en général, sont telles qu'il existe un besoin bien défini pour le traitement de frontières irrégulières, et de topologies complexes. Ceci est particulièrement le cas de la simulation numérique d'écoulements fluides dans les composantes de turbomachines ou les configurations aile-fuselage en aérodynamique externe mais s'applique aussi à un grand nombre de disciplines. Historiquement, on peut retracer les tentatives d'aborder de tels problèmes aux développements des techniques de transformations conformes ou plus récemment, aux méthodes de transformations algébriques ou celles basées sur les EDP.

Avec de tels maillages, il a été possible de satisfaire aux exigences géométriques particulièrement difficiles, et des applications vraiment remarquables ont été réussies. En utilisant des techniques de décomposition de domaine, des configurations de plus en plus complexes sont possibles. Ont suivi les maillages non-structurés qui ont permis une discrétisation encore plus fidèle de la géométrie et surtout en conformité avec la complexité topologie. Le niveau suivant dans l'évolution de la fonctionnalité a été l'adaptation du maillage aux caractéristiques de la solution. Bien que cela soit possible en partie, en utilisant les maillages géométriquement conformes avec des techniques de subdivision zonale et de concentration, une adaptation véritable par raffinement local ne peut effectivement être réalisée qu'avec les maillages nonstructurés.

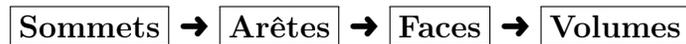
Les méthodes de génération de maillages ont évoluées sous l'impulsion des besoins des applications industrielles, mais leur développement a suivi les avancées des techniques de modélisation géométrique, des environnements informatiques et les méthodes de simulation numériques.

Chronologiquement, le cheminement dans ce domaine s'est fait dans un ordre de complexité croissante :

Cartésien	→	Curviligne
Structuré	→	Nonstructuré
Isotrope	→	Adapté
2D	→	3D
Statique	→	Mobile

## 1.2 Géométrie et topologie d'un maillage

Un maillage est un mécanisme pour l'organisation et la structuration d'un domaine dans l'espace pour fins de calculs. Plus spécifiquement, il s'agit d'un **partitionnement** de l'espace physique en un ensemble d'entités élémentaires,



qui comprend deux types d'informations,

1. **La géométrie** : Les coordonnées  $(x, y, z)$  d'un ensemble de sommets représentant la discrétisation des frontières,  $\partial\Omega$ , et du domaine  $\Omega$  borné par ces frontières.

Ce sont des nombre réels.

2. **La connectivité** : L'identification et les relations topologiques entre ces sommets.

On utilise des entiers ou des pointeurs.

Ces deux niveaux s'imbriquent hiérarchiquement pour former un domaine de calcul selon leur dimension : zéro, pour les sommets ; un, pour les arêtes ; deux, pour les faces ; et trois, pour les volumes.

Ensemble, ces entités forment un **recouvrement** complet du domaine dans l'espace physique sans chevauchement, ni de vide entre ces entités.

De plus, ces données sont ordonnées, c'est-à-dire numérotées ou identifiées de sorte qu'elles peuvent être facilement récupérées pour fins de traitement numérique. Par leur propriétés géométriques et topologiques, ces entités peuvent être localisées dans l'espace et vis-à-vis leur voisinage, ainsi qu'entre elles-mêmes par une structure hiérarchique.

Le point de départ de la génération d'un maillage est une géométrie composée d'un ensemble de courbes, elles-mêmes composées de segments (SEG) géométriques élémentaires construits sous forme de polygones de contrôle (PLN), polynômes, splines, Bézier etc .

Une courbe	Un segment
$\sum_{iniSEG}^{finSEG} SEG$	$\sum_{iniPLN}^{finPLN} PLN$

Par des opérations de modélisation sur un ensemble de courbes on obtient un domaine dans l'espace physique.

Une géométrie	Les surfaces	les volumes
$\sum_{iniCRB}^{nbCRB} Courbe$	$\sum_{iniBord}^{finBord} Bord$	$\sum_{iniSurface}^{finSurface} Surface$

Le maillage est la discrétisation du modèle topologique du domaine obtenu à partir de la géométrie.

Les faces	Les boucles	Les bords
$\sum_{iniBCL}^{finBCL} BCL$	$\sum_{iniCote}^{finCote} Cote$	$\sum_{iniBORD}^{finBORD} BORD$

La discrétisation du domaine topologique donne lieu à deux maillages : *le maillage du bord* et *le maillage intérieur* du domaine, qui sont de dimension  $(n - 1)$  et  $n$ , respectivement.

	Domaine $\Omega$	Bord $\partial\Omega$	Élément/cellule
1-d	Courbe	Deux noeuds	Segment
2-d	Face plane	Boucle= $\sum$ Bords	Polygone : Triangle.... quadrangle,hexagone
3-d	Volume	Coquille= $\sum$ Surfaces	Polyèdre :Tétraèdre, hexaèdre,prisme ... pyramide....

Les entités topologiques reposent sur des entités géométriques, soit,

sommets	→	points
arêtes	→	courbes
faces	→	surfaces

Le lien entre celles-ci est illustré à la Fig. 1.1.

