COURS

THÉORIE DE LA CIRCULATION

LES ONDES DE CHOC ET LES ONDES CINÉMATIQUES

(Recueil des acétates utilisées)

par:

K. Baass

Attention: Il n'est pas suffisant de consulter ces acétates. Elles ne remplacent pas les cours et les références bibliographiques choisies pour le cours.

Janvier 2003

CONTENU

- LA MESURE DES VARIABLES DE LA CIRCULATION A L'AIDE DE DETECTEURS
- ANALYSE DE PROBLEMES DE CONGESTION A L'AIDE DE CONTOURS DE DENSITE
- INTRODUCTION AUX ONDES DE CHOC
- LES ONDES DE CHOC
  - DEVELOPPEMENT DE LA VITESSE DE L'ONDE
  - ANALYSE DES ONDES DE CHOC A PARTIR DES TRAJECTOIRES DES VEHICULES
- LES ONDES CINEMATIQUES
  - DEVELOPPEMENT DE LA VITESSE
  - ANALYSE A L'AIDE DES ONDES CINEMATIQUES
  - EXEMPLES

REFERENCES

MAY, A (1990) " TRAFFIC FLOW FUNDAMENTALS" PRENTICE HALL, N.J.

LEUTZBACH, W. (1988) " INTRODUCTION TO THE THEORY OF TRAFFIC FLOW" SPRINGER VERLAG, BERLIN

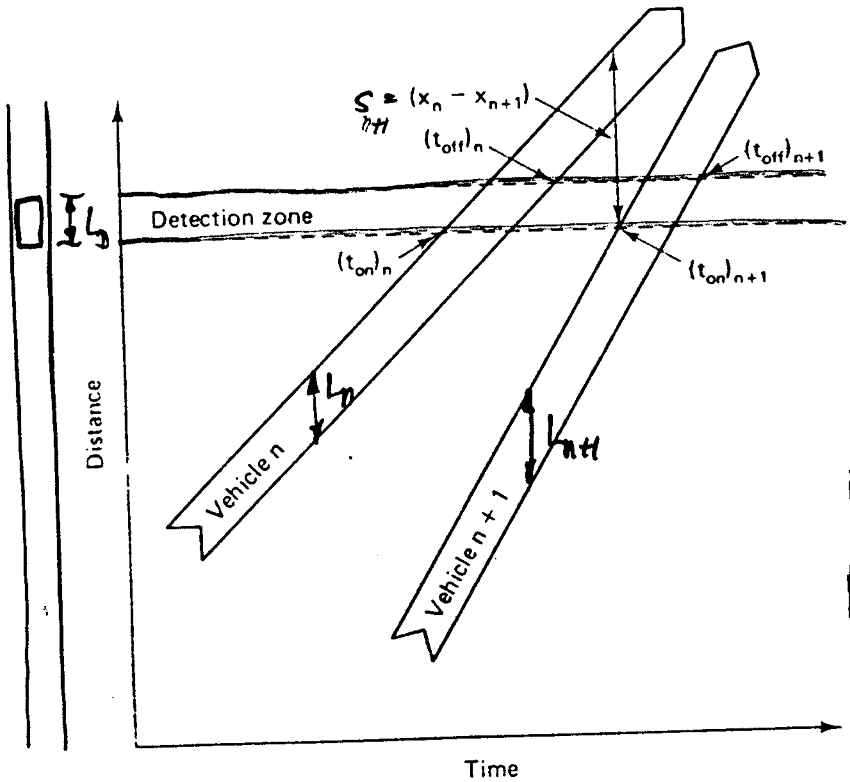
TRB (1975) " TRAFFIC FLOW THEORY" SPECIAL REPORT 165. TRANSPORTATION RESEARCH BOARD. WASH.

LA MESURE DES VARIABLES DE LA CIRCULATION A L'AIDE DE DETECTEURS (BOUCLES)

- LE DETECTEUR LE PLUS REPANDU EST LE DETECTEUR DE PRESENCE (BOUCLE).
- IL DETECTE LA PRESENCE ET LE PASSAGE DE VEHICULES SUR UN SEGMENT COURT DE LA CHAUSSEE.
- LE DETECTEUR EST ECHANTILLONNE A DES INTERVALLES REGULIERS POUR DETERMINER SI UN VEHICULE EST SUR LA BOUCLE.
- SI LE DETECTEUR A UNE LONGUEUR DE 2m ET SI ON VEUT DETECTER UN VEHICULE ROULANT A $V = 200$ km/h, ALORS IL FAUT ECHANTILLONNER A $t = \frac{7.2}{V} = 0.036$ sec, DONC 28 FOIS PAR SECONDE. A UN TAUX PLUS FAIBLE UN VEHICULE POURRAIT PASSER INAPERÇU.
- ON PEUT OBTENIR LES CARACTERISTIQUES MICRO- ET MACROSCOPIQUES A PARTIR DES DETECTEURS DE PRESENCE.

MESURES AVEC UN DETECTEUR

HYPOTHESE : LONGUEUR MOYENNE DES VEHICULES CONNUE



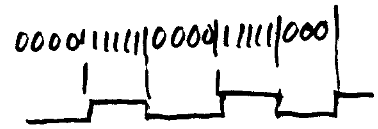


Figure 6.12 Vehicles Passing Over a Single Presence-Type Detector (MAY)

δ = COMPTAGE DE CHANGEMENT DE 0 A 1

$$\boxed{\% OCC = \frac{\sum_{n=1}^{N} (t_{occ})_n}{T} * 100}$$

$$h_{n+1} = t_{(on)n+1} - t_{(on)n}$$

$$t_{(occ)n} = t_{(off)n} - t_{(on)n}$$

$$\dot{x}_n = v_n = \frac{L_n + L_D}{t_{(occ)n}} \qquad \dot{x}_{n+1} = v_{n+1} = \frac{L_{n+1} + L_D}{t_{(occ)n+1}}$$

L'ESPACEMENT PEUT ETRE ESTIME PAR

$$s_{n+1} = x_n - x_{n+1} = h_{n+1} \cdot \dot{x}_n$$

LES VARIABLES MACROSCOPIQUES :

$$\boxed{Q = \frac{3600}{\left[\frac{1}{(N-1)}\right] \sum_{n=n+1}^{N} h_n} = \frac{\sum_{t=0}^{T} \delta}{T}} \qquad \boxed{\bar{\dot{x}} = \frac{\sum_{n=1}^{N} \dot{x}_n}{N}} \qquad \boxed{K = \frac{q}{\bar{\dot{x}}}}$$

MESURES AVEC DEUX DETECTEURS

ON PEUT AINSI MESURER LA LONGUEUR DES VEHICULES

HYPOTHESE : VITESSE CONSTANTE A TRAVERS LA ZONE A ET B.

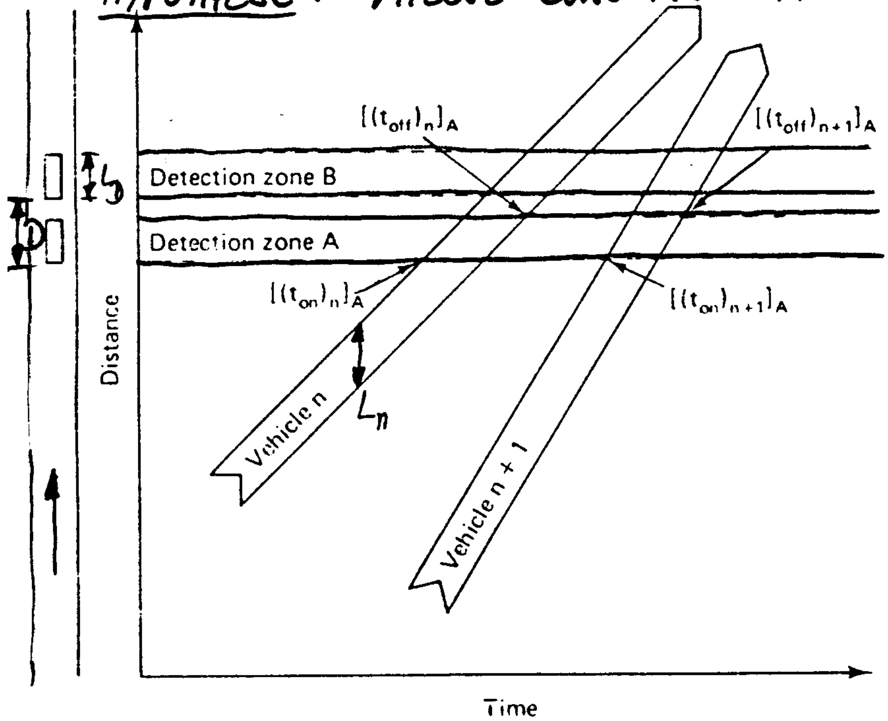


Figure 6.14 Vehicles Passing over Two Closely Spaced Presence-Type Detectors (MAY, 1990)

$$\dot{x}_n = \frac{D}{[t_{(ON)n}]_B - [t_{(ON)n}]_A} \qquad \dot{x}_{n+1} = \frac{D}{[t_{(ON)n+1}]_B - [t_{(ON)n+1}]_A}$$

$$L_{nA} = \dot{x}_n \left[t_{(occ)n}\right]_A - L_{DA}$$

$$L_{(n+1)A} = \dot{x}_{n+1} \left[t_{(occ)n+1}\right]_A - L_{DA}$$

$$S_{n+1} = x_n - x_{n+1} = h_{(n+1)A}\, \dot{x}_n$$

L'ESPACEMENT EST CALCULE PLUS PRECISEMENT

TABLE 7.1 Traffic Flow Conditions Based on Density and Percent Occupancy (MAY, 1999)

	Density (vehicles/lane-mile)	Percent Occupancy[a] (%)	Level of Service	Flow Conditions	
0-8	0–12	0–5	A	Free-flow operations	Uncongested flow conditions
8-13	12–20	5–8	B	Reasonable free-flow operations	
13-19	20–30	8–12	C	Stable operations	
19-26	30–42	12–17	D	Borders on unstable operations	
26-42	42–67	17–28	E	Extremely unstable flow operations	Near-capacity flow conditions
42-63	67–100	28–42	F	Forced or breakdown operations	Congested flow conditions
>63	>100	>42		Incident situation operations	

[a] Assuming that ($\bar{L}_V + L_D$) = 22 feet. OU 6,7 m

$$k = \frac{10}{\bar{L}_V + L_D} \cdot \%OCC$$

$\bar{L}_V$: LONGUEUR MOYENNE DES VEHICULES

L_D : LONGUEUR DE LA ZONE DE DETECTION

% OCC : OCCUPATION EN %

ANALYSE DE PROBLEMES DE CONGESTION A L'AIDE DES CONTOURS DE DENSITE

- PHOTOS PRISES PAR AVION (TIME LAPSE) AVEC 10 A 20% DE CHEVAUCHEMENT.
- 3 DENSITES POUR DISTINGUER ENTRE DIFFERENTES CONDITIONS DE CIRCULATION:
  - PRES DE LA CAPACITE $40 < K < 60$
  - CONGESTION $K > 60$
  - FLUIDE < 40
- ON PEUT OBTENIR LES CONTOURS DE DENSITE PAR SIMULATION AVEC FREQ PAR EXEMPLE
- LES CONTOURS DE DENSITE CONSTITUENT UN EXCELLENT OUTIL POUR ANALYSER LA CONGESTION
- LES ONDES DE CHOC INDIQUENT LA DISTRIBUTION SPATIO-TEMPORELLE DE LA CONGESTION.

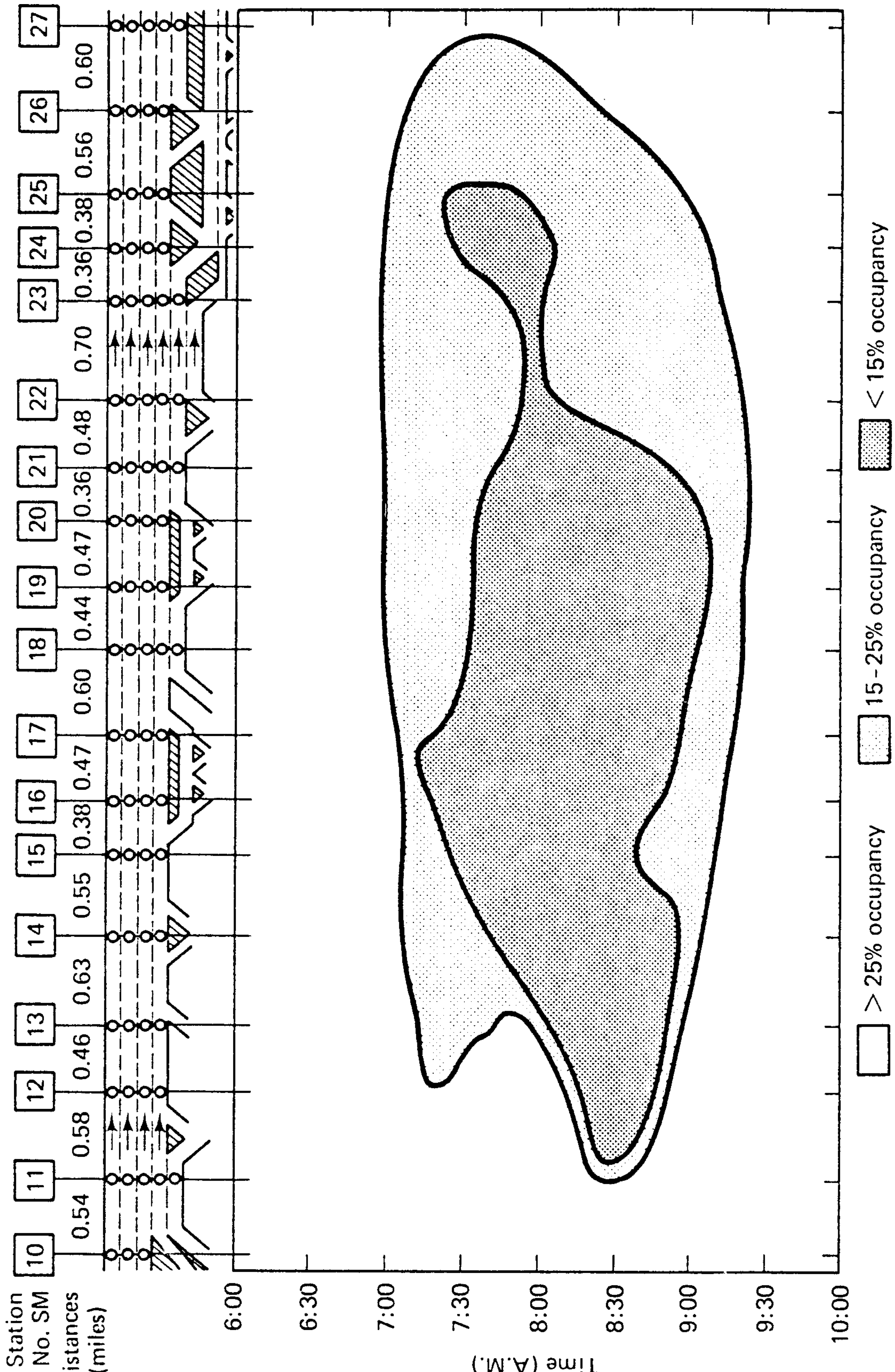


Figure 7.4 Percent Occupancy Contour Map from Santa Monica Freeway Surveillance System

