

Examen périodique du cours de circulation CIV4740

Nicolas Saunier
nicolas.saunier@polymtl.ca

10 mars 2011

Notez le barème et le temps indicatif à consacrer à chaque exercice. Veuillez indiquer clairement les numéros des questions que vous traitez et vos réponses correspondantes (et souligner ou encadrer les résultats numériques). Apportez une attention particulière à la rédaction et à la définition des notations que vous employez.

Exercice 1

30 min (/4.5)

Décrivez brièvement

1. les fonctions principales des routes et leur relation
2. une des caractéristiques importantes des êtres humains à prendre en compte dans la gestion de la circulation
3. les composants de l'équation du quatrième modèle microscopique de General Motors
4. un des défis les plus importants auxquels les logiciels de simulation de la circulation font face
5. deux exemples de situations qui génèrent des ondes de choc
6. les avantages et limites d'un des capteurs les plus populaires pour compter les véhicules

Solution

1. Les fonctions principales des routes sont d'assurer la mobilité des usagers et leur accès aux propriétés adjacentes aux routes : ces deux fonctions évoluent en sens opposé (lorsque la mobilité augmente, l'accès diminue)
2. Parmi les caractéristiques importantes des êtres humains, on peut citer leurs aptitudes sensorielles, par exemple les aptitudes visuelles, et le temps de perception et de réaction (TPR).
3. La forme générale des modèles de poursuite de GM est : à chaque instant t , $\text{accélération}(t+\text{TPR}) = \text{stimulus}(t) \times \text{sensibilité}(t)$. Dans le quatrième modèle, le stimulus est le différentiel de vitesse entre le véhicule de tête et le véhicule suiveur, et la sensibilité est fonction du rapport de la vitesse du suiveur sur la distance entre les deux véhicules.
4. L'un des défis les plus importants des logiciels de simulation de la circulation est la calibration et la validation, c'est à dire l'estimation des paramètres de la simulation à partir d'un ensemble d'observation, et la comparaison des résultats de la simulation ainsi paramétrés à des données réelles d'un ensemble supplémentaire indépendant du premier.

5. Des situations qui génèrent des ondes de choc sont les suivantes :
 - un goulot d'étranglement dont la capacité est inférieure à la demande,
 - un véhicule plus lent que la circulation et bloque des véhicules derrière lui,
 - les feux de signalisation : à chaque intervalle de rouge sur chaque approche, les véhicules ne peuvent pas traverser le carrefour et s'accumule derrière la ligne de feu, créant une onde de choc à l'arrière de la formation de la file d'attente ; lorsque le feu passe au vert, une autre onde de choce de récupération se crée en aval de la file, lorsque les véhicules re-démarrent les uns après les autres.
6. Un des capteurs de circulation les plus populaires est la boucle électromagnétique : ses avantages sont sa précision et la familiarité des utilisateurs avec son fonctionnement ; ses limites et désavantages sont le taux élevé de defectuosité (et les problèmes de qualité des données associés) et la nécessité de couper la chaussée pour enfouir la boucle (et les problèmes de maintenance associés).

Exercice 2

15 min (/2.5)

Donnez la formule de la distance totale nécessaire pour qu'un véhicule passe d'une vitesse à une autre à accélération constante (vous pouvez prendre par exemple le cas d'une décélération). Calculez le temps et la distance nécessaires pour qu'un véhicule circulant à 100 km/h s'arrête avec une décélération confortable de 1 m/s^2 (faire des hypothèses raisonnables si des paramètres manquent).

Solution Il est nécessaire de faire une hypothèse sur le temps de perception et de réaction du conducteur : on prend $TPR = 2.5 \text{ s}$.