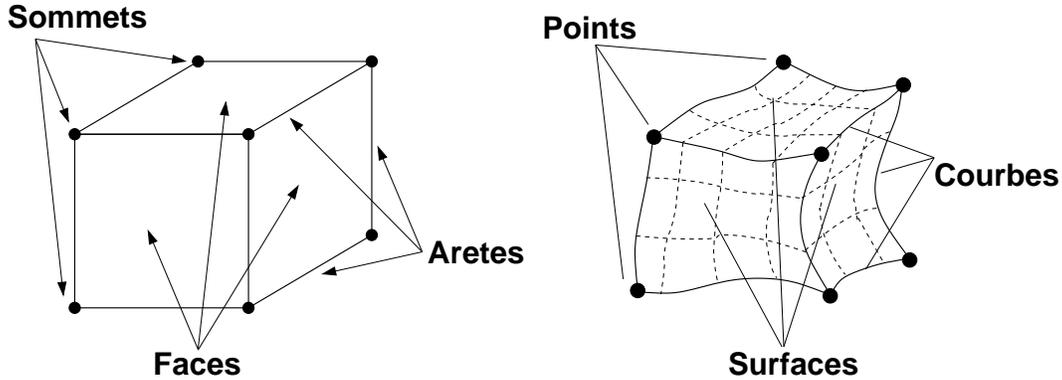


FIGURE 1.1 – Correspondance entre géométrie et topologie

### 1.2.1 Les systèmes de coordonnées

Les systèmes de coordonnées classiques sont les premiers outils ou mécanismes pour l'organisation et la structuration d'un espace géométrique pour fins de calculs. Ces systèmes donnent un moyen d'associer un point dans l'espace à un ensemble de paramètres ou variables. Il y a une correspondance unique des points, lignes et surfaces de l'espace paramétrique vers leurs images dans l'espace physique.

On illustre la discrétisation d'un domaine,  $\Omega$  de dimension 1, par la construction d'un maillage élémentaire en partitionnant une courbe dans un espace 3d, utilisant les étapes suivantes,

1. On identifie le bord/frontière  $\partial\Omega$ , soit les points  $a$  et  $b$  dans l'espace physique que l'on fait correspondre aux sommets  $t_1$  et  $t_n$  dans l'espace paramétrique, Fig. 1.2.
2. On insère les noeuds intérieurs avec la relation récursive,

$$t_1 = t_a, \quad t_{i+1} = t_i + h, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (1.1)$$

avec un pas de  $h = (t_b - t_a)/(n - 1)$  où  $n$  est le nombre de sommets et  $(n - 1)$  est le nombre d'éléments/cellules. La connectivité des l'éléments/cellules  $i$  est définie implicitement par l'ordre de l'indice  $i$ .

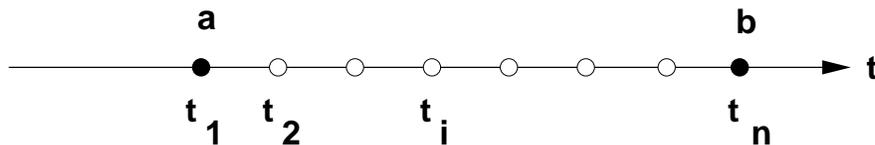


FIGURE 1.2 – Construction de la discrétisation de l'espace paramétrique 1d

3. La relation qui associe les espaces physique et paramétrique est donnée par une représentation de la forme,

$$\vec{P} = (x, y, z) \quad \begin{aligned} x &= f(t) \\ y &= g(t) \\ z &= h(t) \end{aligned}$$

utilisée pour transformer la discrétisation de l'espace paramétrique calculée par Eq. 1.1 et montrée à la Fig. 1.2 .

Ce qui donne le maillage de la courbe correspondante dans l'espace géométrique 3d ci-contre.

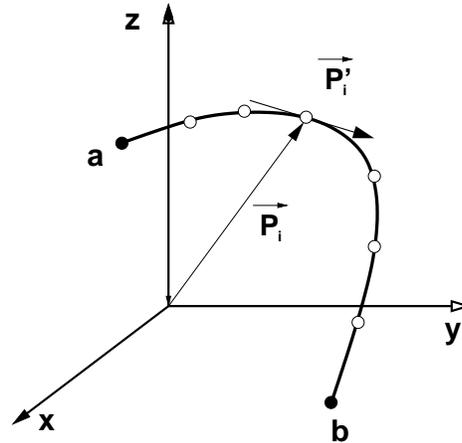


FIGURE 1.3 – Maillage 1d construit sur une courbe dans l'espace 3d

Cette démarche peut se généraliser à la construction de maillages de dimension 2 ou 3 par le produit tensoriel de maillages 1-d alignés avec les directions  $x$ ,  $y$  ou  $z$ . Ce qui donne, un maillage régulier construit avec les lignes d'un système de coordonnées classique : cartésien, polaire .. en dimension deux, ou bien cylindrique, sphériques .... en dimension trois.

Pour un domaine rectangulaire  $(a, b) \times (a, c)$ , on discrétise l'espace paramétrique avec, dans la direction  $x$ ,

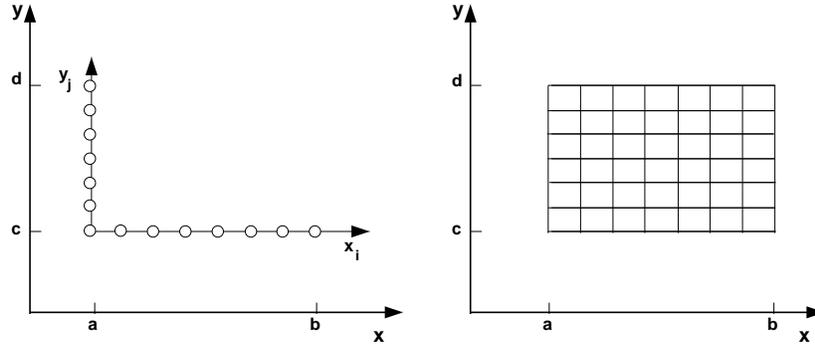
$$x_1 = a, \quad x_{i+1} = x_i + h_x, \quad i = 1, 2, 3, \dots, m \quad (1.2)$$

où  $h_x = (b - a)/(m - 1)$  . On répète pour la direction  $y$ ,

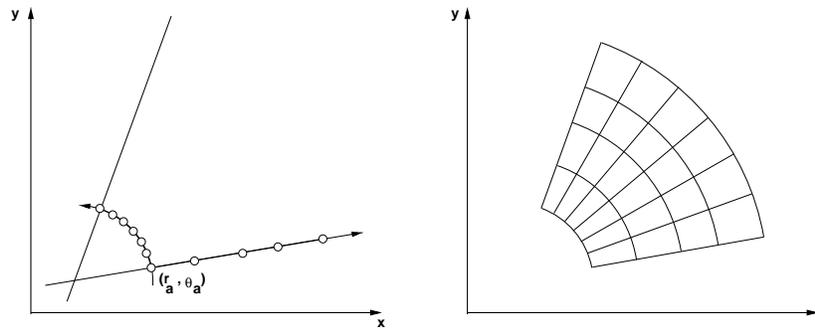
$$y_1 = a, \quad y_{j+1} = y_j + h_y, \quad j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (1.3)$$

où  $h_y = (c - a)/(n - 1)$  .