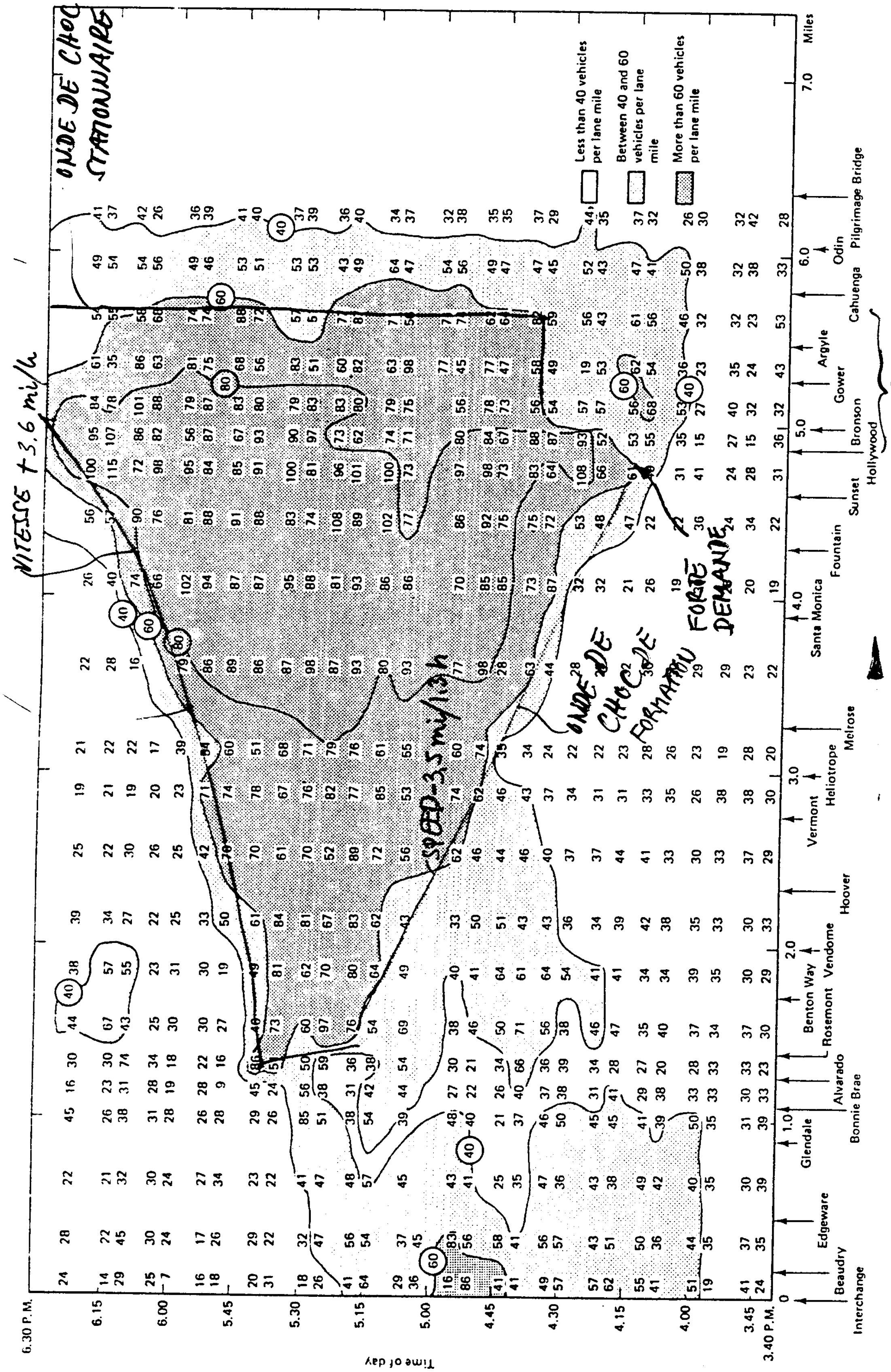
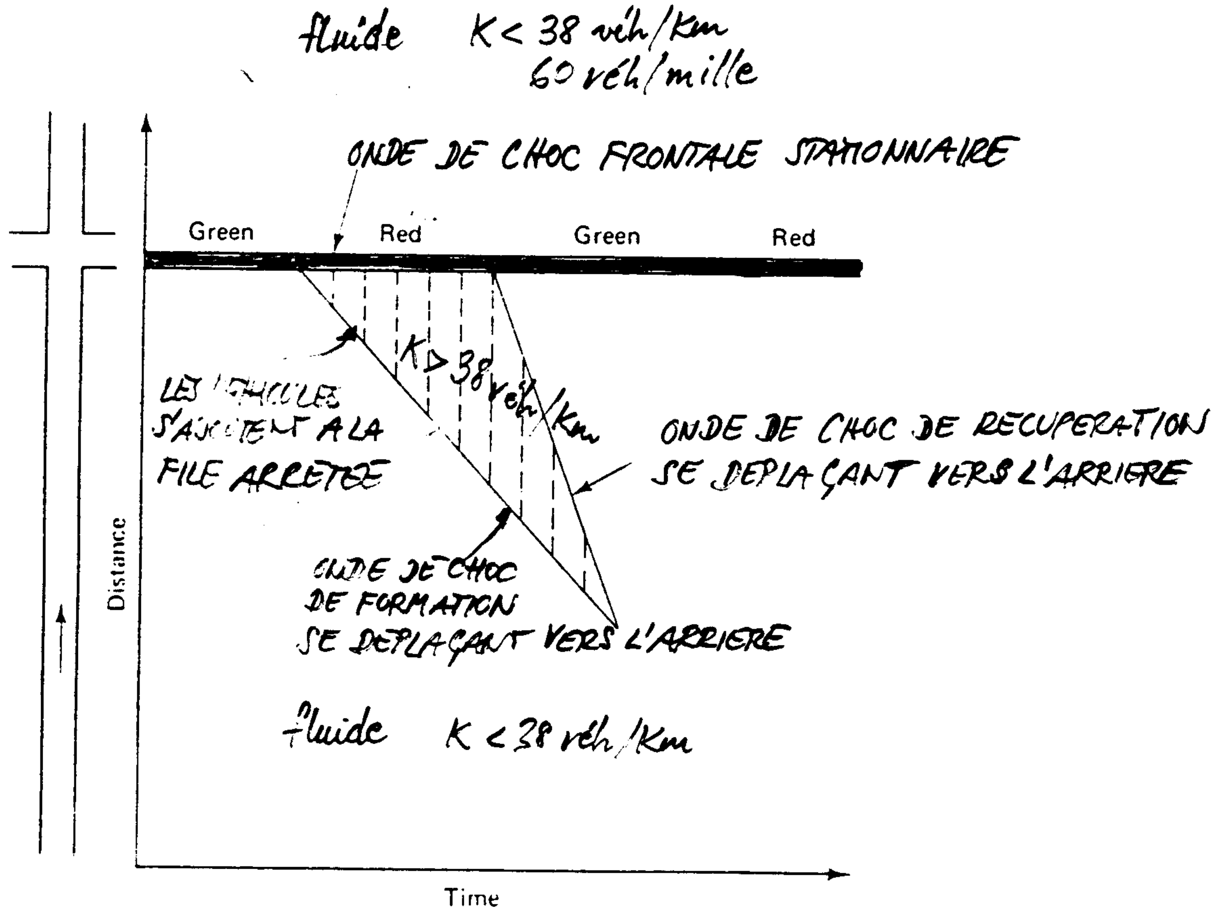


Figure 7.3 Hollywood Freeway Density Contour Map (MAY, 1990)

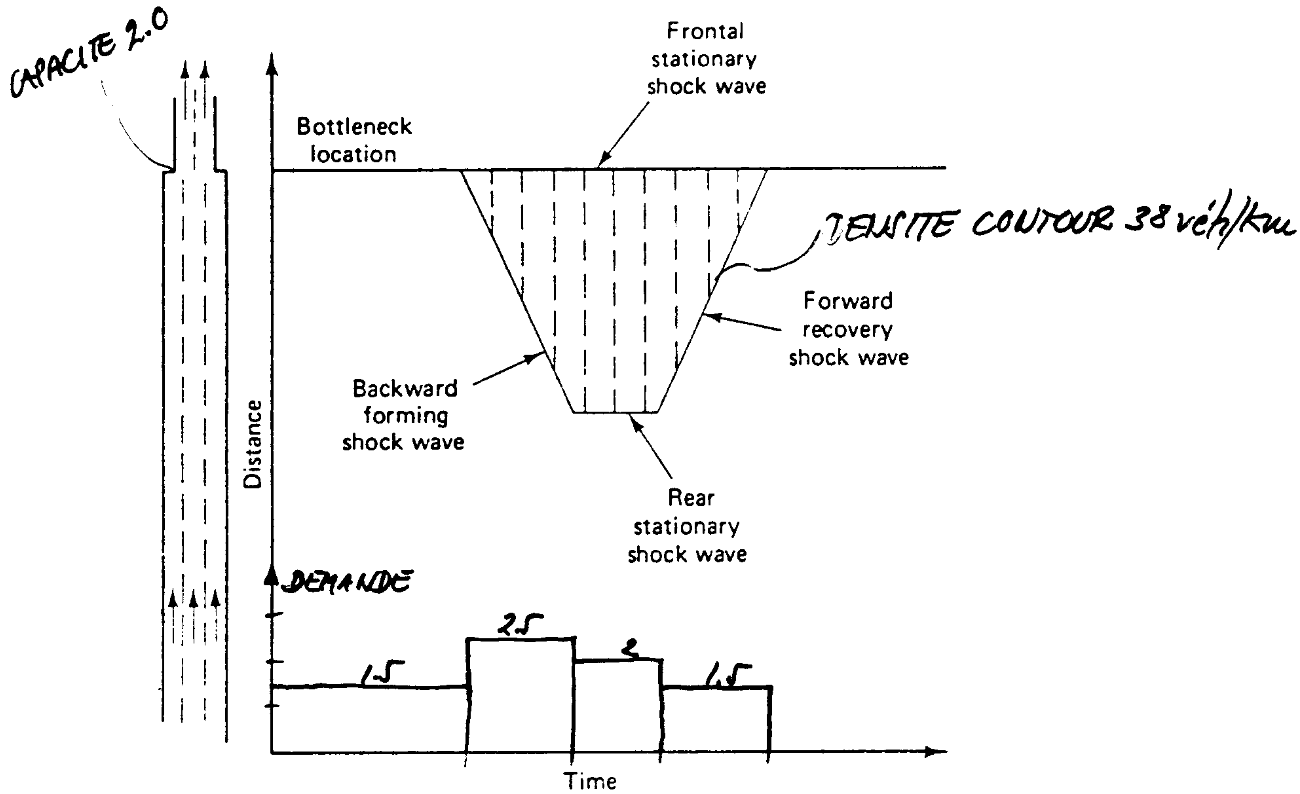
ONDES DE CHOC AU CARREFOUR A FEUX

ON SUPPOSE QUE LA DENSITE CRITIQUE, OÙ ON SENT LA DIFFERENCE DE DENSITE EST DE 38 VEH/KM.



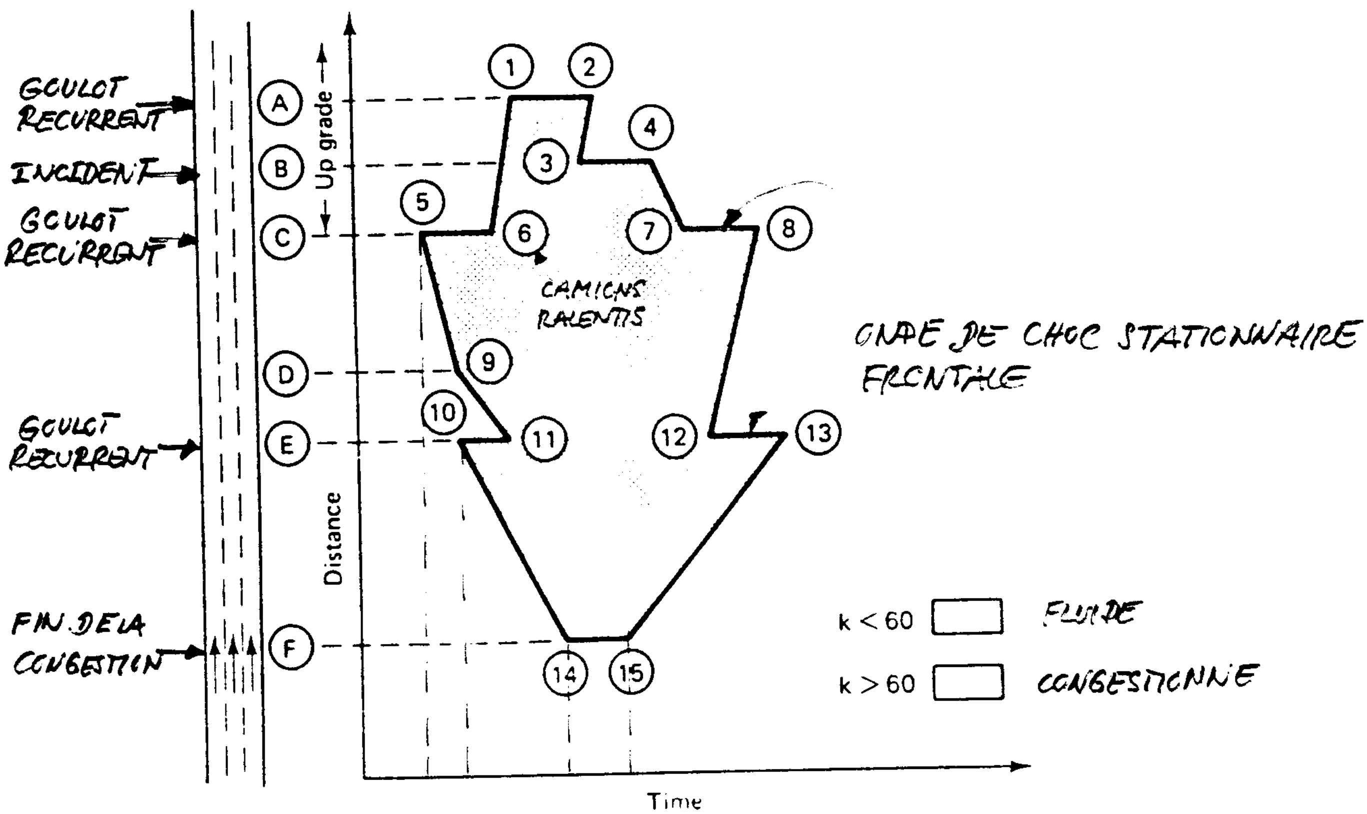
HYPOTHESE :
- DEMANDE FAIBLE ET CONSTANTE
- CONDITIONS NORMALES (PAS D'INCIDENTS, ACCIDENTS ETC.)
- DEBIT DE LA DEMANDE < CAPACITE

ONDES DE CHOC AU GOULOT D'ETRANGLEMENT.



HYPOTHESE :
- DEMANDE VARIE AVEC LE TEMPS MAIS DE FAÇON SIMPLISTE
- CONDITIONS NORMALES
- PAS D'ENTREES NI DE SORTIES LE LONG DE LA ROUTE.

EXEMPLE : ONDES DE CHOC (MAY, 1990)



TEMPS 5 : CONGESTION EN C. FORMATION ONDE DE CHOC ARRIÈRE 5-9

TEMPS 10 : CONGESTION EN E. FORMATION ONDE ARRIÈRE 10-14

TEMPS 6 : CAMIONS RALENTIS FORMENT UN VIDE DEVANT EUX QUI EST LIMITÉ VERS L'AVAL PAR L'ONDE 6-1

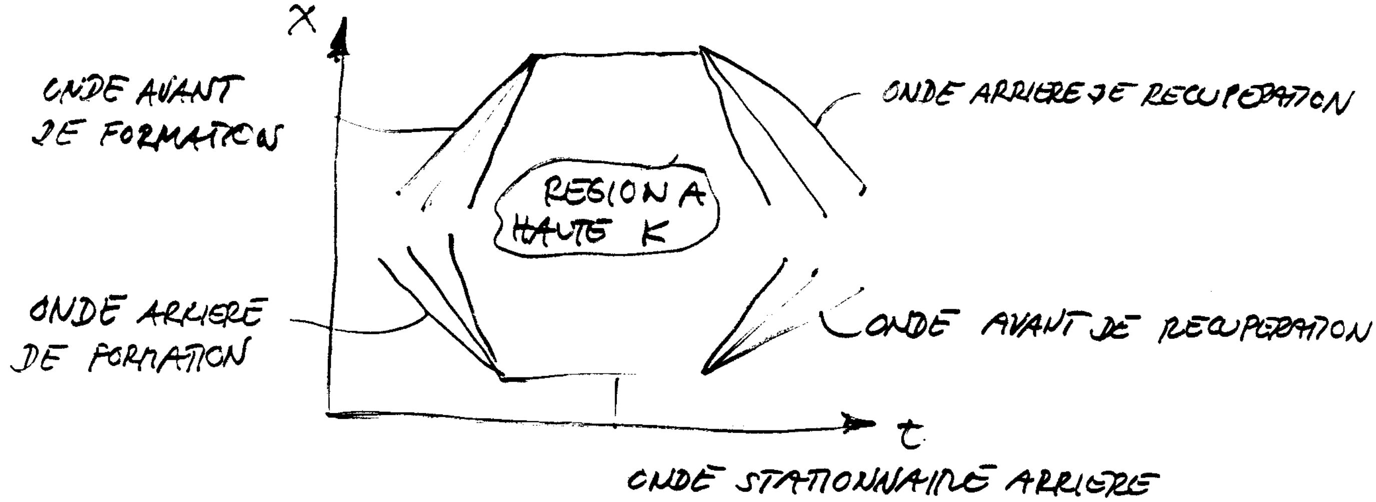
TEMPS 3 : INCIDENT EN B. ONDE DE CHOC AVANT 3-2

TEMPS 4 : INCIDENT EN B ENLEVÉ.