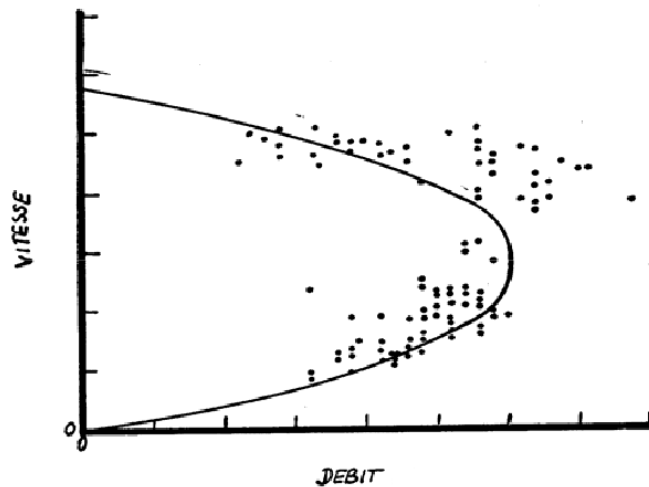
Le temps nécessaire pour passer d'une vitesse v_0 à v_f à accélération constante a (on parle de décélération si a est négative) est $t = \frac{v_f - v_0}{a}$. Le temps total de freinage est donc $t_{total} = TPR + \frac{v_f - v_0}{a} = 2.5 + \frac{0 - 100/3.6}{-1} = 30.3 \text{ s}$.

La distance totale de freinage est $d = TPR \times v_0 + \frac{v_f^2 - v_0^2}{2a} = 2.5 \times 100/3.6 + \frac{-(100/3.6)^2}{2 \times -1} = 455 \text{ m}$.

Exercice 3

30 min (/6)

On considère l'équation du diagramme fondamental du débit q (mesuré en véh/km) en fonction de la vitesse v (mesurée en km/h) $q = 78.3v - 0.83v^2$, calibrée à partir des observations représentées sur le graphique suivant (chaque point correspond à une mesure débit - vitesse, et la courbe correspond à l'équation).



1. Calculez les paramètres définissant la relation fondamentale, à savoir la vitesse libre, la densité de congestion, la densité critique et la capacité.
2. Écrivez les équations de la vitesse en fonction de la densité et du débit en fonction de la densité.
3. Commentez la valeur de capacité obtenue en regard du graphique et des observations.
4. Sur une autoroute dont le diagramme fondamental suit l'équation ci-dessus ($q = 78.3v - 0.83v^2$), la circulation roule à 80 km/h. Un accident se produit et bloque l'autoroute pendant 30 min : quelle est la longueur de la file à la fin de l'accident (en distance et nombre de véhicules) ?

Solution

1. On obtient cherche tout d'abord la relation entre la vitesse et la densité pour déterminer la densité de congestion k_j . On remplace q par $q = vk$ et on obtient $k = 78.3 - 0.83v$. La densité de congestion k_j est telle que $v(k_j) = 0$, donc $k_j = 78.3$ véh/km. La vitesse libre v_f est obtenue pour une densité nulle, soit $0 = 78.3 - 0.83v$, donc $v_f = 94.3$ km/h. La capacité est le débit maximal q_{max} , pour lequel la vitesse vaut la vitesse critique v_c , tel que $q'(v_c) = 0$. On obtient $78.3 - 2 * 0.83v_c = 0$, soit $v_c = 47.2$ km/h, et $q_{max} = q(v_c) = 1847$ véh/h. La densité critique est $k_c = q_{max}/v_c = 39.1$ véh/km.
2. En transformant la relation entre la densité et la vitesse trouvée précédemment, on obtient les équations classiques :

$$v = 94.3 - 1.20k$$

$$q = 94.3k - 1.20k^2$$

3. Il existe des valeurs observées au-dessus de la plus grande valeur de la courbe, donc il se pourrait que la capacité soit plus élevée. Par contre, on a des observations en circulation fluide et congestionnée, ce qui permet une calibration raisonnable du modèle. On peut aussi se demander si un modèle linéaire est le plus adapté.
4. Nous sommes intéressés à l'onde de choc qui se crée entre la file d'attente qui se forme à l'arrêt en amont de l'accident (état de circulation 1), et les conditions de circulation pré-existantes, maintenant en amont de la file d'attente à l'arrêt (état de

circulation 2). Le premier état de circulation est caractérisé par un débit nul $q_1 = 0$ et une densité $k_1 = k_j$. Le second état est caractérisé par une vitesse $v_2 = 80$ mk/h, et donc par $q_2 = 952$ véh/h et $k_2 = 11.9$ véh/km. L'onde de choc à l'arrière de la file d'attente à une vitesse $w = (q_1 - q_2)/(k_1 - k_2) = -14.33$ km/h. Au bout de 30 min, la file d'attente aura une longueur de $w \times 0.5 = 7.17$ km et contiendra $k_j \times 7.17 = 561$ véh.