Le résultat est montré ci-dessous pour une configuration cartésienne.



Pour un système de coordonnées polaires, on obtient,



Le maillage peut être interprété comme le produit de ces deux discrétisations 1d, et caractérisé par :

- *un patron qui se répète, avec le même nombre de noeuds autour d'un sommet ;*
- *un réseau de deux familles de lignes (trois familles de surfaces en 3-d) ;*
- *les courbes (surfaces en 3-d) sont orthogonales ;*

La forme géométrique des éléments/cellules est un polygone (polyèdre) qui dépend du système de coordonnées. En pratique, en dimension deux, on retrouve soit des quadrangles ou des triangles. Cependant, la géométrie du domaine est limitée par le choix du système de coordonnées comme illustré ci-dessous.

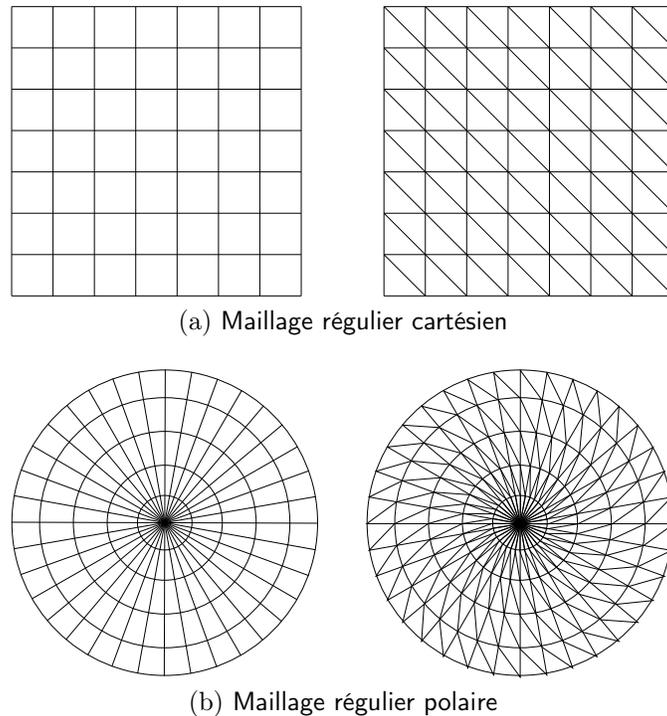


FIGURE 1.4 – Maillages tirés de systèmes de coordonnées

Ce concept d'un produit de deux discrétisations est une paramétrisation, et peut s'apparenter à un maillage. En effet, il en a plusieurs de ses caractéristiques. Un noeud est identifié par  $n$  paramètres dans l'espace  $n$ -D, ce qui donne sa position ou géométrie, à partir de laquelle on peut déduire son voisinage.

Cette approche basée sur les systèmes de coordonnées permet de localiser une entité dans l'espace (sommet, cellule) et de se repérer par rapport aux entités de son voisinage. D'abord utilisée pour fins de d'analyse, elle est à la base des premiers calculs numériques : méthodes d'intégration, méthodes d'Euler pour équations aux dérivées ordinaires, les différences divisées ou différences finies pour les équations aux dérivées partielles.

Il y a, cependant, une grande différence ; cette approche n'est valable que pour l'espace au complet et non pas pour un domaine, c'est-à-dire une partie de l'espace bornée par une frontière. En effet, on discrétise l'espace en entier plutôt qu'un domaine fini!!!

Pour des géométries très simples (circulaires, paraboliques etc), il existe des systèmes de coordonnées qui épousent de telles géométries. Cependant, pour des applications quelconques, cette approche présente de grandes restrictions, étant donné qu'en général, les frontières du domaine ne coïncident pas avec les lignes (surfaces) de coordonnées, tel qu'illustré aux Figs. 1.5 et 1.6.