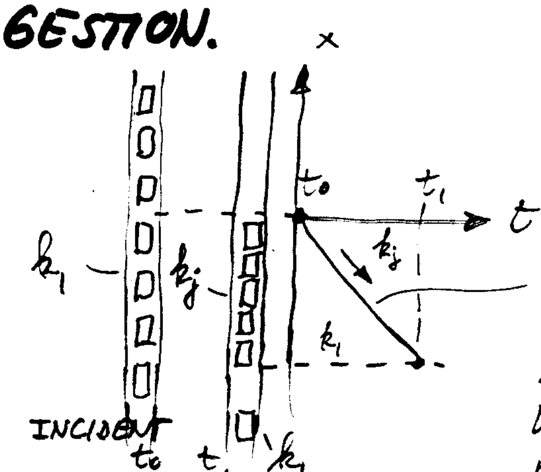
TEMPS 13 : FIN DE LA CONGESTION

CLASSIFICATION DES ONDES DE CHOC

(MAY, 1990)

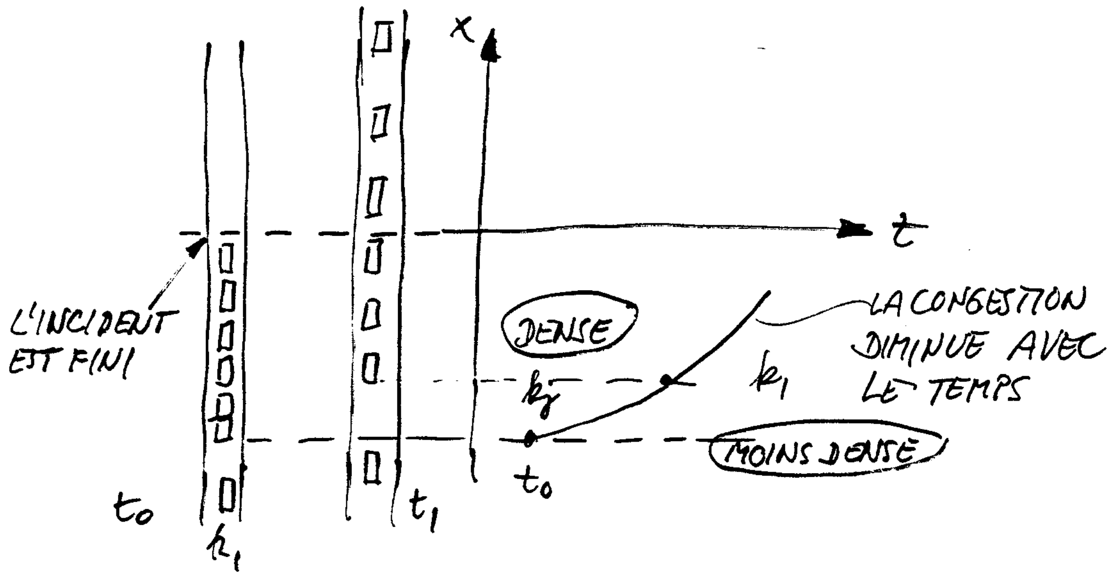


• L'ONDE ALLANT VERS L'AMONT DE FORMATION EST TOUJOURS PRESENTE LORS DE LA CONGESTION.



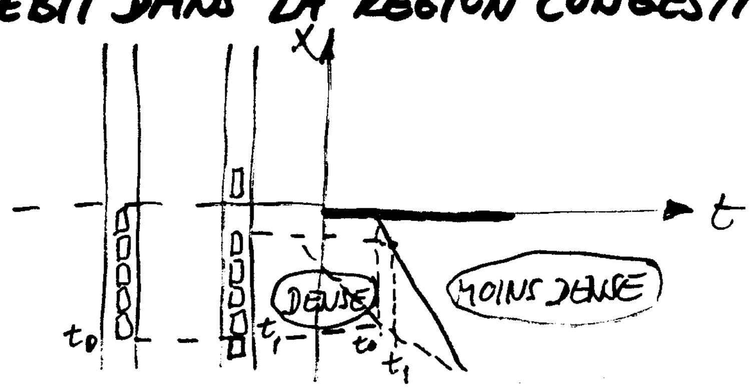
CETTE ONDE DEMARQUE LA LIMITE ENTRE k_j ET k_1.
LA VITESSE INDIQUE LA VITESSE A LAQUELLE SE FORME LA QUEUE.

- L'ONDE DE CHOC ALLANT VERS L'AVAL DE RECUPERATION EST FREQUENTE. ELLE INDIQUE UNE DIMINUTION DE LA CONGESTION.

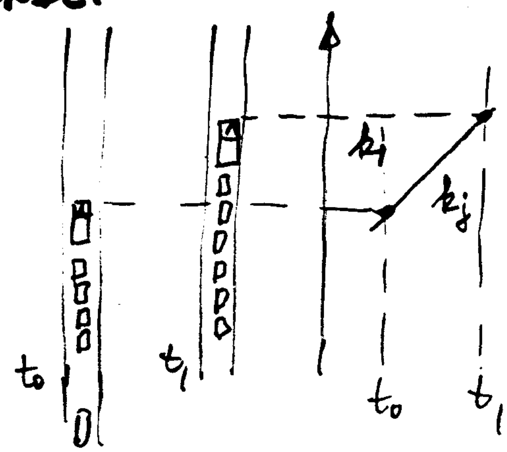


- L'ONDE DE CHOC STATIONNAIRE ARRIERE SE PRODUIT SI LA DEMANDE EST EGALE AU DEBIT DANS LA REGION CONGESTIONNEE.

- L'ONDE ARRIERE DE RECUPERATION ALLANT VERS L'AMONT SE PRODUIT SI LA CAPACITE DU GOULOT EST AUGMENTEE ET CELLE-CI DEPASSE LE DEBIT DANS LA REGION CONGESTIONNEE.



- L'ONDE DE CHOC QUI SE FORME ET DESCEND VERS L'AVAL EST MOINS FREQUENTE. SE FORME PAR EXEMPLE DERRIERE UN CAMION LENT QUI PRODUIT UNE DENSITE PLUS ELEVEE A DROITE DE L'ONDE.



L'ONDE DE CHOC MARQUE DONC LE CHANGEMENT ± BRUSQUE DE LA DENSITE, SI PAR EXEMPLE UN FLOT DE VEHCULES AVEC DENSITE k_1 EST ARRETE A UN FEU ET S'ACCUMULE A UNE DENSITE k_j.

OU LORSQUE UNE CIRCULATION MOINS DENSE RENCONTRE UN PELOTON PLUS DENSE ET PLUS LENT.

LES ONDES DE CHOC

ANALOGIE ENTRE UN FLUIDE ET LA CIRCULATION.

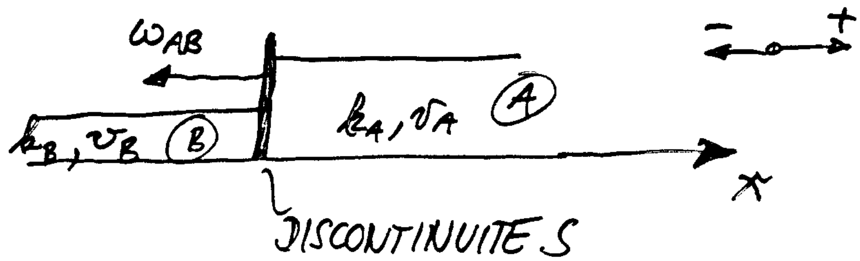
FLUIDE : IL Y A UN RESSAC OU ONDE DE CHOC QUAND UN FLUIDE RAPIDE FRAPPE UN OBSTACLE OU UN FLUIDE PLUS LENT. (MASCARET). LES MOLECULES SE DEPLACENT.

CIRCULATION: PHENOMENE SEMBLABLE. CE SONT LES PERTURBATIONS DE DENSITE OU DE DEBIT QUI SE DEPLACENT.

DEFINITION: L'ONDE DE CHOC EST LE MOUVEMENT OU LA PROPAGATION D'UN CHANGEMENT DE DENSITE OU DE DEBIT.

EXEMPLE : L'ONDE DE CHOC EST REPRESENTEE PAR L'ACCUMULATION DE VEHICULES A L'EXTREMITE D'UNE FILE D'ATTENTE.

DEVELOPPEMENT DE LA VITESSE DE L'ONDE ω_{AB}



VITESSE RELATIVE DES VEHICULES PAR RAPPORT A LA DISCONTINUITE :

EN A : $v_{RA} = (v_A - \omega_{AB})$

EN B : $v_{RB} = (v_B - \omega_{AB})$

IL Y A N VEHICULES QUI TRAVERSENT LA LIGNE DE DISCONTINUITE PENDANT LA DUREE t

$$q = k \cdot v = \frac{N}{t}$$

$$\frac{N}{t} = k_A (v_A - \omega_{AB}) = k_B (v_B - \omega_{AB})$$

AVEC $v_A = \frac{q_A}{k_A}$

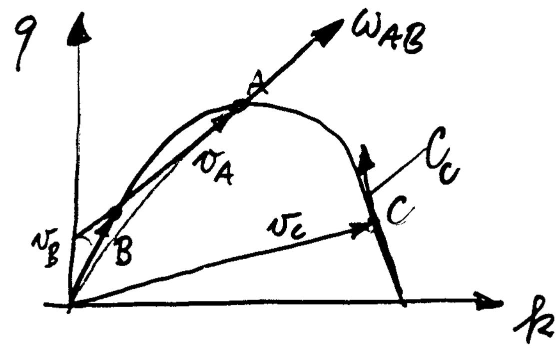
$$\boxed{\omega_{AB} = \frac{q_A - q_B}{k_A - k_B}}$$

SI LE CHANGEMENT DU DEBIT OU DE LA DENSITE EST PETIT :

$$q_A - q_B = \Delta q \qquad k_A - k_B = \Delta k$$

$$\boxed{c = \frac{dq}{dk}}$$

C REPRESENTE LA VITESSE A LAQUELLE SE DEPLACE UNE FAIBLE PERTURBATION.



- w_{AB} EST LA CORDE ENTRE LES DEUX POINTS SUR LE DIAGRAMME q, k REPRESENTANT LES DEUX ETATS A ET B.
- C EST LA TANGENTE A CETTE COURBE ET EST APPELE ONDE CINEMATIQUE. ELLE REPRESENTE LA VITESSE A LAQUELLE SE DEPLACE UN ETAT DE CIRCULATION DONNE. A CET ETAT C CORRESPOND UNE VITESSE DES VEHICULES v_C

- LES ONDES DE CHOC PEUVENT ETRE OBSERVEES
LES ONDES CINEMATIQUES SONT IMMATERIELLES ET SERVENT UNIQUEMENT DE MOYEN THEORIQUE D'ANALYSE.

$$c = \frac{\partial q}{\partial k} = \frac{\partial (kv)}{\partial k} = v + k\frac{\partial v}{\partial k}$$

PUISQUE $\frac{\partial v}{\partial k}$ TOUJOURS NEGATIF ON A:

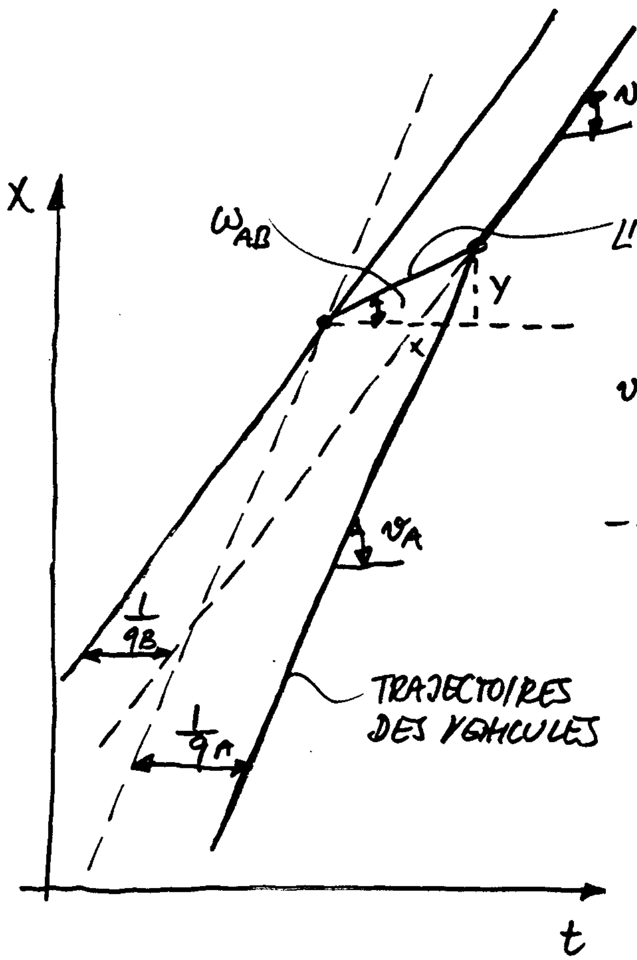
$$c < v$$

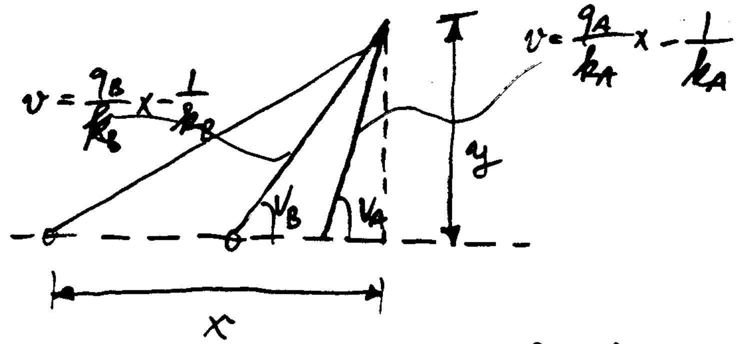
- LES ONDES CINEMATIQUES DE DEBIT ET DENSITE CONSTANTS SE DEPLACENT MOINS VITE QUE LE VEHICULE ANIME DE LA VITESSE MOYENNE v.
LES VEHICULES REMONTENT DONC DES ONDES QUI LES ONT PRECEDES AUX POINTS OÙ ILS PASSENT.

ANALYSE DES ONDES DE CHOC A PARTIR DES TRAJECTOIRES DES VEHICULES

- LE VECTEUR RADIAL DANS LA COURBE q,K INDIQUE LA VITESSE DES VEHICULES CIRCULANT A UN CERTAIN ETAT DE DEBIT ET DE DENSITE DONNES.
- SI ON TRACE DE MANIERE CONVENABLE UN DIAGRAMME ESPACE-TEMPS, ON PEUT DESSINER LES TRAJECTOIRES DES VEHICULES EN PARALLELE AUX VECTEURS DANS LE DIAGRAMME Q,K.
- LES INTERVALLES AUXQUELS LES VEHICULES ARRIVENT SONT $h_A = \frac{1}{q_A}$ ET $h_B = \frac{1}{q_B}$
- CES VALEURS PERMETTENT DE TRACER L'ONDE DE CHOC.

- SI ON ANALYSE LES TRAJETS DES VEHICULES INDIVIDUELS, ON S'APERÇOIT QUE LA LIGNE, SUR LAQUELLE S'EFFECTUE LE CHANGEMENT DE DEBIT ET DE VITESSE EST IDENTIQUE AVEC LA VITESSE D'ONDE DE CHOC.