Exercice 4

15 min (/2)

Le débit sur la rue Sainte-Catherine est de 437 véh/h pendant la journée. On fait l'hypothèse que la distribution des temps inter-véhiculaire suivent une distribution exponentielle négative. Un piéton peut traverser si le temps inter-véhiculaire est au moins 10 s : quelle est la proportion des intervalles entre véhicules pendant lesquels un piéton peut traverser sur la rue ? Combien de tels intervalles existe-t-il pendant une heure ?

Solution

On calcule le temps inter-véhiculaire (TIV) moyen $\bar{h} = 3600/437 = 8.23$ s. La distribution des TIV (variable aléatoire h) suit une loi exponentielle négative, soit $P(h \leq t) = 1 - e^{-h/\bar{h}}$. La proportion d'intervalles pendant lesquels un piéton peut traverser la proportion de TIV plus long que 10 s, soit $P(h > 10) = e^{-10/8.23} = 0.297$, soit 29.7 % des TIV. Il y a 437 TIV dans une heure, dont 29.7 % seront plus long que 10 s, soit entre 129 et 130 intervalles par heure.

Un autre raisonnement est de considérer qu'une heure est constituée de 360 intervalles de 10 s, dont 29.7 % ne comprendront pas de véhicules, soit 107 intervalles permettant aux piétons de traverser.

Exercice 5

15 min (/3)

On fait une collecte de données sur la vitesse de marche des piétons au carrefour de la rue University et du boulevard René-Lévesque.

1. Quel est la taille minimale de l'échantillon nécessaire pour que l'erreur faite sur la moyenne des vitesses soit inférieure à 0.05 m/s avec un niveau de confiance de 95 % et 99 %. Des études précédentes dans le centre ville de Montréal indiquent que l'écart-type sur les vitesses de marche est typiquement de 0.3 m/s.
2. Le recueil des données (en m/s) par sexe est présenté dans le tableau suivant

| | Hommes | Femmes |
|-----------------------|--------|--------|
| moyenne | 1.23 | 1.16 |
| écart-type | 0.24 | 0.22 |
| nombre d'observations | 65 | 78 |

Peut-on conclure que les hommes marchent plus vite que les femmes à cet endroit ?

Solution

1. La taille de l'échantillon nécessaire pour atteindre la précision demandée est de $\frac{k^2 \sigma^2}{n^2} = \frac{1.96^2 \times 0.3^2}{0.05^2} = 138.29 \approx 139$ à 95 % et $\frac{k^2 \sigma^2}{n^2} = \frac{2.57^2 \times 0.3^2}{0.05^2} = 237.77 \approx 238$ à 99 %.
2. L'hypothèse nulle H_0 à tester est que les hommes et les femmes marchent à la même vitesse, contre l'hypothèse alternative H_a que les hommes marchent plus vite. La

statistique du test est

$$Z_0 = \frac{1.23 - 1.16}{\sqrt{\frac{0.24^2}{65} + \frac{0.22^2}{78}}}$$

Sous l'hypothèse d'approximation normale, la statistique du test suit une loi normale. Pour une variable aléatoire z de loi normale, on a $P(z < Z_0) = 0.9641$, ce qui est supérieur au niveau de confiance de 95 % typiquement utilisé. On rejette l'hypothèse nulle avec un risque de première espèce de 3.6 % et on conclut que les hommes marchent plus vite que les femmes selon cet échantillon de données.

Exercice 6

15 min (/2)

Une étude d'un parc de stationnement de 60 places a été conduite par intervalles de 5 min sur des périodes de 2 h pendant 5 jours. Le nombre cumulé de places de stationnement libres observé pendant l'ensemble de la période est de 200. En supposant que le nombre de places de stationnement libres par intervalle de 5 min suive une loi de Poisson, quelle est la probabilité qu'une place de stationnement soit libre dans un intervalle de 5 min ?

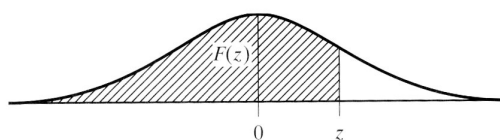
Solution

La variable aléatoire est le nombre de place de stationnement libre par intervalle de 5 min, et m est le nombre moyen de places de stationnement libre par intervalle de 5 min. L'étude a été conduite sur $12 \times 5 \times 2 = 120$ intervalles de temps, d'où $m = 200/120 = 5/3 = 1.67$ places libres par intervalle de 5 min. La probabilité qu'une place soit libre est $1 - P(0) = 1 - 0.18 = 0.82$.