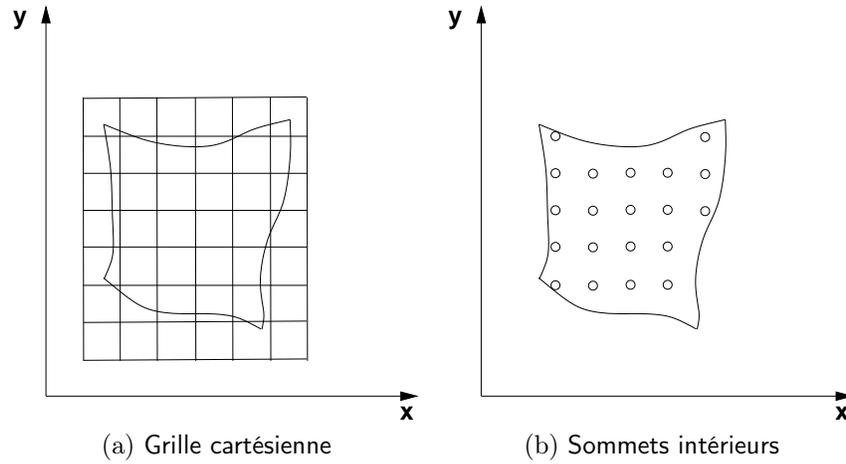


FIGURE 1.5 – Immersion d'une géométrie quelconque dans une grille cartésienne

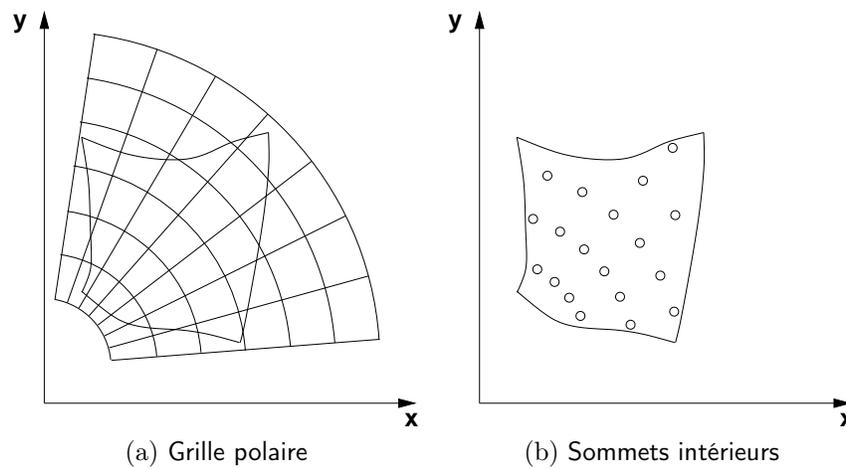


FIGURE 1.6 – Immersion d'une géométrie quelconque dans une grille polaire

On constate qu'avec une grille cartésienne ou polaire, les lignes du repère ne coïncident pas avec les frontières. Ces restrictions sur la représentation de la géométrie ont pu être contournées par une modification judicieuse des conditions frontières de la physique.

L'exemple montré aux figures suivantes pour le calcul de l'écoulement dans un canal inter-aubes dans une turbine. La géométrie du profil est approximée par une droite, et la prise en compte de la géométrie est réalisée par l'imposition du vecteur vitesse par la direction de la tangente du profil.

Le maillage illustré à la Fig. 1.7 est cartésien avec concentration aux bords d'attaque et de fuite, ainsi que le long de la paroi du profil (approximé par une droite).

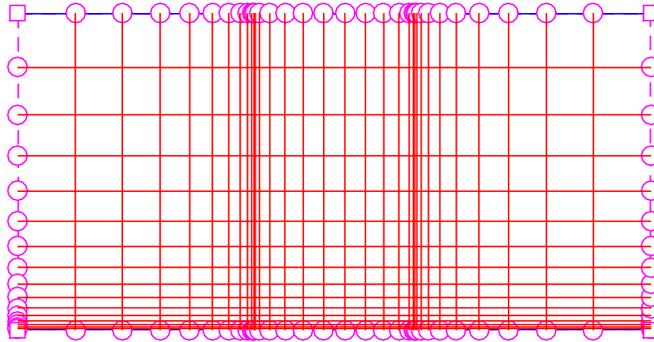


FIGURE 1.7 – Maillage cartésien dont la géométrie est approximée par une droite

Avec ce même maillage, on peut faire des calculs pour des géométries différentes, comme illustrées à la Fig. 1.8, en substituant les conditions frontières correspondant au profil.



FIGURE 1.8 – Profils symétrique et cambré

Cependant, ce type d'astuce ou de contournement ne donne pas une représentation précise de la géométrie, et surtout, il n'est pas généralisable.

Dans quelle mesure l'utilisation d'un système de coordonnées a-t'il atteint les buts attendus d'un maillage ?

- ✓ **Facilité de calcul** Les noeuds  $(x_i, y_j)$  par le produit tensoriel des maillages de 1d,  $x_i \times y_j$ .
- ✓ **Efficacité de stockage** On peut désigner chaque noeud  $(i, j)$  par un seul indice  $l = (j - 1)(m + 1) + i$ .
- ✗ **Représentation des frontières du domaine de calcul.** Limitée par le choix du système de coordonnées à des géométries conformes à ces repères.

Cette discussion illustre la difficulté et le défi que pose la génération automatique de maillages. On doit envisager de nouvelles approches, telles que les techniques de frontières immergées, de maillages curvilignes ou de maillages nonstructurés.

Pour aborder ces méthodes plus prometteuses, il faut élaborer des méthodes génériques pour la description de l'espace en fonction des frontières. Ceci nécessite la formulation de relations entre les espaces paramétrique et physique, et la géométrie des frontières.

## 1.2.2 Maillages à frontières immergées

La démarche comprend deux étapes, la superposition de la discrétisation des frontières du domaine sur une grille cartésienne ou polaire, suivi du raccordement du maillage 2d intérieur, avec le maillage 1d des frontières.

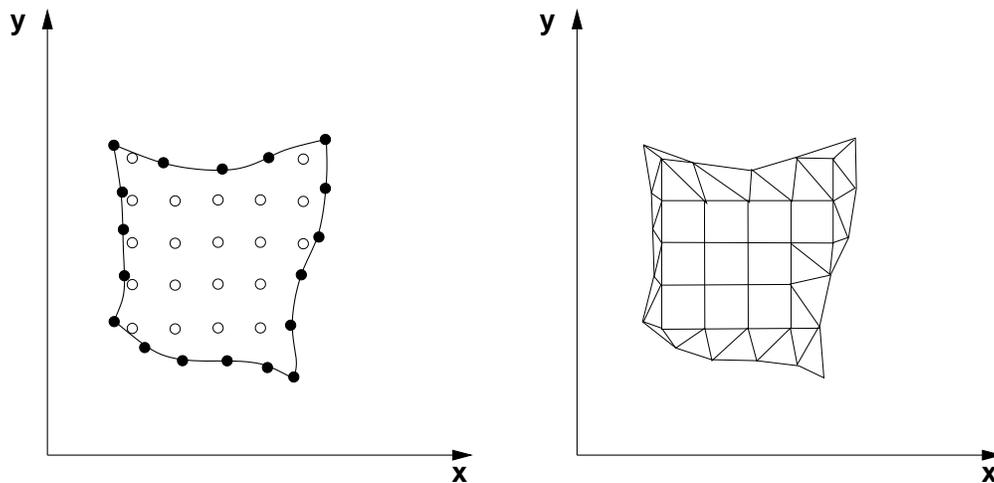


FIGURE 1.9 – Maillage hybride : Raccordement du maillage intérieur cartésien avec la discrétisation des frontières