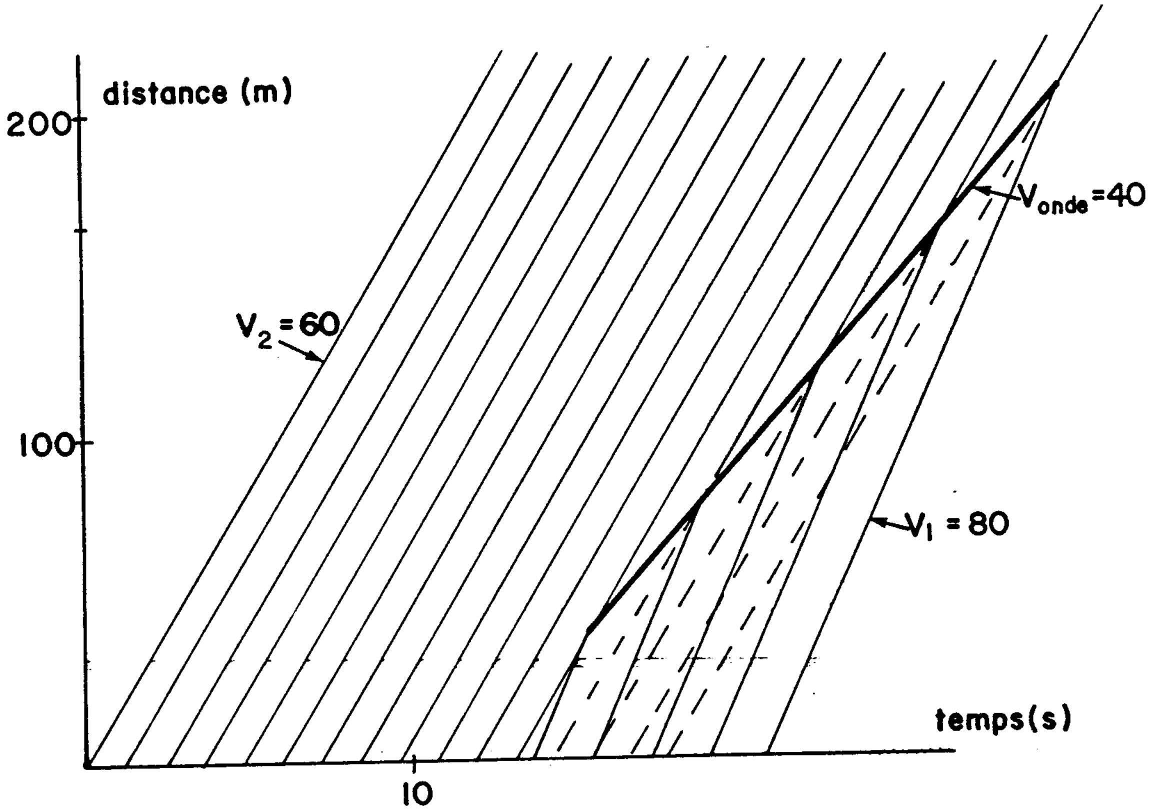


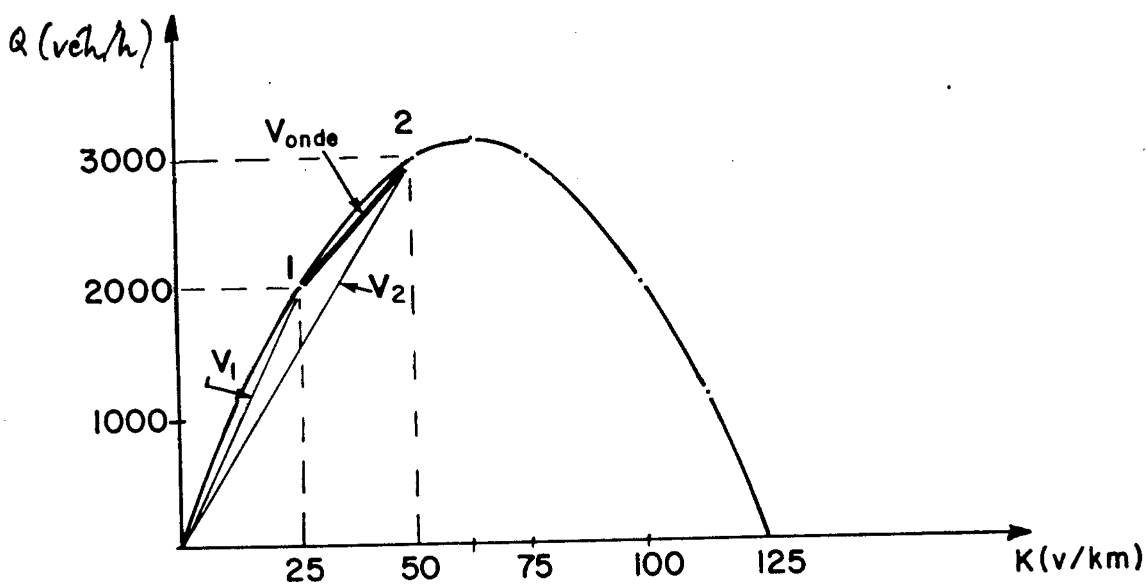


$$x = \frac{k_B k_A}{q_A k_B - q_B k_A}$$

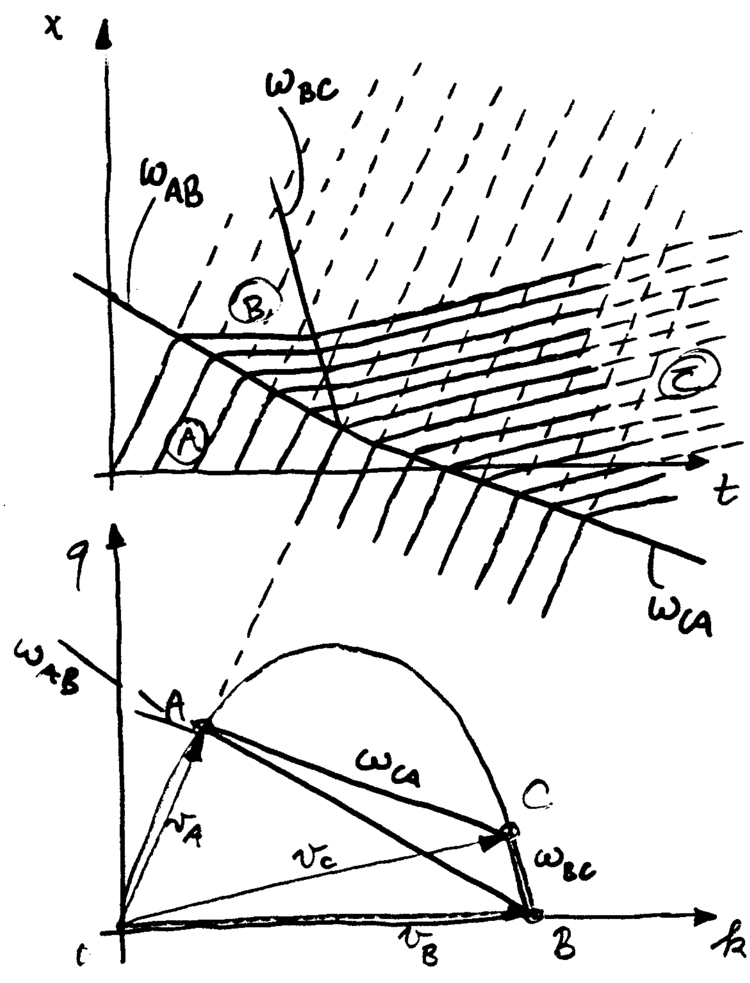
$$y = \frac{q_B - q_A}{q_A k_B - q_B k_A}$$

$$\omega_{AB} = \frac{y}{x} = \frac{q_B - q_A}{k_B - k_A}$$


distance (m)
200
100
10
temps(s)
$V_2 = 60$
$V_1 = 80$
$V_{onde} = 40$


Q (véh/h)
3000
2000
1000
V_{onde}
2
1
V_2
V_1
25
50
75
100
125
K(v/km)

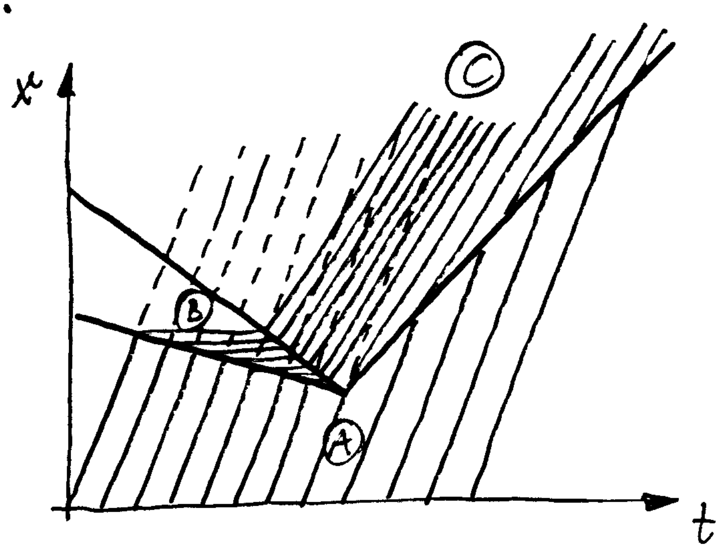
- LE DEBIT CHANGE BRUSQUEMENT DE q_A A q_B.
- L'ONDE DE CHOC QUI TRANSFERE CE CHANGEMENT VERS L'ARRIERE A LA VITESSE $\omega_{AB} = \frac{q_A - q_B}{k_A - k_B}$
- UNE FILE D'ATTENTE SE FORME
- LE DEBIT CHANGE DE B À C, CE QUI MET LA FILE EN MOUVEMENT, MEME SI $q_C < q_{max}$ $(k > k_{max})$
- MEME SI ON CHANGE ENSUITE VERS q_A, ω_{CA} RESTE NEGATIVE. LES EFFETS DU DERANGEMENT SE PROPAGENT VERS L'ARRIERE.

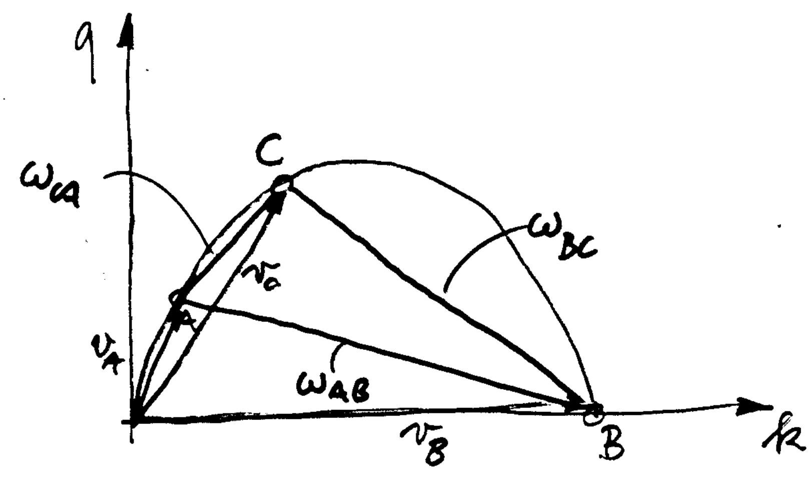


- APRES DU DEMARRAGE DE LA FILE D'ATTENTE LA DENSITE RESTE PLUS PETITE QUE CELLE AU DEBIT MAXIMUM $k < k_{max}$

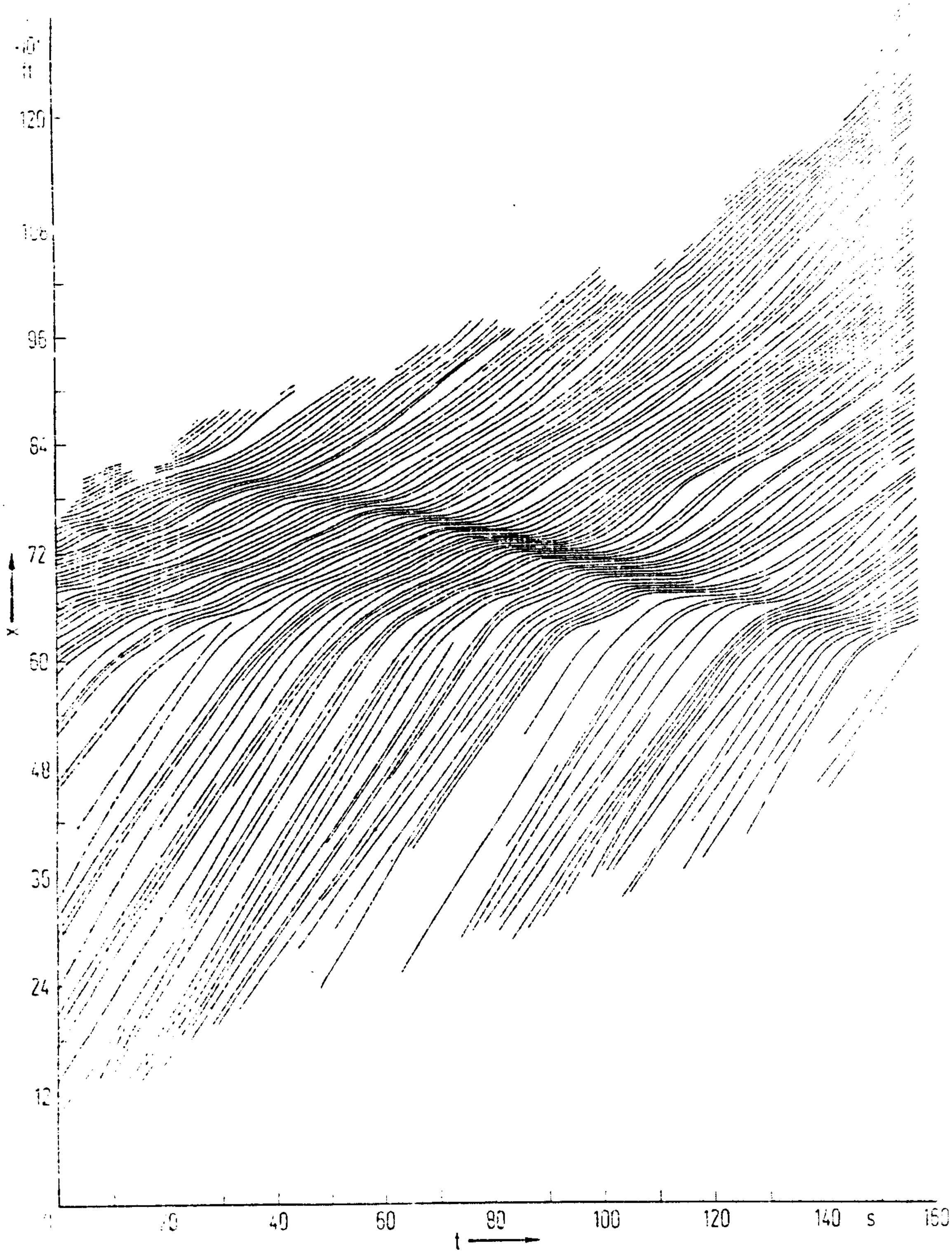
- L'ONDE DE CHOC SE DEPLACE VERS L'AVANT.

- CE DERANGEMENT RESTERA PRESENT SI ON NE CONSIDERE PAS D'ACCELERATION DES VEHICULES.





LA FORMATION D'ONDES DE CHOC SUR UNE AUTOROUTE



EXEMPLES

UTILISATION D'UN MODELE Q-K EN PARTICULIER

$$v = v_f - \frac{v_f k}{k_j}$$

$$k_j = 125 \text{ véh/km} \quad , \quad v_f = 100 \text{ km/h}$$

$$c = \frac{dq}{dk} = 2v - v_f$$

POINT i	v_i	q_i	k_i	$\frac{dq_i}{dk_i}$
1	80	2000	25	60
2	60	3000	50	20
3	50	3125	62.5	0
4	28	2520	90	-44
5	0	0	125	-100

$$v_{14} = \frac{2520-2000}{90-25} = 8 \text{ km/h}$$

$$v_{12} = \frac{3000-2000}{80-60} = 50 \text{ km/h}$$

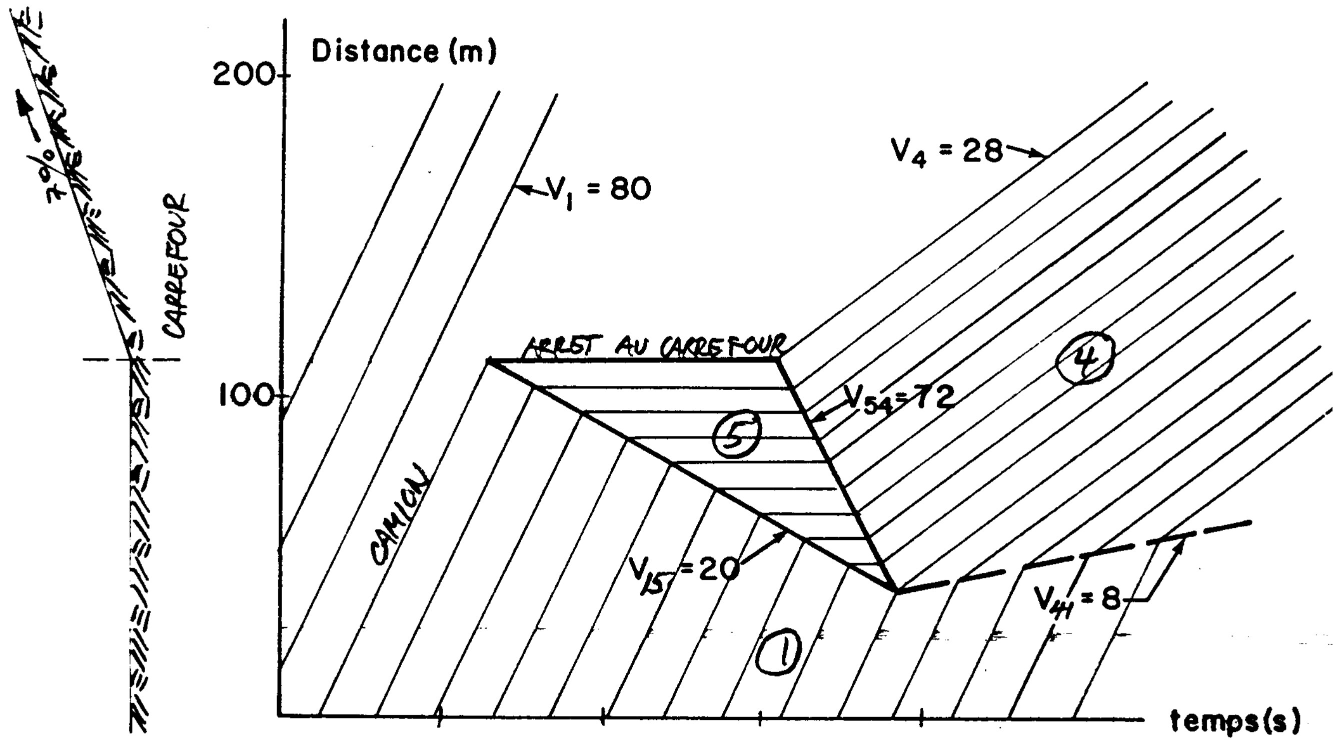
$$v_{15} = \frac{-2000}{125-25} = -20 \text{ km/h}$$