La question est toujours ambigu et donner la probabilité qu'exactly une place soit libre a aussi été acceptée.

| | 0.995 | 0.99 | 0.975 | 0.95 | 0.9 | 0.75 | 0.5 | 0.25 | 0.1 | 0.05 | 0.025 | 0.01 | 0.005 |
|----|-----------|-----------|-----------|----------|---------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 3.927e-05 | 0.0001571 | 0.0009821 | 0.003932 | 0.01579 | 0.1015 | 0.4549 | 1.323 | 2.706 | 3.841 | 5.024 | 6.635 | 7.879 |
| 2 | 0.01003 | 0.0201 | 0.05064 | 0.1026 | 0.2107 | 0.5754 | 1.386 | 2.773 | 4.605 | 5.991 | 7.378 | 9.21 | 10.6 |
| 3 | 0.07172 | 0.1148 | 0.2158 | 0.3518 | 0.5844 | 1.213 | 2.366 | 4.108 | 6.251 | 7.815 | 9.348 | 11.34 | 12.84 |
| 4 | 0.207 | 0.2971 | 0.4844 | 0.7107 | 1.064 | 1.923 | 3.357 | 5.385 | 7.779 | 9.488 | 11.14 | 13.28 | 14.86 |
| 5 | 0.4117 | 0.5543 | 0.8312 | 1.145 | 1.61 | 2.675 | 4.351 | 6.626 | 9.236 | 11.07 | 12.83 | 15.09 | 16.75 |
| 6 | 0.6757 | 0.8721 | 1.237 | 1.635 | 2.204 | 3.455 | 5.348 | 7.841 | 10.64 | 12.59 | 14.45 | 16.81 | 18.55 |
| 7 | 0.9893 | 1.239 | 1.69 | 2.167 | 2.833 | 4.255 | 6.346 | 9.037 | 12.02 | 14.07 | 16.01 | 18.48 | 20.28 |
| 8 | 1.344 | 1.646 | 2.18 | 2.733 | 3.49 | 5.071 | 7.344 | 10.22 | 13.36 | 15.51 | 17.53 | 20.09 | 21.95 |
| 9 | 1.735 | 2.088 | 2.7 | 3.325 | 4.168 | 5.899 | 8.343 | 11.39 | 14.68 | 16.92 | 19.02 | 21.67 | 23.59 |
| 10 | 2.156 | 2.558 | 3.247 | 3.94 | 4.865 | 6.737 | 9.342 | 12.55 | 15.99 | 18.31 | 20.48 | 23.21 | 25.19 |
| 11 | 2.603 | 3.053 | 3.816 | 4.575 | 5.578 | 7.584 | 10.34 | 13.7 | 17.28 | 19.68 | 21.92 | 24.72 | 26.76 |
| 12 | 3.074 | 3.571 | 4.404 | 5.226 | 6.304 | 8.438 | 11.34 | 14.85 | 18.55 | 21.03 | 23.34 | 26.22 | 28.3 |
| 13 | 3.565 | 4.107 | 5.009 | 5.892 | 7.042 | 9.299 | 12.34 | 15.98 | 19.81 | 22.36 | 24.74 | 27.69 | 29.82 |
