Solution problème 03-05

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \overset{(1)}{\frac{\varepsilon_1}{t_1} t\, \delta(t)} + \overset{(2)}{2\left(\varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_1}{t_1} t\right)\delta(t-t_1)} - \overset{(3)}{\left(\varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_1}{t_1}(t-t_1)\right)\delta(t-2t_1)}$$

$$+ \overset{(4)}{\frac{\varepsilon_1}{t_1} H(t)} - \overset{(5)}{\frac{2\varepsilon_1}{t_1} H(t-t_1)} + \overset{(6)}{\frac{\varepsilon_1}{t_1} H(t-2t_1)}$$

$$\sigma(t) = \int_0^t \left(c_0 + c_1 \exp[-(t-\tau)\omega]\right) \frac{d\varepsilon}{d\tau}\, d\tau .$$

On aura 6 intégrales à calculer. Comme pour le problème 03-04, les intégrales 1, 2 et 3 seront nulles. Il nous restera donc qu'à intégrer les équations 4, 5 et 6.

(4) $$\int_0^t \left(c_0 + c_1 \exp[-(t-\tau)\omega]\right) \frac{\varepsilon_1}{t_1} H(\tau)\, d\tau$$

$$= \left(c_0 \tau + \frac{c_1 \exp[-(t-\tau)\omega]}{\omega}\right) \frac{\varepsilon_1}{t_1} \Bigg|_{\tau=0}^{\tau=t} H(t)$$

$$= \frac{\varepsilon_1}{t_1}\left[c_0 t + \frac{c_1}{\omega}\left(1 - \exp[-t\omega]\right)\right] H(t).$$

(5) $$-\int_0^t 2\left(c_0 + c_1 \exp[-(t-\tau)\omega]\right) \frac{\varepsilon_1}{t_1} H(\tau - t_1)\, d\tau$$

= autre page

$$= -\int_{t_1}^{t} 2\left(c_0 + c_1 \exp[-(t-\tau)\omega]\right) \frac{\varepsilon_1}{t_1}\, d\tau \; H(t-t_1)$$

$$= -2\left(c_0(t-t_1) + \frac{c_1}{\omega}\left(1 - \exp[-(t-t_1)\omega]\right)\right)\frac{\varepsilon_1}{t_1}\, H(t-t_1)$$

6 $$\int_0^t \left(c_0 + c_1 \exp[-(t-\tau)\omega]\right) \frac{\varepsilon_1}{t_1} H(\tau - 2t_1)\, d\tau$$

$$= \int_{2t_1}^{t} \left(c_0 + c_1 \exp[-(t-\tau)\omega]\right) \frac{\varepsilon_1}{t_1}\, d\tau \; H(t-2t_1)$$

$$= \left(c_0(t-2t_1) + \frac{c_1}{\omega}\left(1 - \exp[-(t-2t_1)\omega]\right)\right)\frac{\varepsilon_1}{t_1}\, H(t-2t_1)$$

on arrive donc que $\sigma(t) = 4 + 5 + 6$.