Le résultat montré à la Fig. 1.9 se compose d'un noyau interne structuré (cercles blancs), raccordé aux sommets de la frontière (cercles noirs) par une couche de triangles ou de quadrangles. L'ensemble formant un maillage hybride. Procédant de façon similaire, la Fig. 1.10 montre un résultat semblable avec la même discrétisation des frontières, mais raccordée avec une grille polaire pour l'intérieur.

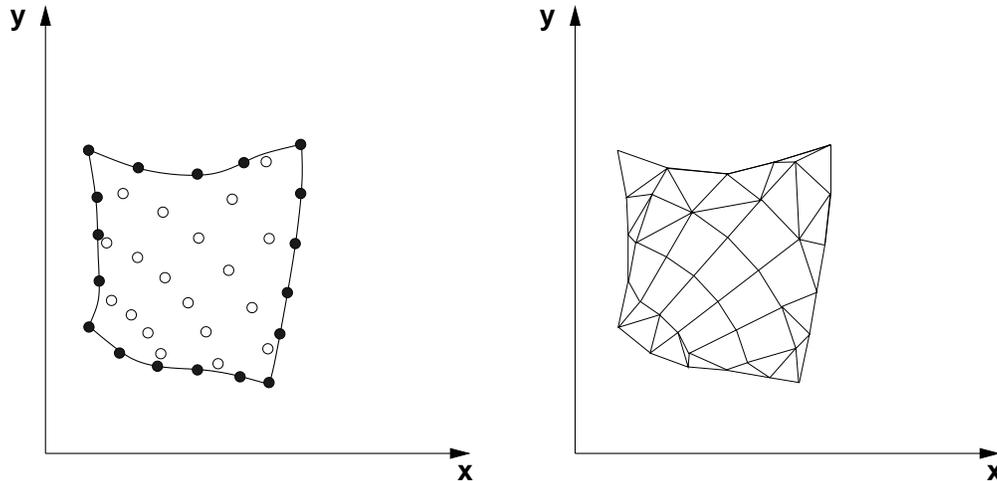


FIGURE 1.10 – Maillage hybride : Raccordement du maillage intérieur polaire, avec la discrétisation des frontières

Dans ces deux exemples, on obtient une représentation conforme des frontières du domaine de calcul, ce qui constitue une grande amélioration par rapport à l'utilisation directe d'un système de coordonnées.

Le maillage est réalisé selon les étapes suivantes,

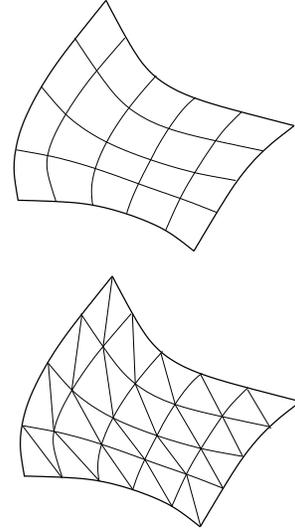
- *Discrétisation des frontières, donnant un maillage 1d;*
- *Discrétisation de l'intérieur du domaine basée sur un maillage régulier 2d (cartésien, polaire...);*
- *Tri des noeuds intérieurs/extérieurs;*
- *Raccordement du maillage frontière (1-d) avec le maillage intérieur (2-d, quadrangles /triangles) par l'insertion des mailles triangulaires.*

Sur le plan informatique, il en découle une diversité d'opérations nouvelles, nécessitant des structures de données plus complexes. Il est évident que pour les géométries rencontrées dans des applications générales, les méthodes de génération de maillages ne peuvent pas s'exprimer par de simples expressions analytiques, mais sont l'aboutissement d'un ensemble de procédures complexes, issues de méthodes numériques et informatiques. On ne dispose plus d'un système de coordonnées qui engendre l'espace du domaine, mais plutôt d'un ensemble de noeuds qui lui donne sa structure interne.

### 1.2.3 Maillages curvilignes

Un maillage comme support à la résolution d'un modèle numérique de simulation prend comme point de départ un domaine géométrique discrétisé, composé d'entités topologiques (sommets, arêtes ....) avec les caractéristiques suivantes,

- *le maillage épouse les frontières du domaine.*
- *un réseau de lignes ou de courbes de maillage est apparent ;*
- *une variation monotone des lignes de maillage entre les bords du domaine ;*
- *un patron de sommets et d'éléments qui se répète ;*
- *le nombre d'éléments autour d'un sommets est le même partout ;*
- *en pratique, la forme géométrique des éléments est soit des quadrangles (hexahédres) ou des triangles (tétraèdres).*



Partant d'une géométrie, on construit, par des opérations de modélisation géométrique un domaine composé de quatre bords, formant un rectangle topologique, Fig. 1.11.