| 14 | 4.075 | 4.66 | 5.629 | 6.571 | 7.79 | 10.17 | 13.34 | 17.12 | 21.06 | 23.68 | 26.12 | 29.14 | 31.32 |
| 15 | 4.601 | 5.229 | 6.262 | 7.261 | 8.547 | 11.04 | 14.34 | 18.25 | 22.31 | 25 | 27.49 | 30.58 | 32.8 |
| 16 | 5.142 | 5.812 | 6.908 | 7.962 | 9.312 | 11.91 | 15.34 | 19.37 | 23.54 | 26.3 | 28.85 | 32 | 34.27 |
| 17 | 5.697 | 6.408 | 7.564 | 8.672 | 10.09 | 12.79 | 16.34 | 20.49 | 24.77 | 27.59 | 30.19 | 33.41 | 35.72 |
| 18 | 6.265 | 7.015 | 8.231 | 9.39 | 10.86 | 13.68 | 17.34 | 21.6 | 25.99 | 28.87 | 31.53 | 34.81 | 37.16 |
| 19 | 6.844 | 7.633 | 8.907 | 10.12 | 11.65 | 14.56 | 18.34 | 22.72 | 27.2 | 30.14 | 32.85 | 36.19 | 38.58 |
| 20 | 7.434 | 8.26 | 9.591 | 10.85 | 12.44 | 15.45 | 19.34 | 23.83 | 28.41 | 31.41 | 34.17 | 37.57 | 40 |
| 21 | 8.034 | 8.897 | 10.28 | 11.59 | 13.24 | 16.34 | 20.34 | 24.93 | 29.62 | 32.67 | 35.48 | 38.93 | 41.4 |
| 22 | 8.643 | 9.542 | 10.98 | 12.34 | 14.04 | 17.24 | 21.34 | 26.04 | 30.81 | 33.92 | 36.78 | 40.29 | 42.8 |
| 23 | 9.26 | 10.2 | 11.69 | 13.09 | 14.85 | 18.14 | 22.34 | 27.14 | 32.01 | 35.17 | 38.08 | 41.64 | 44.18 |
| 24 | 9.886 | 10.86 | 12.4 | 13.85 | 15.66 | 19.04 | 23.34 | 28.24 | 33.2 | 36.42 | 39.36 | 42.98 | 45.56 |
| 25 | 10.52 | 11.52 | 13.12 | 14.61 | 16.47 | 19.94 | 24.34 | 29.34 | 34.38 | 37.65 | 40.65 | 44.31 | 46.93 |
| 26 | 11.16 | 12.2 | 13.84 | 15.38 | 17.29 | 20.84 | 25.34 | 30.43 | 35.56 | 38.89 | 41.92 | 45.64 | 48.29 |
| 27 | 11.81 | 12.88 | 14.57 | 16.15 | 18.11 | 21.75 | 26.34 | 31.53 | 36.74 | 40.11 | 43.19 | 46.96 | 49.64 |
| 28 | 12.46 | 13.56 | 15.31 | 16.93 | 18.94 | 22.66 | 27.34 | 32.62 | 37.92 | 41.34 | 44.46 | 48.28 | 50.99 |
| 29 | 13.12 | 14.26 | 16.05 | 17.71 | 19.77 | 23.57 | 28.34 | 33.71 | 39.09 | 42.56 | 45.72 | 49.59 | 52.34 |
| 30 | 13.79 | 14.95 | 16.79 | 18.49 | 20.6 | 24.48 | 29.34 | 34.8 | 40.26 | 43.77 | 46.98 | 50.89 | 53.67 |