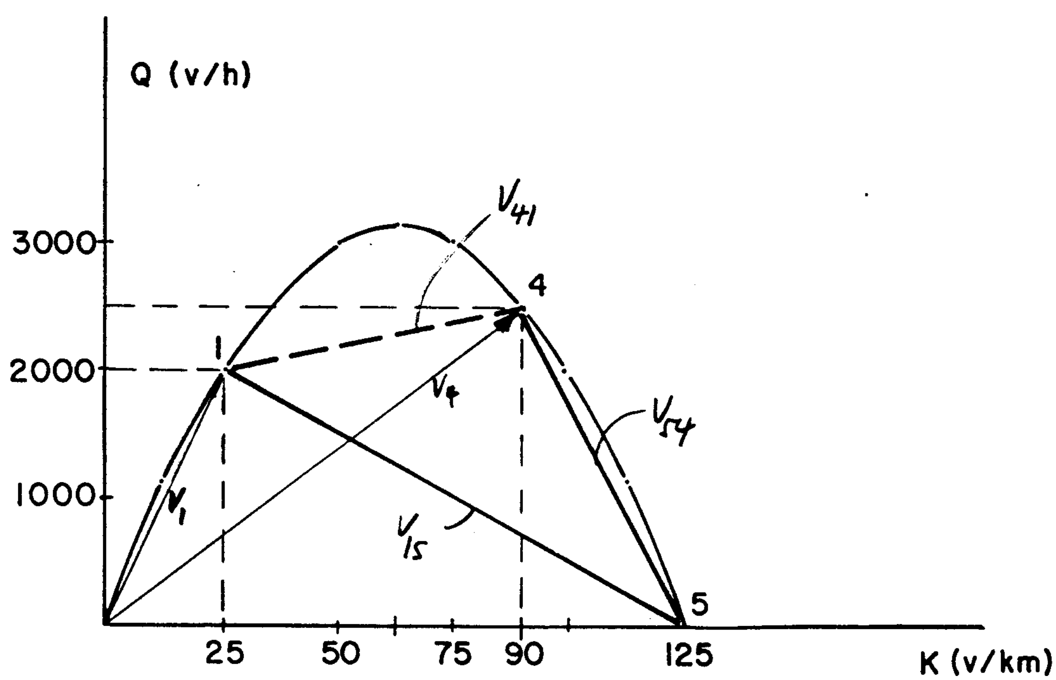
$$v_{31} = \frac{3125-2000}{62.5-25} = 30 \text{ km/h}$$

$$v_{43} = \frac{2520-3125}{90-62.5} = -22 \text{ km/h}$$

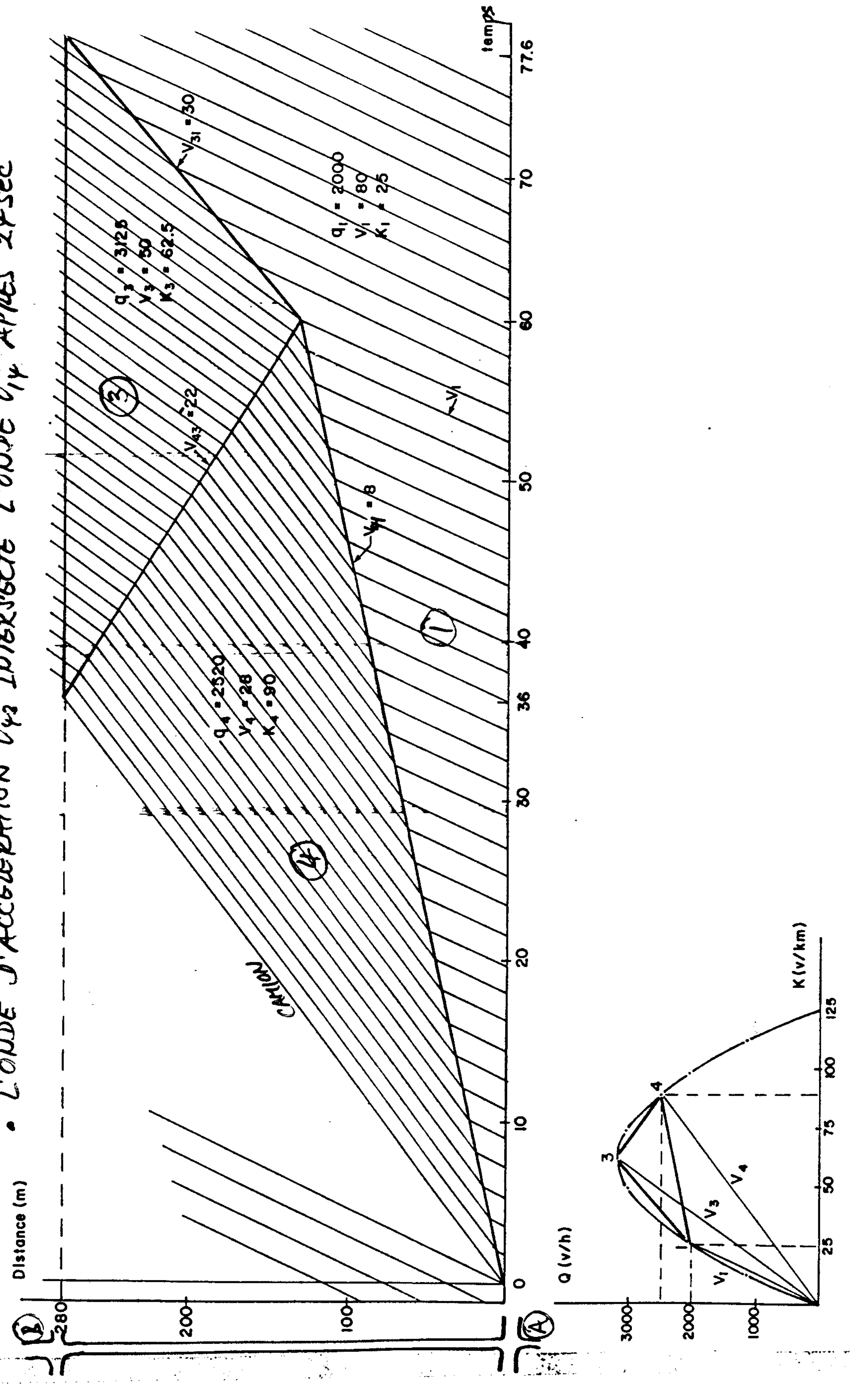
$$v_{54} = \frac{0-2520}{125-90} = 72 \text{ km/h}$$

VITESSES DES ONDES DE CHOC


Distance (m)
200
100
temps(s)
$V_1 = 80$
$V_4 = 28$
ARRET AU CARREFOUR
$V_{54} = 72$
5
4
CAMION
$V_{15} = 20$
1
$V_{41} = 8$
CARREFOUR
7%


Q (v/h)
3000
2000
1000
25
50
75
90
125
K (v/km)
V_{41}
4
1
V_4
V_{54}
V_1
V_{15}
5

EXEMPLE : • CAMION ENTRE EN (A) ET SORT EN (B) APRES 36 SEC.
• L'ONDE DE CHOC V_{14} S'EST DEPLACEE SUR $(8/3.6) \cdot 36 = 80$ m.
• LA FILE A ENCE MOMENT UNE LONGUEUR DE $280-80=200$ m.
• IL Y A $(200 \cdot 90)/1000 = 18$ VEHICULES DERRIERE LE CAMION EN FILE
• AU CARREFOUR B LE TRAFIC ACCELERE AU POINT OPTIMAL
• L'ONDE D'ACCELERATION V_{42} INTERSECTE L'ONDE V_{14} APRES 24 SEC



ONDES D'ARRET ET ONDES D'ACCELERATION

ONDES D'ARRET

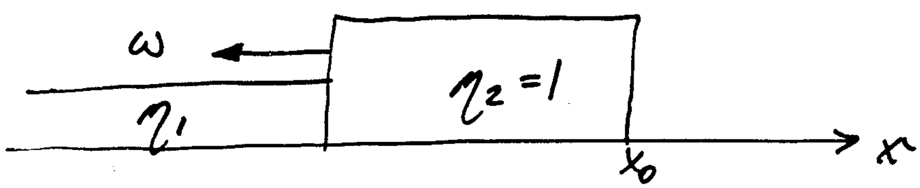
AVEC LE MODELE LINEAIRE ET $\eta_i = \frac{k_i}{k_j}$

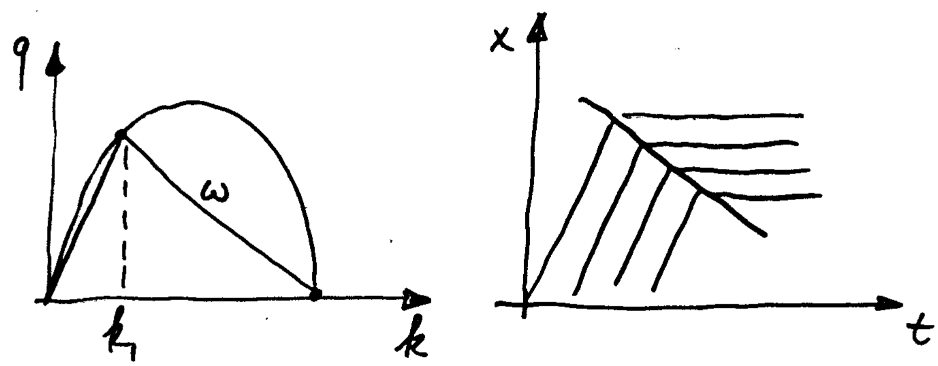
ON A :

$$v_i = v_f(1-\eta_i)$$

$$\omega = \frac{k_1 v_f(1-\eta_1) - k_2 v_f(1-\eta_2)}{k_1 - k_2}$$

$$\omega = v_f\left(1-(\eta_1+\eta_2)\right)$$

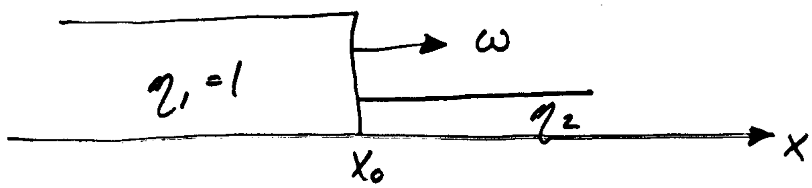




L'ONDE SE DEPLACE EN ARRIERE A LA VITESSE $v_f \eta_1$

AU TEMPS t APRES L'APPARITION DU ROUGE IL Y A UNE FILE DE $v_f \eta_1 t$.

ONDES D'ACCELERATION



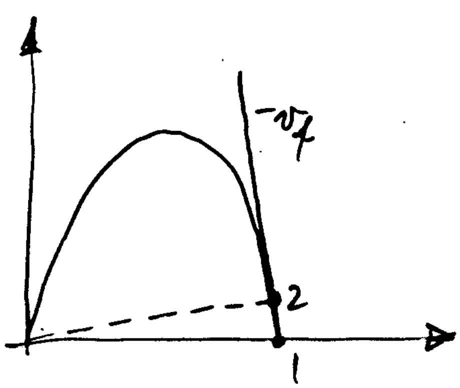
LA CIRCULATION DEMARRE AVEC

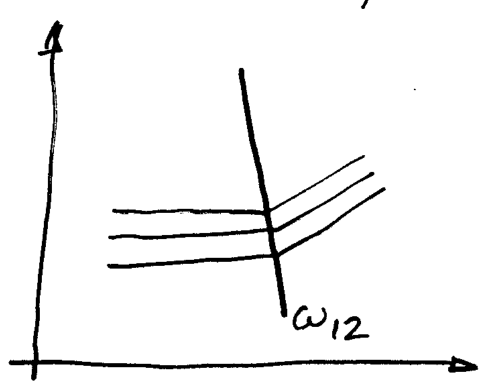
$$v_2 = v_f\,(1-\eta_2)$$

$$\eta_2 = \left(1-\frac{v_2}{v_f}\right)$$

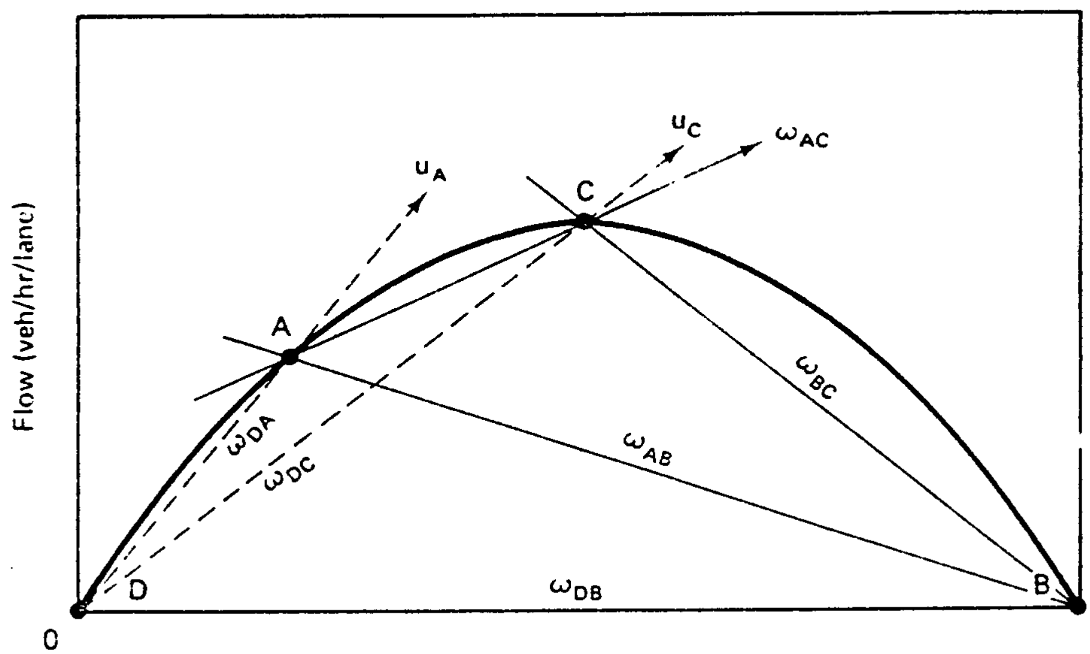
$$\omega_{12} = -\,v_f\,\eta_2 = -(v_f - v_2)$$

DONC L'ONDE DE CHOC SE DEPLACE VERS EN ARRIERE A UNE VITESSE DE $v_f - v_2$. EN GENERAL $v_2 \approx 0$ ALORS L'ONDE A LA VITESSE $-v_f$

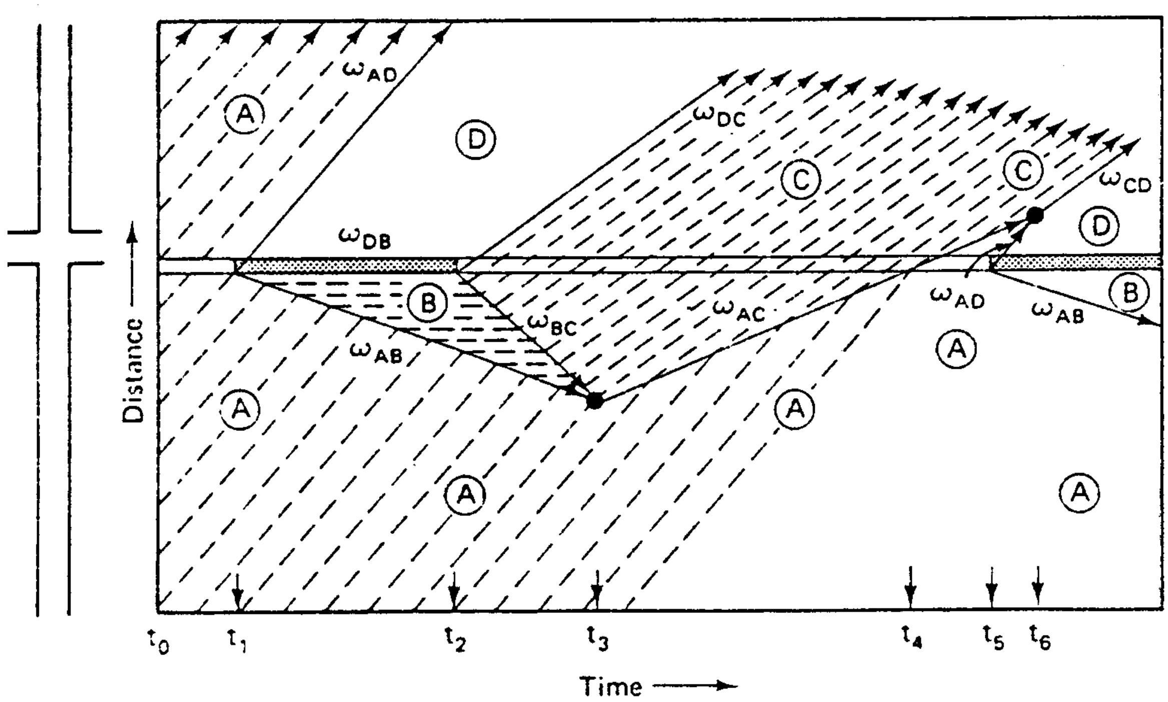




PLUS TARD LE DEMARRAGE SE FAIT A k_{max} ET q_{max}



(a)