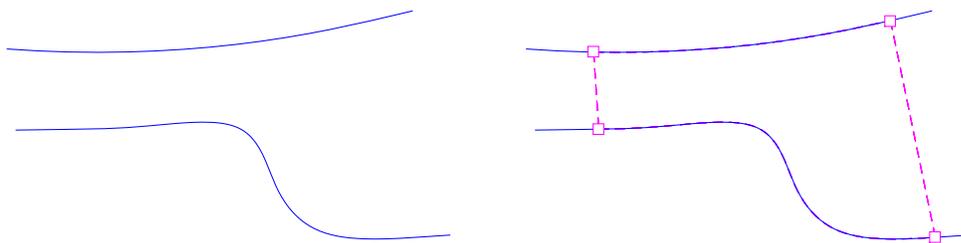


FIGURE 1.11 – Construction d'un domaine à partir de la géométrie

On génère deux maillage ; un maillage 1d sur les bords du domaine, et un maillage 2d à l'intérieur du domaine, Fig. 1.12. Cette dernière opérations engendre un maillage curviligne dont les diverses techniques sont présentées aux chapitres suivants.

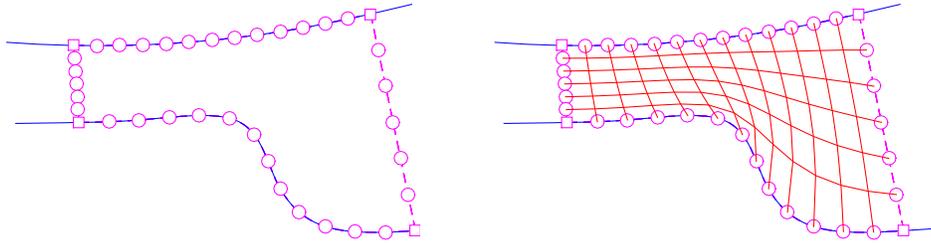


FIGURE 1.12 – Discrétisation structurée des frontières et du domaine

Pour des configurations complètement quelconques, il ne sera pas toujours possible de réaliser de telles constructions du domaine, comme par exemple des topologies non-simplement connexes. Dans ces cas là, ces difficultés peuvent être contournées par une décomposition ou zonage du domaine qui donne une combinaison de plusieurs blocs ou sous-domaines, chacun pouvant s'appliquer à un rectangle (cube) topologique.

On obtient alors des maillages dits composites ou multi-blocs, dont la construction topologique est illustrée à la Fig. 1.13

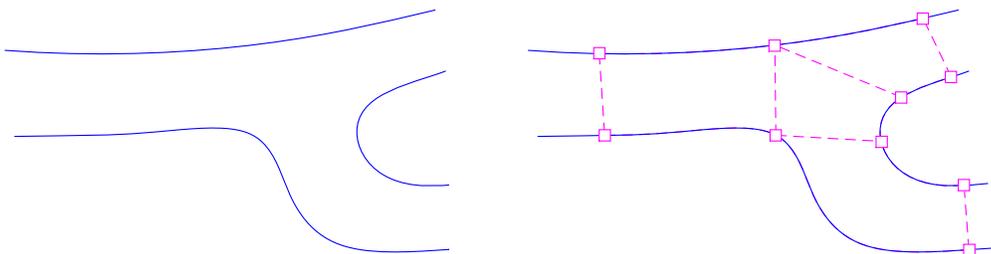


FIGURE 1.13 – Décomposition multi-blocs des frontières et du domaine pour un maillage structuré

On applique successivement à chacun des blocs une des techniques de maillage curviligne, et on obtient les maillages des bords et de l'intérieur à la Fig. 1.14.

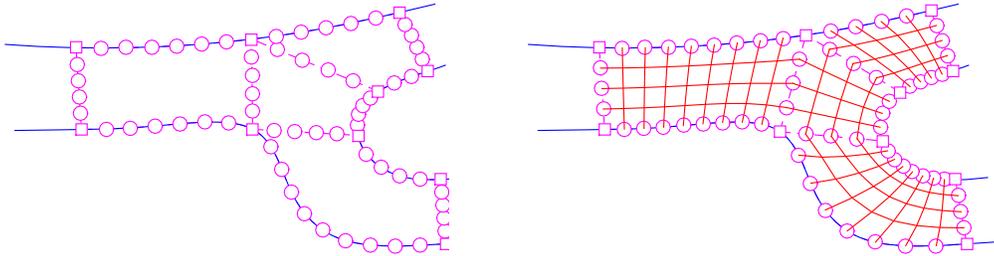
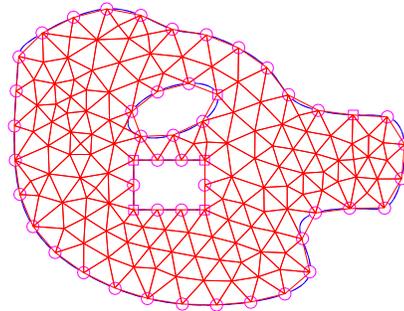


FIGURE 1.14 – Maillage multi-blocs pour une discrétisation structurée des frontières et du domaine

### 1.2.4 Maillages non-structurés

Pour ce type de maillage, on suit la même démarche que pour le cas structuré pour la construction du domaine, avec la différence que le domaine n'est plus contraint à quatre cotés, mais sera un polygone topologique général.

- *le maillage épouse les frontières du domaine.*
- *aucunes lignes ou courbes de maillage apparentes dans le réseau ;*
- *absence de patron, le nombre d'éléments autour d'un noeud est variable ;*
- *les cellules sont des triangles, des quadrangles ou bien un mélange de polygones.*



Une topologie plus riche est possible, soit non-simplement connexe, avec des trous bornés par des boucles discrétisées avec des segments 1d . La construction du maillage suit les mêmes étapes que pour le cas structuré, comme montré à la Fig. 1.15 pour le domaine.



FIGURE 1.15 – Construction d'un domaine quelconque, nonstructuré à partir de la géométrie

Le résultat de la discrétisation de la frontière et le maillage de l'intérieur du domaine est illustré à la Fig. 1.16 que l'on peut comparer avec le maillage structuré, pour la même géométrie, à la Fig. 1.12.