Dans la table de la loi du χ^2 ci-dessus, les lignes correspondent au nombre de degrés de liberté (indiqué dans la première colonne), les colonnes au risque de faire une erreur de type I (indiqué sur la première ligne), et les chiffres correspondent à la probabilité qu'une variable aléatoire X suivant la loi du χ^2 soit supérieure à la probabilité indiquée en haut de chaque colonne.



$$F(z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2} dz$$

| z | .00 | .01 | .02 | .03 | .04 | .05 | .06 | .07 | .08 | .09 |
|-----|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| .0 | .5000 | .5040 | .5080 | .5120 | .5160 | .5199 | .5239 | .5279 | .5319 | .5359 |
| .1 | .5398 | .5438 | .5478 | .5517 | .5557 | .5596 | .5636 | .5675 | .5714 | .5753 |
| .2 | .5793 | .5832 | .5871 | .5910 | .5948 | .5987 | .6026 | .6064 | .6103 | .6141 |
| .3 | .6179 | .6217 | .6255 | .6293 | .6331 | .6368 | .6406 | .6443 | .6480 | .6517 |
| .4 | .6554 | .6591 | .6628 | .6661 | .6700 | .6736 | .6772 | .6808 | .6844 | .6879 |
| .5 | .6913 | .6950 | .6985 | .7019 | .7054 | .7083 | .7123 | .7157 | .7190 | .7224 |
| .6 | .7257 | .7291 | .7324 | .7357 | .7389 | .7422 | .7454 | .7486 | .7517 | .7549 |
| .7 | .7580 | .7611 | .7642 | .7673 | .7704 | .7734 | .7764 | .7794 | .7823 | .7852 |
| .8 | .7881 | .7910 | .7939 | .7967 | .7995 | .8023 | .8051 | .8078 | .8106 | .8133 |
| .9 | .8159 | .8186 | .8212 | .8238 | .8264 | .8289 | .8315 | .8340 | .8365 | .8389 |
| 1.0 | .8413 | .8438 | .8461 | .8485 | .8508 | .8531 | .8554 | .8577 | .8599 | .8621 |
| 1.1 | .8643 | .8665 | .8686 | .8708 | .8729 | .8749 | .8770 | .8790 | .8810 | .8830 |
| 1.2 | .8849 | .8869 | .8888 | .8907 | .8925 | .8944 | .8962 | .8980 | .8997 | .9015 |
| 1.3 | .9032 | .9049 | .9066 | .9082 | .9099 | .9115 | .9131 | .9147 | .9162 | .9177 |
| 1.4 | .9192 | .9207 | .9222 | .9236 | .9251 | .9265 | .9279 | .9292 | .9306 | .9319 |
| 1.5 | .9332 | .9345 | .9357 | .9370 | .9382 | .9394 | .9406 | .9418 | .9429 | .9441 |
| 1.6 | .9432 | .9463 | .9474 | .9484 | .9495 | .9505 | .9515 | .9525 | .9535 | .9545 |
| 1.7 | .9554 | .9564 | .9573 | .9582 | .9591 | .9599 | .9608 | .9616 | .9625 | .9633 |
| 1.8 | .9641 | .9649 | .9658 | .9664 | .9671 | .9678 | .9686 | .9693 | .9699 | .9706 |
| 1.9 | .9713 | .9719 | .9726 | .9732 | .9738 | .9744 | .9750 | .9756 | .9761 | .9767 |
| 2.0 | .9772 | .9778 | .9783 | .9788 | .9793 | .9798 | .9803 | .9808 | .9812 | .9817 |
| 2.1 | .9812 | .9826 | .9830 | .9834 | .9838 | .9842 | .9846 | .9854 | .9854 | .9857 |
| 2.2 | .9861 | .9864 | .9868 | .9871 | .9875 | .9878 | .9881 | .9884 | .9887 | .9890 |
| 2.3 | .9893 | .9896 | .9898 | .9901 | .9904 | .9906 | .9909 | .9911 | .9913 | .9916 |
| 2.4 | .9918 | .9920 | .9922 | .9925 | .9927 | .9929 | .9931 | .9932 | .9934 | .9936 |
| 2.5 | .9938 | .9940 | .9941 | .9943 | .9945 | .9946 | .9948 | .9949 | .9951 | .9952 |
| 2.6 | .9953 | .9955 | .9956 | .9957 | .9959 | .9960 | .9961 | .9962 | .9963 | .9964 |
| 2.7 | .9965 | .9966 | .9967 | .9968 | .9969 | .9970 | .9971 | .9972 | .9973 | .9974 |
| 2.8 | .9974 | .9975 | .9976 | .9977 | .9977 | .9978 | .9979 | .9979 | .9980 | .9981 |
| 2.9 | .9981 | .9982 | .9982 | .9983 | .9984 | .9984 | .9985 | .9985 | .9986 | .9986 |
| 3.0 | .9987 | .9987 | .9987 | .9988 | .9988 | .9989 | .9989 | .9989 | .9990 | .9990 |
| 3.1 | .9990 | .9991 | .9991 | .9991 | .9992 | .9992 | .9992 | .9992 | .9993 | .9993 |
| 3.2 | .9993 | .9993 | .9994 | .9994 | .9994 | .9994 | .9994 | .9995 | .9995 | .9995 |
| 3.3 | .9995 | .9995 | .9995 | .9996 | .9996 | .9996 | .9996 | .9996 | .9996 | .9997 |
| 3.4 | .9997 | .9997 | .9997 | .9997 | .9997 | .9997 | .9997 | .9997 | .9997 | .9998 |

(Used with permission of Dover Publications, from E. L. Crow; F. A. Davis; and M. W. Maxfield, *Statistics Manual*. © 1960, Dover Publications.)