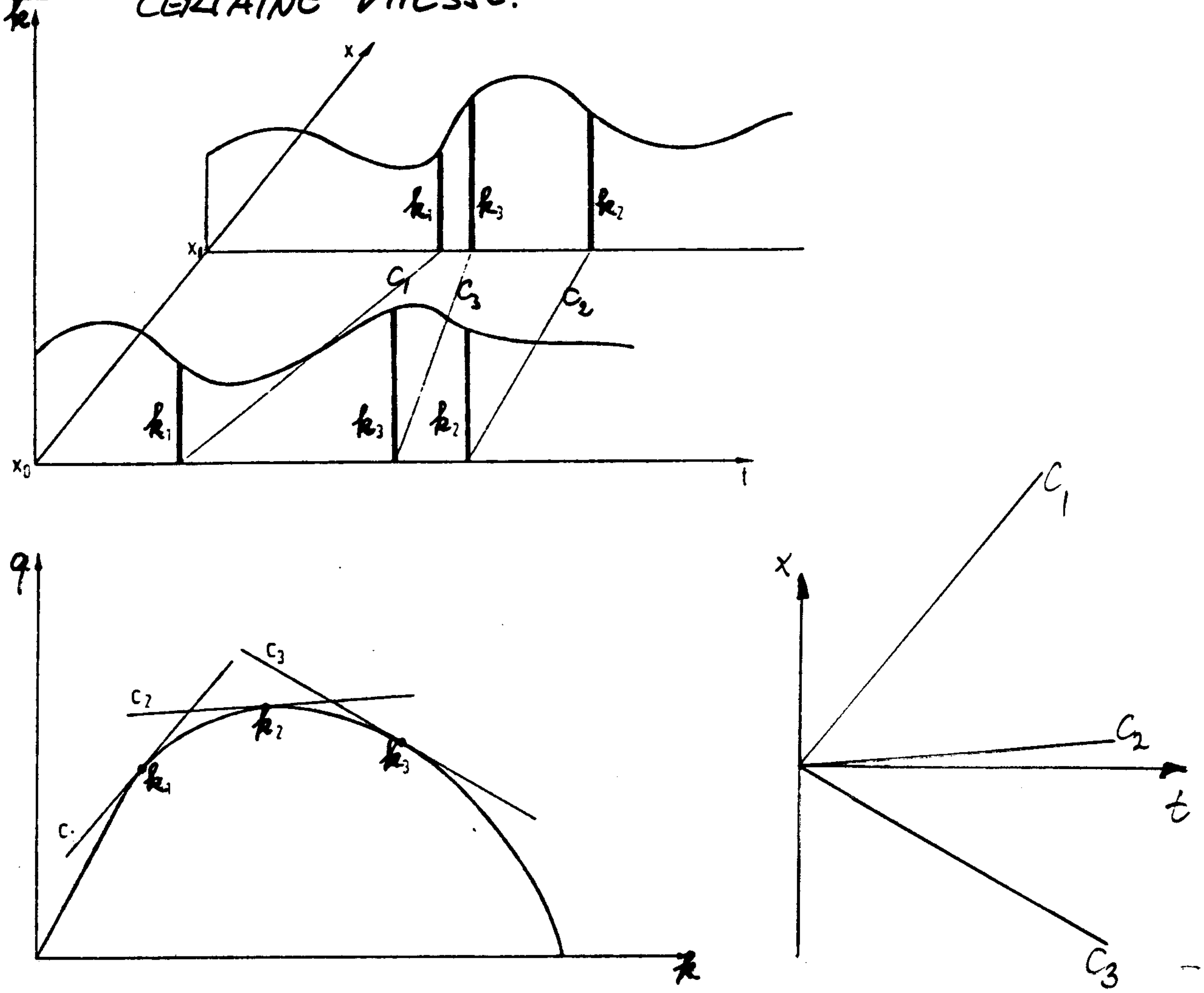
(b)

Shock Waves at Signalized Intersections (MAY, 1990)

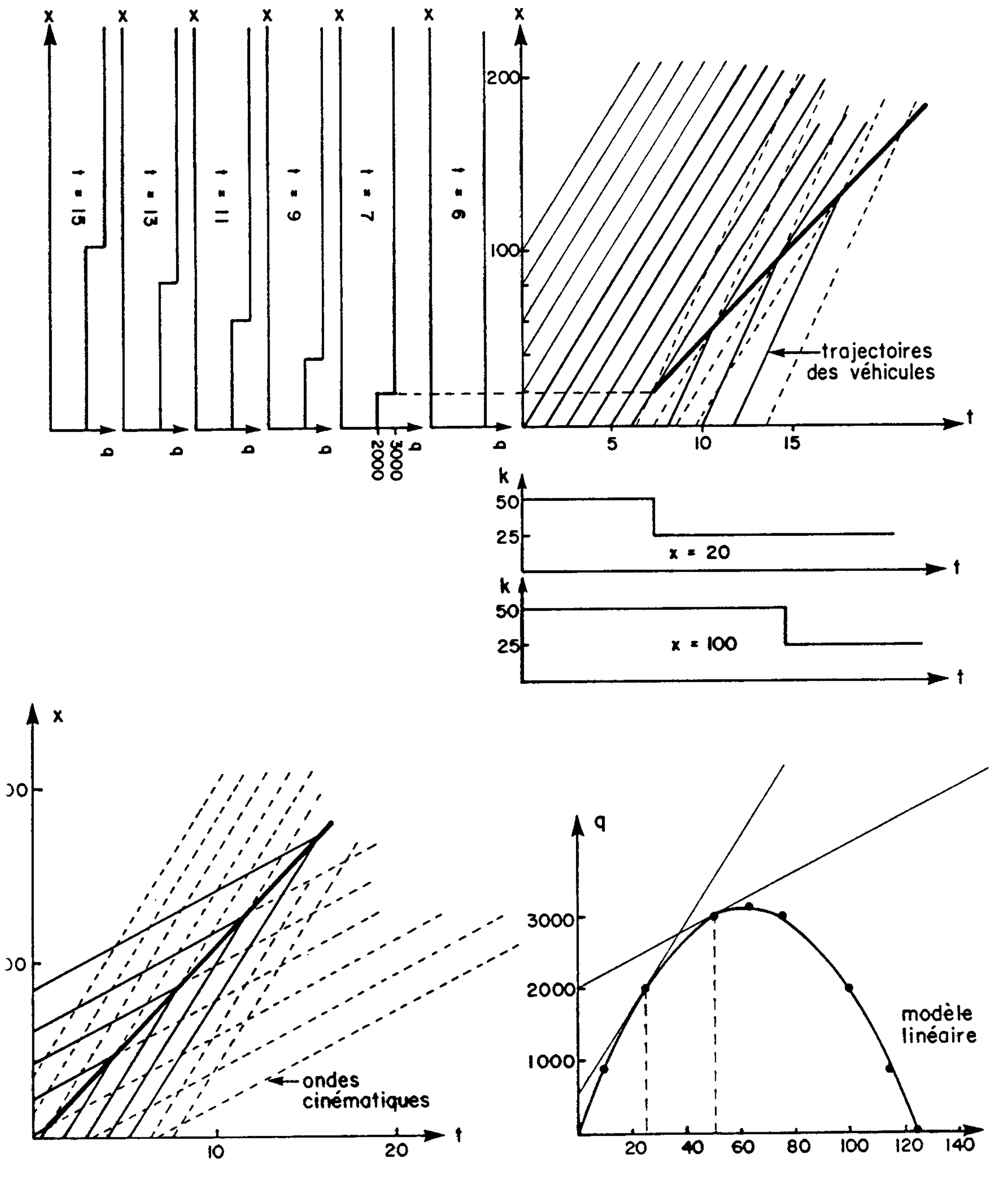
ANALYSE DES PHENOMENES DE LA CIRCULATION A L'AIDE DES ONDES CINEMATIQUES

- IL NE FAUT PAS CONFONDRE LES ONDES DE CHOC ET LES ONDES CINEMATIQUES.
- ON PEUT OBSERVER LES ONDES DE CHOC, MAIS LES ONDES CINEMATIQUES SONT THEORIQUES ET AIDENT A ANALYSER CERTAINS PHENOMENES.
- LE DEBIT EST CONSTANT LE LONG D'UNE ONDE CINEMATIQUE
- LA VITESSE DE L'ONDE CINEMATIQUE N'EST PAS LA MEME QUE CELLE DES VEHICULES INDIVIDUELS.
- A L'INTERSECTION DES ONDES CINEMATIQUES SE PRODUIT LA MEME ONDE DE CHOC.
- SI ON CONSIDERE DEUX ETATS k_1 ET k_2 SUR LA COURBE q, k ON A DEUX ONDES CINEMATIQUES. LA PLUS RAPIDE RATTRAPPE LA LENTE ET IL Y AURA UNE ONDE DE CHOC, MAIS SANS DEFERLEMENT, BIEN SUR

- ON SUPPOSE QUE LE DIAGRAMME q, k S'APPLIQUE AUX DEUX ENDROITS x_0 ET x_1
- CONNAISSAND LES DISTRIBUTIONS $k(x_0,t)$ ET $k(x_1,t)$ ON PEUT TRACER DES LIGNES D'EGALES DENSITE (QUI NE SONT PAS NECESSAIREMENT DE LIGNES DROITES) QUI SE PROPAGENT A UNE CERTAINE VITESSE.

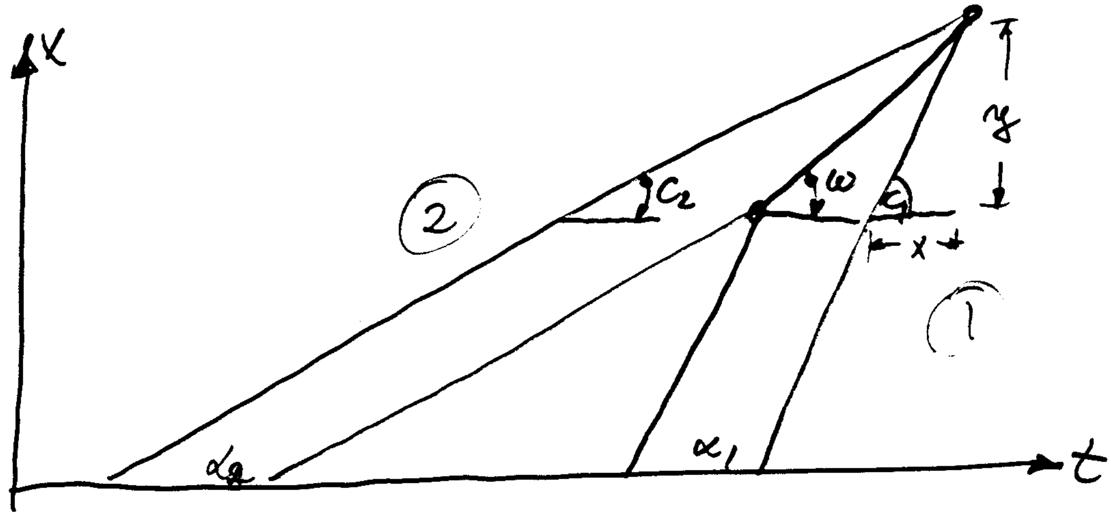


(LEUTZBACH, 1988)


t = 15
t = 13
t = 11
t = 9
t = 7
t = 6
x
q
2000
3000
200
100
5
10
15
t
trajectoires
des véhicules
k
50
25
x = 20
x = 100
ondes
cinématiques
10
20
3000
2000
1000
20
40
60
80
100
120
140
modèle
linéaire

CALCUL DE LA VITESSE DE L'ONDE DE CHOC A PARTIR DES ONDES CINEMATIQUES

- LA VITESSE DE L'ONDE DE CHOC DEPEND DE LA FORME DU DIAGRAMME FONDAMENTAL.
- LES VITESSES DES ONDES CINEMATIQUES SONT EGALES AUX PENTES DES TANGENTES A LA COURBE q, k. ($\frac{dq}{dk}$)
- L'INTERVALLE α ENTRE DEUX ONDES CINEMATIQUES N'A PAS DE SIGNIFICATION REELLE, CAR LES ONDES REPRESENTENT DES LIGNES D'EGALES DEBITS, DENSITES.
- POUR CONSTRUIRE LE DIAGRAMME ESPACE TEMPS DES ONDES ON PEUT SUPPOSER QUE LES ONDES DE PLUS HAUTE VITESSE(S)SE PRODUISENT A DES INTERVALLES α PLUS RAPPROCHES.
- UN ENSEMBLE D'ONDES PARALLELES INDIQUE QUE LA DENSITE (ET LE DEBIT ET LA VITESSE DES VEHICULES) EST CONSTANTE SUR L'ETENDUE DECRITE PAR CET ENSEMBLE D'ONDES CINEMATIQUES.
- DES ONDES CINEMATIQUES NON-PARALLELES INDIQUENT UN CHANGEMENT DE k EN x ET t.



$C_2 = \frac{y}{\alpha_1+\alpha_2+x}$; $\omega = \frac{y}{\alpha_1+x}$; $C_1 = \frac{y}{x}$

$$\alpha_1 = \alpha_2 \frac{C_1C_2 - C_2\omega}{C_1\omega - C_1C_2}$$

$$\omega = \frac{C_1C_2(\alpha_1-\alpha_2)}{C_1\alpha_1 - C_2\alpha_2}$$

EXEMPLE: MODELE LINEAIRE DE GREENSHIELDS

q	k	v	$C = \frac{dq}{dk}$
0	0	100	100
920	10		
2000	25	80	60
3000	50	60	20
3125	62.5	50	0
3000	75	40	−20
2520	90	28	−44
2000	100	20	−60
920	115		
0	125	0	−100

$$v = v_f\left(1-\frac{k}{k_j}\right)$$

$$\frac{dq}{dk} = v_f\left(1-\frac{2k}{k_j}\right)$$

$v_f = 100$ km/h

$k_j = 125$ véh/km

$$\alpha_1 = \alpha_2 \frac{c_2}{c_1}\left\{\frac{c_1-\omega}{\omega-c_2}\right\}$$

AVEC : $\omega = \frac{q_2-q_1}{k_2-k_1}$

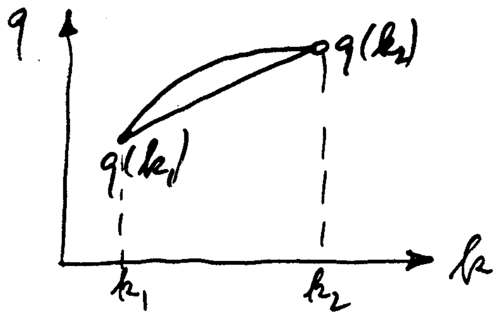
$$\alpha_1 = \alpha_2 \frac{c_2}{c_1}\left\{\frac{k_2(c_1-v_2)-k_1(c_1-v_1)}{k_2(v_2-c_2)-k_1(v_1-c_2)}\right\}$$

AVEC : $v = v_f\left(1-\frac{k}{k_j}\right)$

ON OBTIENT : $\alpha_1 = -\alpha_2 \frac{c_2}{c_1}$

ET : $\omega = \frac{c_1+c_2}{2}$

EN EFFET, SI ON DEVELOPPE LA FORMULE DE LA VITESSE DE L'ONDE DE CHOC SELON LA FORMULE DE TAYLOR :



$$\boxed{q(k_2) = q(k_1) + (k_2-k_1)q'(k_1) + \frac{(k_2-k_1)^2}{2!}q''(k_1) + \cancel{\frac{(k_2-k_1)^3}{3!}q'''(k_1)} + \dots}$$