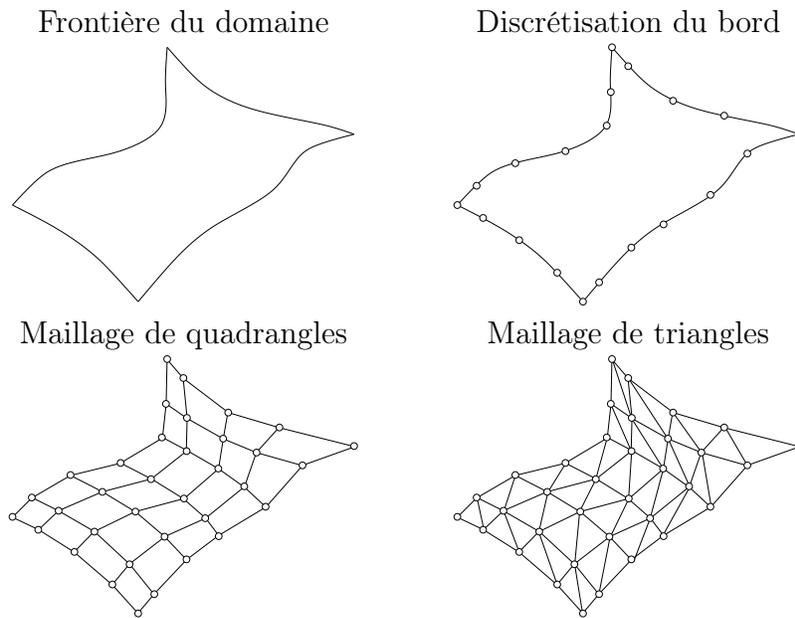


FIGURE 1.16 – Discrétisation des frontières et de l'intérieur pour un maillage non-structuré

On note la plus grande flexibilité des maillages nonstructurés en comparant les Figs. 1.14 et 1.16 en évitant l'opération de partitionnement du domaine.

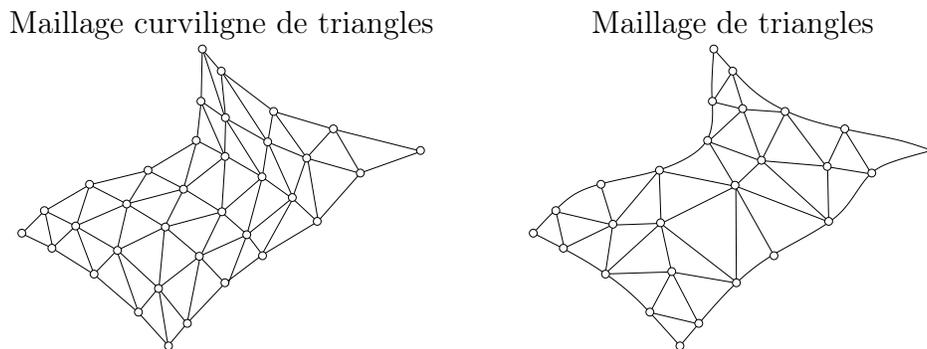
### 1.3 Formes des éléments/cellules

Une même géométrie peut être maillée soit avec des quadrangles ou de triangles structurés. Dans un premier temps, On discrétise la frontière et enchaîne avec une maillage structuré curviligne pour l'intérieur qui engendre des mailles de quadrangles qui peuvent être subdivisées pour donner des triangles,

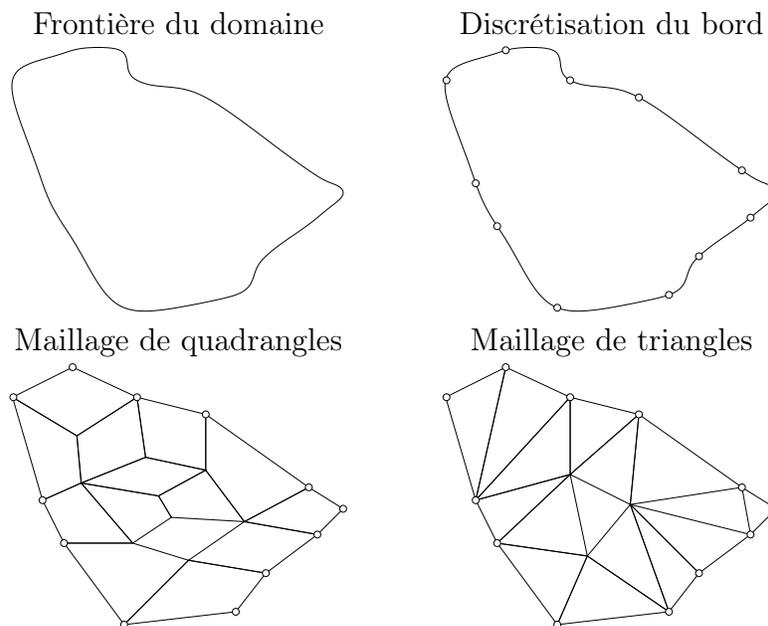


On note qu'alors pour un même nombre de sommets, on aura alors deux fois le nombre d'éléments.

Un autre maillage de triangles, mais nonstructuré, peut être obtenu directement pour la même géométrie. La figure ci-dessous compare ces deux maillages qui sont distincts bien que constitués de triangles.



Un autre exemple de maillage nonstructuré montre que pour Une même géométrie peut être maillée soit avec des triangles ou des quadrangles nonstructurés.



## 1.4 Rôle et Classification des maillages

La simulation numérique de phénomènes physiques que l'on retrouve dans des applications en ingénierie est réalisée par la résolution d'équations aux dérivées partielles sur des domaines à géométrie complexe. Quelle que soit la méthode retenue, éléments finis, volumes finis ou différences finies, toutes nécessitent une discrétisation du domaine. Ce support à la discrétisation des équations différentielles se traduit par un maillage qui se définit comme un ensemble d'éléments discrets qui recouvrent au complet un domaine sans chevauchement ni vide.