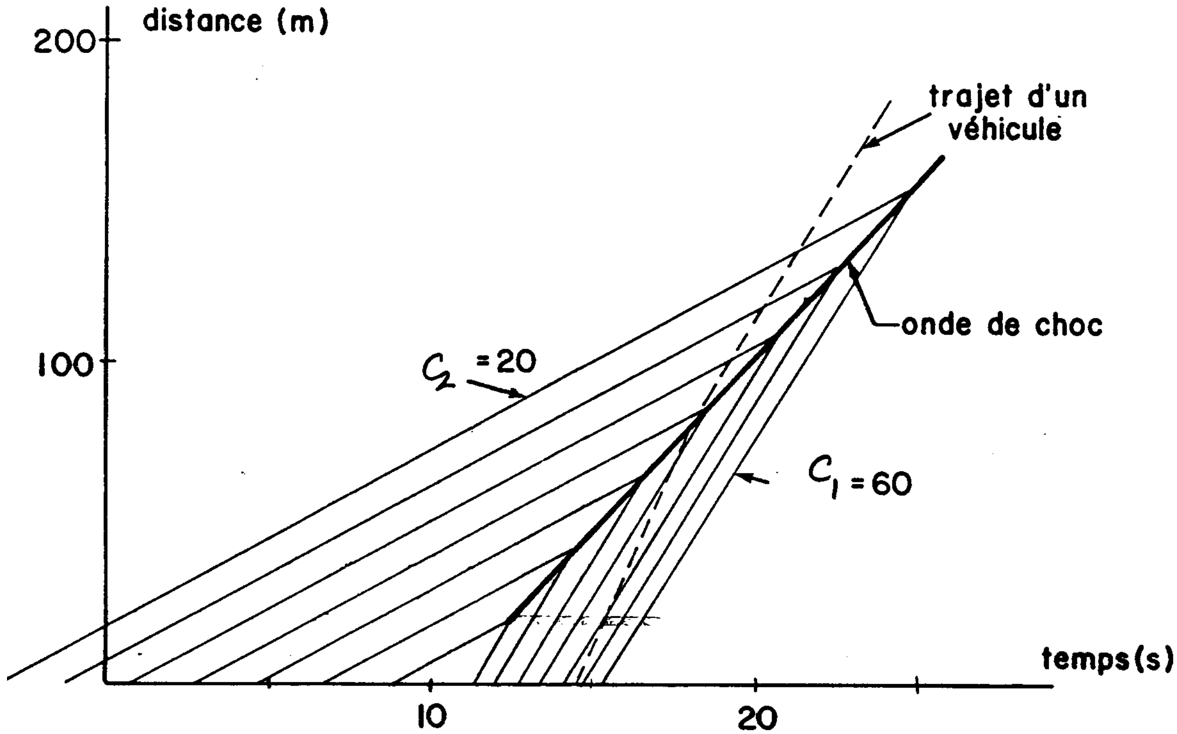
$q(k) = k v_f\left(1-\frac{k}{k_j}\right)$; $q'(k) = v_f - \frac{2k v_f}{k_j}$; $q''(k) = -\frac{2v_f}{k_j}$

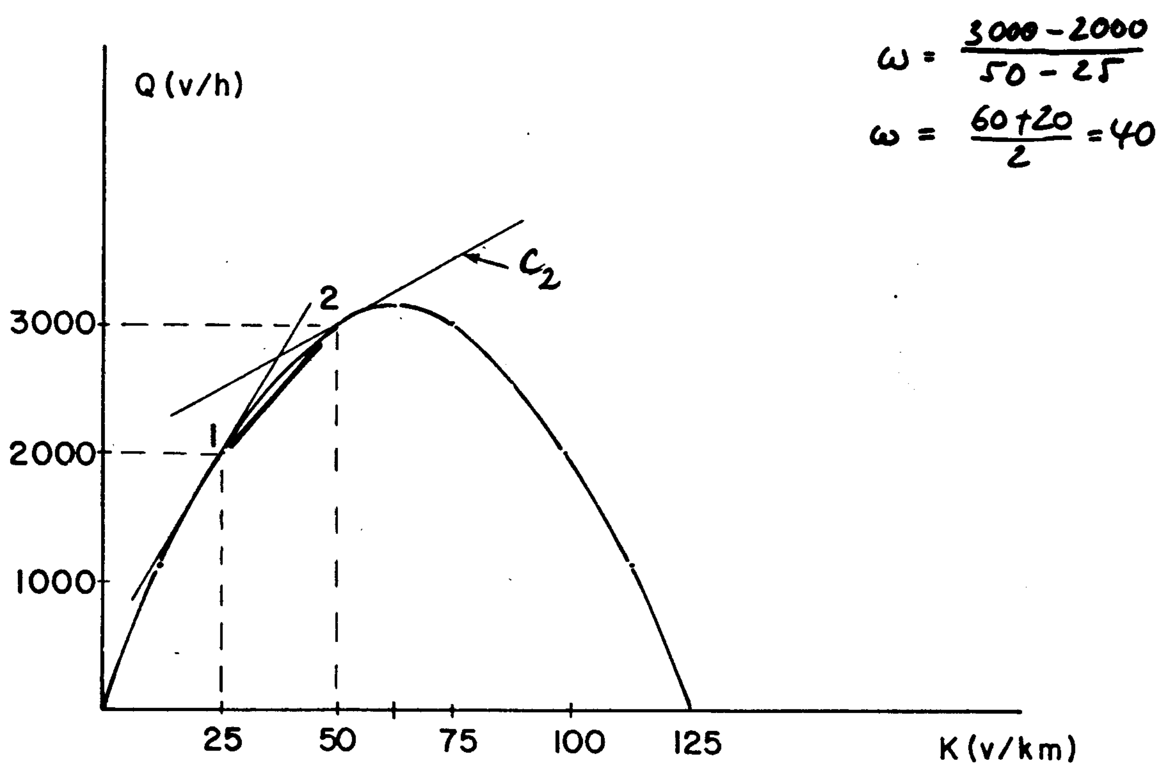
$$\omega = \frac{q(k_2)-q(k_1)}{k_2-k_1}$$

$$\omega = \frac{1}{2}\left(q'(k_1)+q'(k_2)\right) + \frac{(k_2-k_1)}{4}\left(q''(k_1)-q''(k_2)\right) + \frac{(k_2-k_1)^2}{12}\left(q'''(k_1)\right) + \dots$$

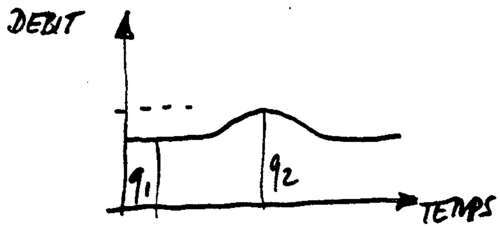
MODELE LINEAIRE $\boxed{\omega = \frac{1}{2}\left(q'(k_1)+q'(k_2)\right)}$

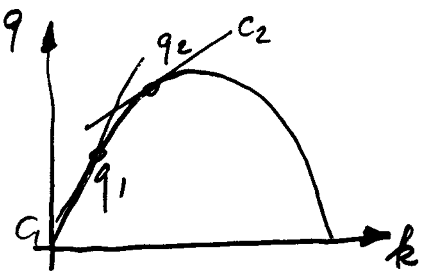
$$\omega = \frac{1}{2}(c_1+c_2)$$



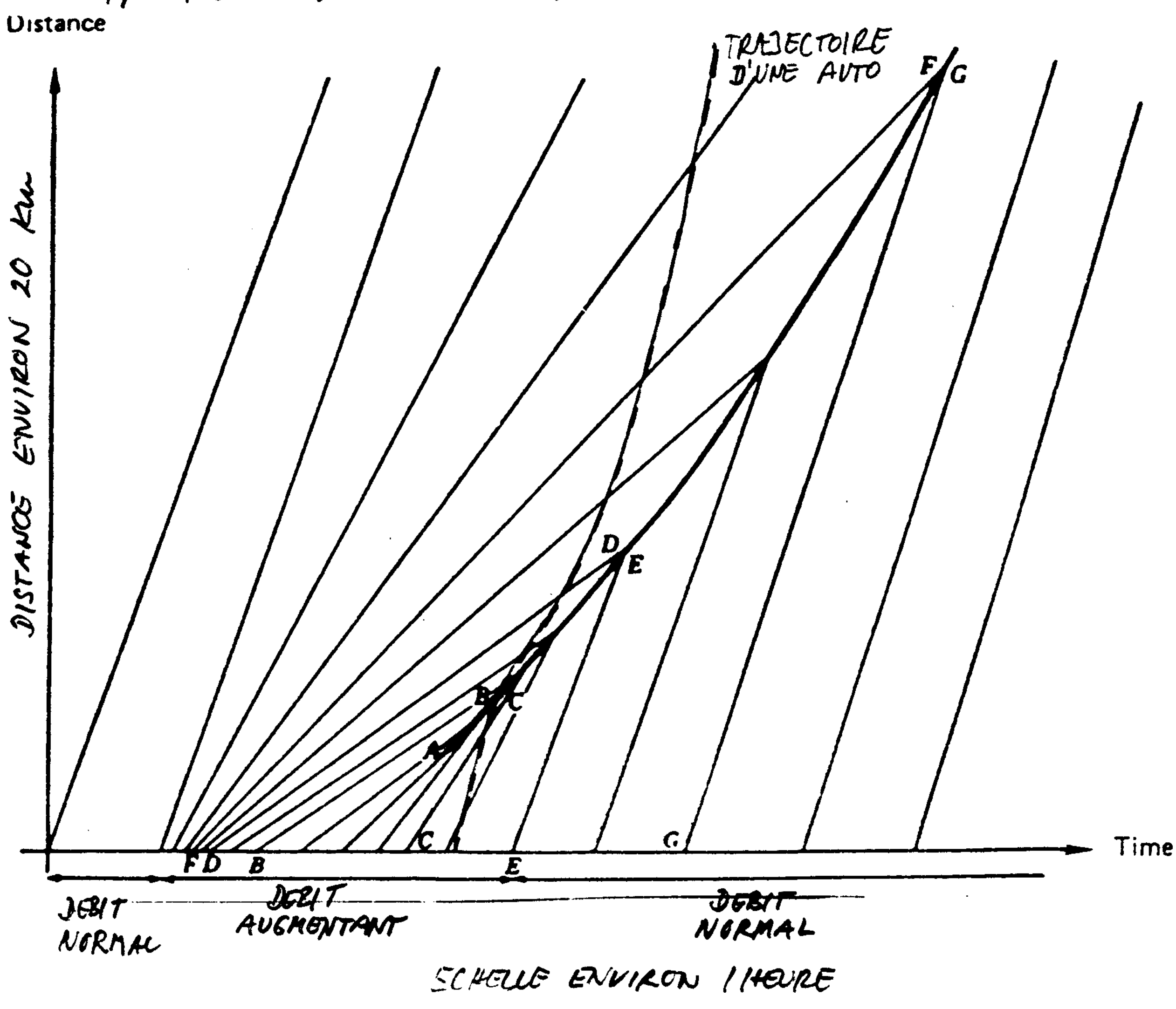


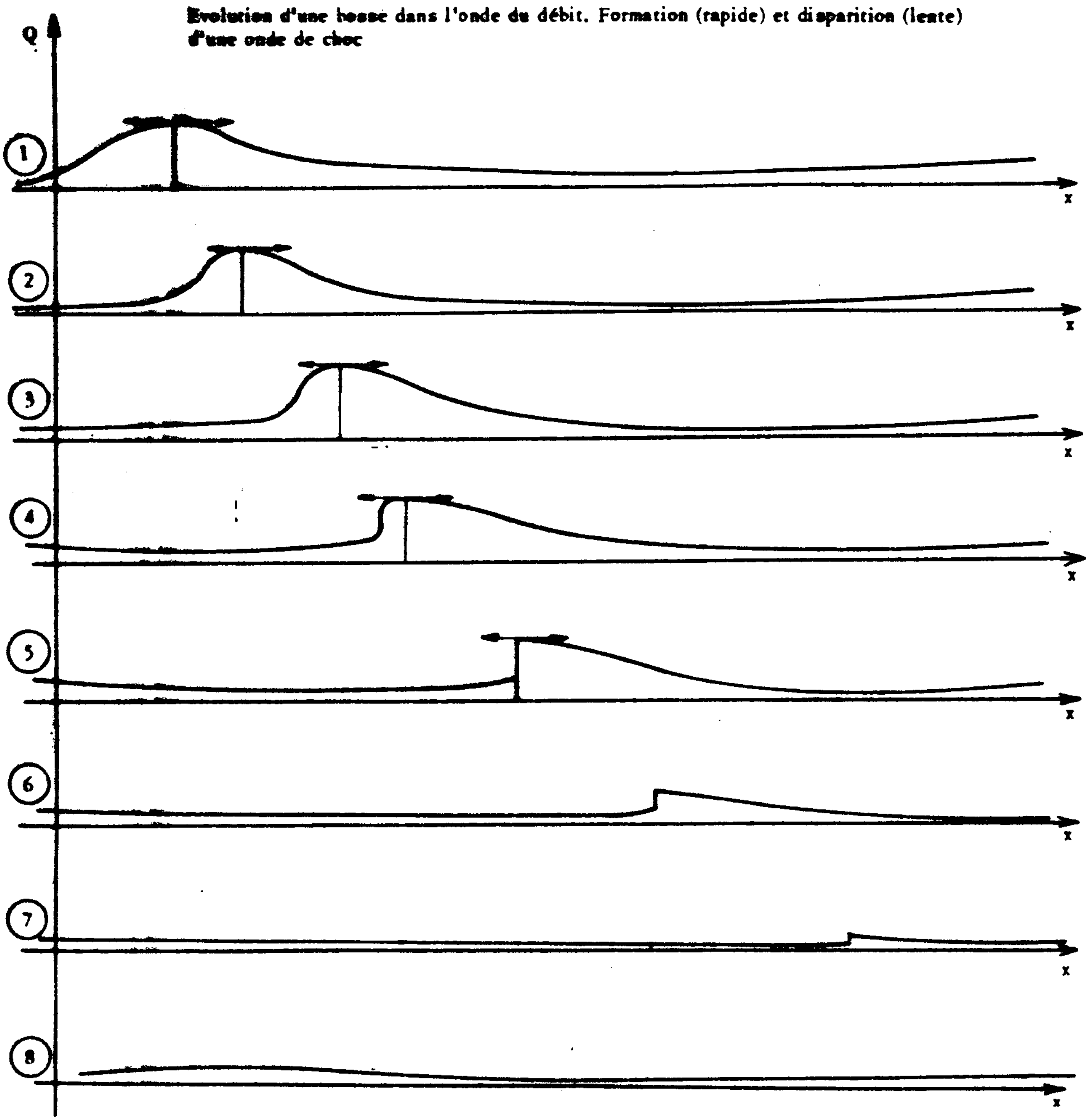
MODELE LINEAIRE DE GREENSHIELDS





L'ONDE DE CHOC SE FAIT SENTIR LOIN EN AVAL. ELLE DEVIENT CEPENDANT DE MOINS EN MOINS FORTE, CAR LES ONDES CINEMATIQUES QUI S'ENTRECROISENT ONT DES DENSITES DE MOINS EN MOINS DIFFERENTES LORSQUE L'ONDE DE CHOC PROGRESSE VERS L'AVAL.

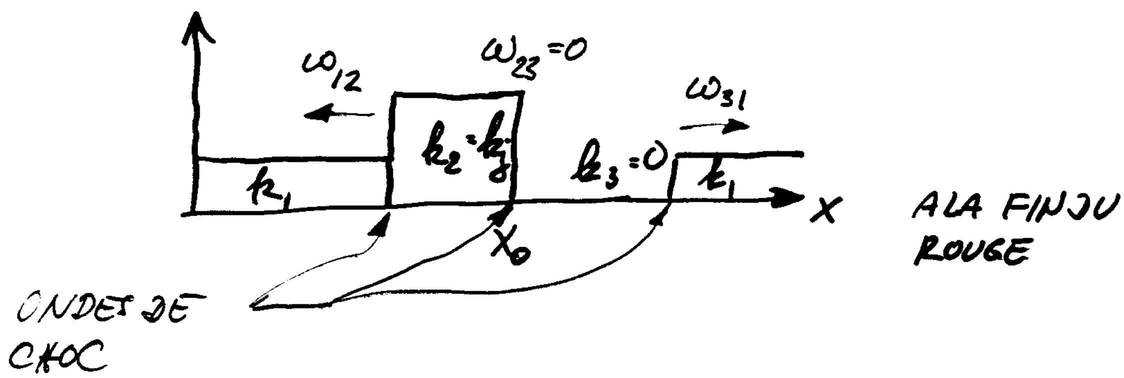


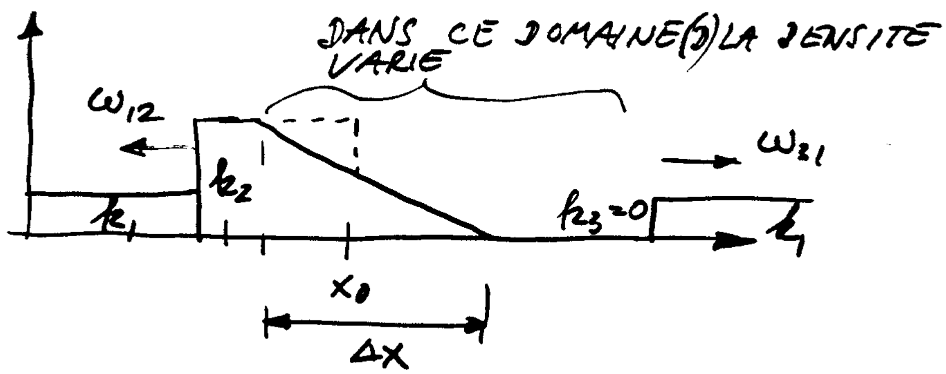

Evolution d'une bosse dans l'onde du débit. Formation (rapide) et disparition (lente) d'une onde de choc
Q
1
2
3
4
5
6
7
8
x