Ces éléments ont des propriétés spatiales telles qu'une position, une forme et une dimension, et sont construits par une hiérarchie de sommets, arêtes et faces. Une autre propriété d'un maillage est la connectivité qui traite de la relation des éléments entre eux. Le procédé de génération de maillage doit créer ces deux niveaux d'information, c'est-à-dire calculer les positions des sommets ainsi que leur imbrication en structure d'élément (la géométrie), et établir le voisinage de chaque élément (la topologie). Dépendant de la méthode utilisée, ces deux niveaux peuvent se faire séquentiellement ou en parallèle. Les entrants dans ce procédé sont la représentation géométrique des frontières du domaine, avec d'autres fonctions décrivant la répartition des sommets.

Selon la méthode de construction, découle un certain nombre de caractéristiques (régularité, répartition des sommets, le type d'éléments/cellules ...) qui, ensemble, jouent un rôle critique dans l'atteinte de solutions fidèles et stables.

Les maillages sont catégorisés selon leurs propriétés ou bien selon la méthode utilisée pour les générer. Dans cette section on présente les grandes lignes de cette classification, et les méthodes de génération sont présentées aux chapitres suivants.

Les maillages caractérisés selon,

**1. leurs propriétés :**

- *réguliers structurés cartésien, polaires ... ;*
- *curvilignes adaptés aux frontières qui forment un rectangle topologique ;*
- *non-structurés ou hybrides qui épousent les frontières ;*
- *et la forme géométrique des mailles.*

**2. la méthode utilisée pour les générer :**

- *transformations conformes ou techniques algébriques ;*
- *interpolation transfinie, équations différentielles ;*
- *triangulation de Delaunay ;*
- *avance de front ;*
- *décomposition par blocs ;*
- *décomposition hiérarchique ;*

Le type de classement le plus fréquemment utilisé est basé sur la propriété structuré/nonstructuré du maillage qui se rapporte à la nature de la connectivité entre les mailles. La connectivité peut être implicite (comme c'est le cas dans un treilli) ou explicite pour les maillages nonstructurés. Un niveau de raffinement de ce procédé est obtenu en faisant intervenir la forme des éléments : en dimension 2, les formes les plus répandues et les plus pratiques sont le triangle ou le quadrangle. Les formes équivalentes en dimension 3 sont le tétraèdre ou l'hexaèdre, avec d'autres possibilités comme le prisme ou la pyramide.

La génération d'un maillage structuré peut se représenter comme une application d'un maillage régulier cartésien par une transformation d'un espace paramétrique vers un espace physique. Ce qui distingue les diverses méthodes dans cette catégorie générale, c'est le type de transformation utilisée. Strictement parlant, le maillage (la position des sommets et la connectivité) est généré dans l'espace paramétrique (qui est une tâche triviale) et ensuite appliqué vers l'espace physique par une transformation qui préserve les noeuds et leur connectivité. La forme des frontières et le type de transformation déterminent les caractéristiques et limitations du maillage résultant.

Dans un maillage structuré, chaque noeud est entouré d'exactlyement du même nombre de noeuds. Une différence entre les maillages structurés ou curvilignes et les maillages nonstructurés est la présence de lignes (surfaces) ou des directions clairement identifiables à l'intérieur du maillage. Ces dernières peuvent ou non coïncider avec les frontières du domaine selon la technique de génération utilisée.

Par contre, dans un maillage nonstructuré chaque noeud est entouré d'un nombre variable de voisins. La forme des éléments est un polygone quelconque mais en pratique on retrouve des quadrangles et surtout des triangles, qui peuvent être mélangés, donnant alors des maillages hybrides. Contrairement aux maillages structurés, il n'y a

aucun patron (absence de lignes ou surfaces de maillage) et aucune restriction sur la topologie du domaine.

Les techniques de maillages nonstructurés s'exécutent entièrement dans l'espace physique et sont classées en méthodes directes (avance de front) ou incrémentales (De-launay ou adaptatives). Dans les premières, les positions et connectivités sont engendrées simultanément lors de la propagation du front dans le domaine. Dans les méthodes récursives, un maillage est adapté aux frontières du domaine et utilisent une carte de tailles pour la répartition des sommets par un processus adaptatif par lequel un maillage initial est modifié successivement par l'ajout, le retrait et la re-localisation des noeuds, opérations accompagnées d'une modification de la connectivité.

Cette classe de méthodes ne repose pas sur un modèle formel (transformations algébriques ou différentielles), mais utilise plutôt des constructions géométriques locales ad hoc. Il n'y a pas de restrictions sur le plan géométrique, mais la difficulté réside dans la construction de la connectivité. Elles apportent un avantage principal qui est la possibilité d'ajouter ou de retirer des noeuds localement, donnant un contrôle réel sur le maillage.

Afin d'obtenir des simulations numériques donnant des résultats les plus fidèles à la physique du problème, la discrétisation doit tenir compte de plusieurs critères portant sur :

- *la représentation précise de la géométrie ;*
- *la conformité du maillage par rapport à la topologie du domaine ;*
- *le contrôle sur la répartition, ainsi que la forme et la taille des éléments en fonction des zones d'intérêts ;*

Le tout afin de permettre l'écriture de codes de calculs généralisés, c-à-d indépendants du domaine et où les frontières sont des données du problème.

Les exigences vis-à-vis un logiciel de maillage comprennent, en plus du volet de la fonctionnalité maillage proprement dite, des aspects informatiques concernant :

- *l'intégration avec les modeleurs géométriques et les résolveurs ;*
- *l'efficacité des structures de données et des procédures de calcul mises en place ;*
- *les interventions de l'utilisateur qui doivent être minimisées, c-à-d automatique.*