EXEMPLE : ARRET D'UN FLOT DE VEHICULES SOIT PAR UN FEU, SOIT PAR UN INCIDENT
(LEUTZBACH, 1988)

- LE TRAFIC EST STATIONNAIRE AVEC q, k, v

- LE PROFIL DE DENSITE EST LE SUIVANT :

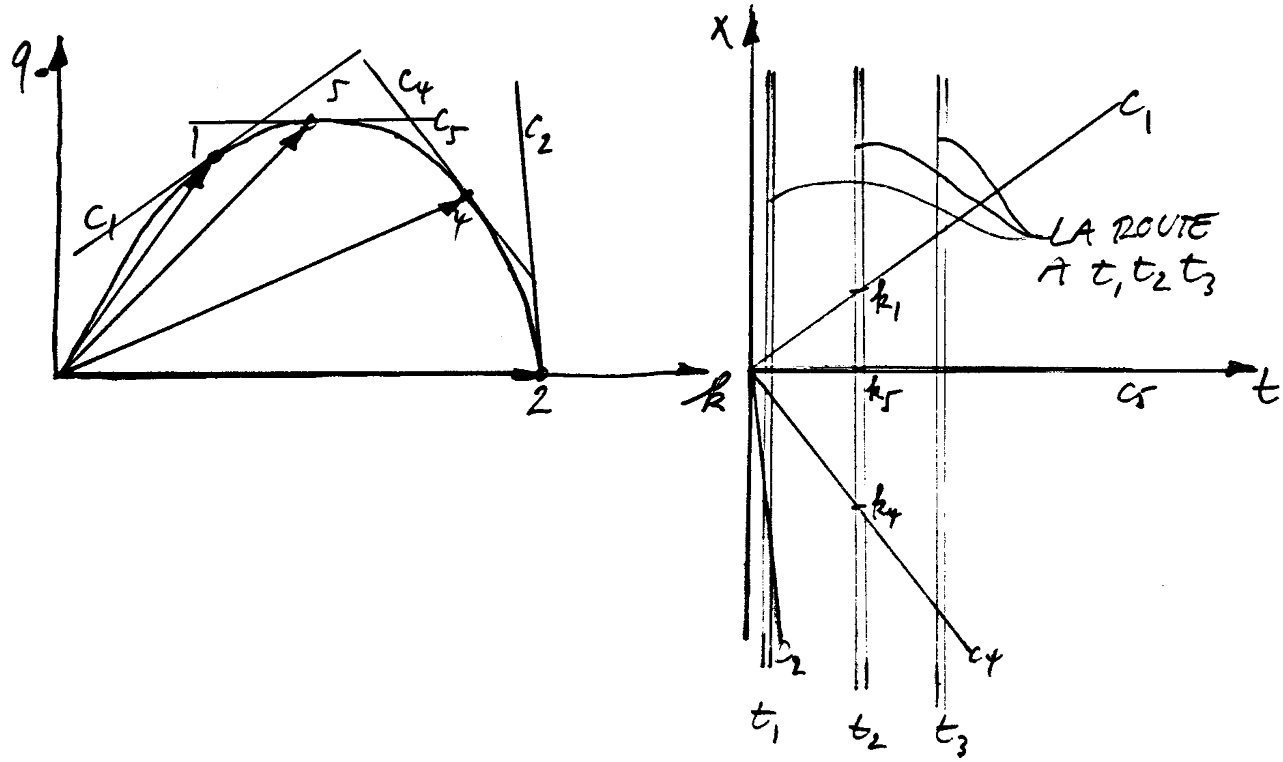




- L'ONDE DE CHOC $\omega_{31} = \dfrac{q_3 - q_1}{k_3 - k_1} = \dfrac{q_1}{k_1} = v_1$

- POUR POUVOIR TRACER L'ONDE DE CHOC DANS x, t ON DOIT CONNAÎTRE LE DEVELOPPEMENT DE LA FILE D'ATTENTE VERS L'AVAL.

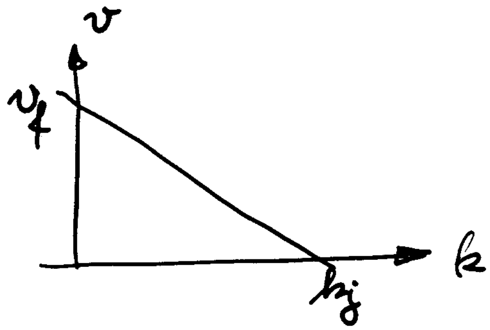
- SUR LE DIAGRAMME q, k LA DENSITE PASSERA DE k_2 PAR LES POINTS 4, 5 VERS L'ETAT DECRIT PAR LE POINT 1.



- LA VITESSE DES VEHICULES PASSE DE $v_2 = 0$ PAR v_4 A v_1

- ON CHERCHE LA FORME DE L'ONDE DE CHOC $\omega(x,t)$ QUI N'EST PLUS LINEAIRE CAR q, k, v CHANGENT DANS LE DOMAINE D.

- ON SUPPOSE QUE v DEPEND LINEAIREMENT DE k (GREENSHIELDS)



$$v(k) = v_f\left(1 - \frac{k}{k_j}\right)$$

$$C = \frac{dq}{dk} = v_f\left(1 - \frac{2k}{k_j}\right)$$

$$\omega = \frac{\Delta q}{\Delta k} = \frac{v_f\left(k\left(1-\frac{k}{k_j}\right) - k_1\left(1 - \frac{k_1}{k_j}\right)\right)}{k - k_1}$$

$$\omega = v_f\left(1 - \frac{k_1 + k}{k_j}\right) = \frac{dx_s}{dt} = \frac{\Delta q}{\Delta k}$$

MAIS : $k = f(x, t)$

$$C = v_f\left(1 - \frac{2k}{k_j}\right) = \frac{x_s}{t} \rightarrow k = \frac{k_j}{2}\left(1 - \frac{x_s}{v_f(t-\tau)}\right)$$

AVEC τ LA DUREE DE L'INTERRUPTION

$$\frac{dx_s}{dt} = v_f\left(\frac{1}{2} - \frac{k_1}{k_j}\right) + \frac{x_s}{2(t-\tau)}$$

CETTE EQUATION DIFFERENTIELLE ORDINAIRE A LA SOLUTION :

$$x_s = B(t-\tau)^{1/2} + v_f\left(1 - \frac{2k_1}{k_j}\right)(t-\tau)$$

ET

$$\boxed{\omega = v_f\left(1 - \frac{2k_1}{k_j}\right) + \frac{B}{2}(t-\tau)^{-\frac{1}{2}}}$$

- B, LA CONSTANTE DECRIT DEUX ONDES DE CHOC, CELLE A L'EXTREMITE AVAL DU DOMAINE D ET CELLE A L'EXTREMITE AMONT DU DOMAINE D.

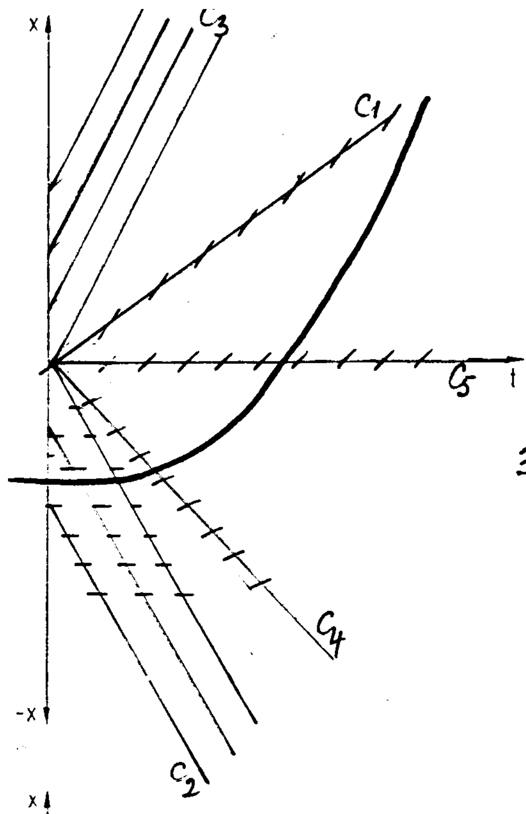
- LA CONSTANTE B POUR L'EXTREMITE AVAL EST TROUVEE EN FIXANT LE LE TEMPS OÙ LE VEHICULE EN TETE DE FILE (ET ROULANT A v_f) RATTRAPPE LE FLOT NON DERANGE k_1 (ROULANT A v_1)

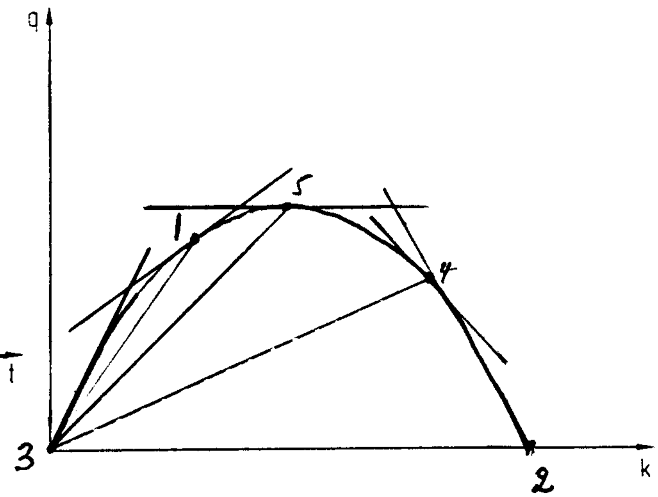
$$B_1 = \frac{2 v_1 \tau^{1/2}}{\left(\frac{k_j}{k_1} - 1\right)^{1/2}}$$

- LA CONSTANTE B POUR L'EXTREMITE AMONT EST TROUVEE PAR LE TEMPS ET LA LOCALISATION DU RENCONTRE DU VEHICULE VENANT EN AMONT ET DU DERNIER VEHICULE DE LA FILE QUI VIENT TOUT JUSTE D'ACCELERER.

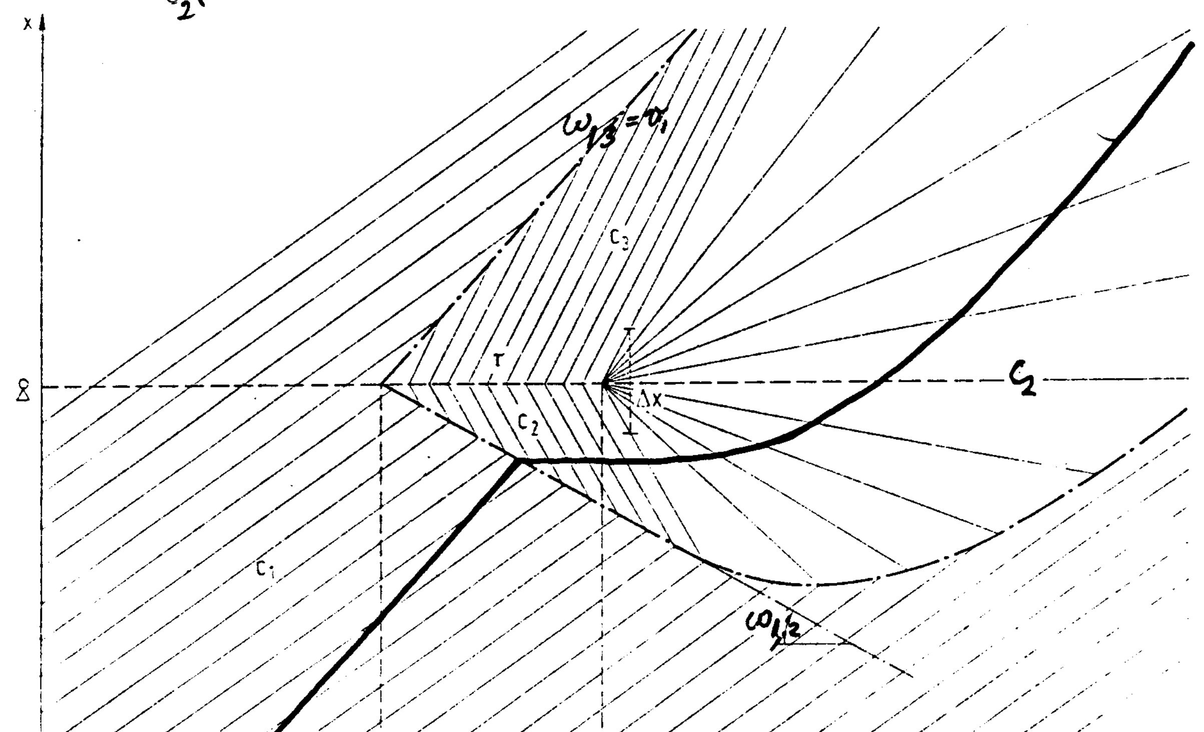
$$B_2 = - \frac{2 v_1 \tau^{1/2}}{\left(\frac{k_j}{k_1} - 1\right)^{1/2}}$$

- DANS LES REGIONS OU LES ONDES CINEMATIQUES SONT PARALLELES LES DEBITS, DENSITES ET VITESSES SONT CONSTANTES.

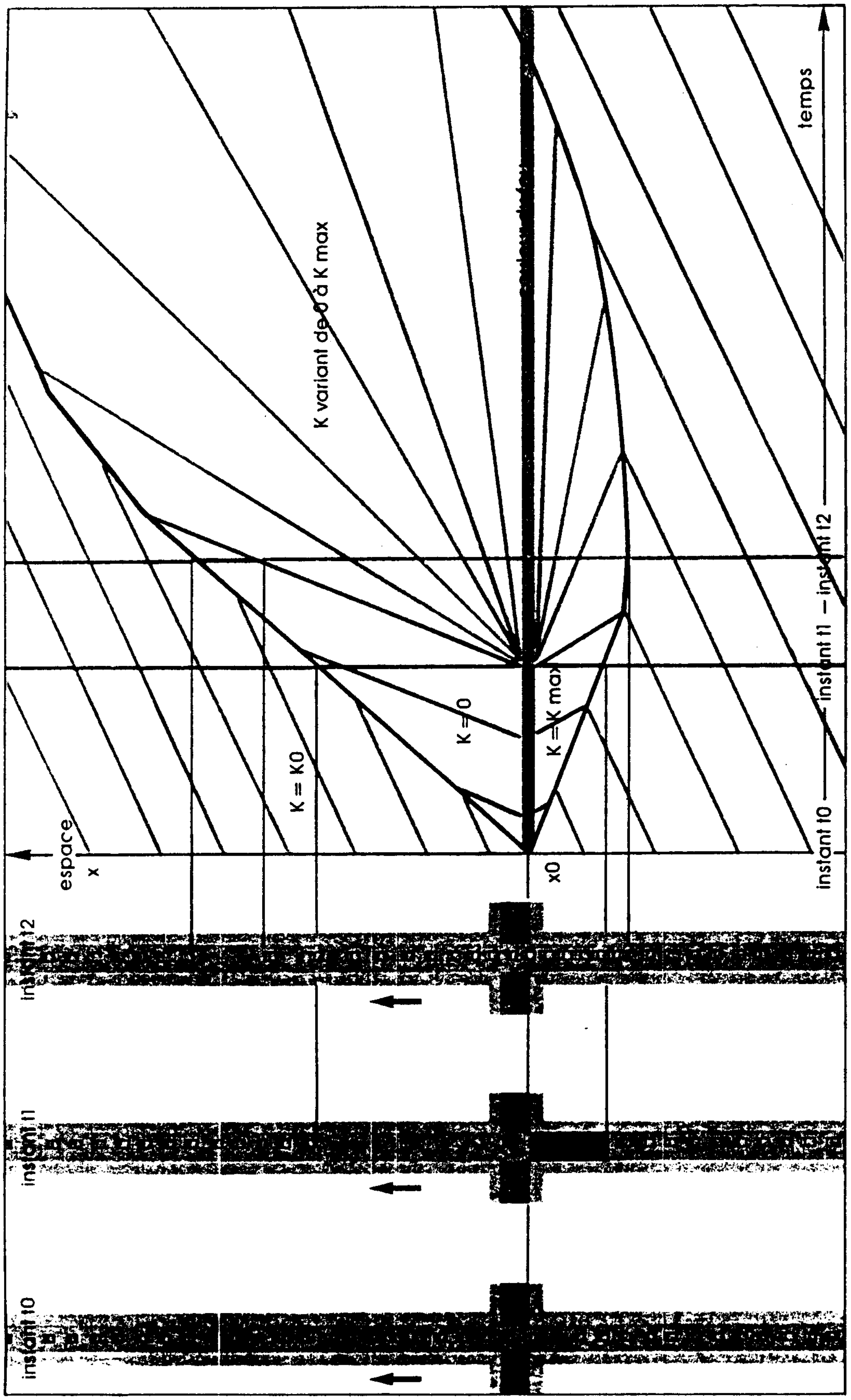




VOITURE INDIVIDUELLE



EXEMPLE: FEU DE CIRCULATION (LEUTZBACH, 1988)


K variant de 0 à K max
temps
espace
x
x0
K = K0
K = 0
K = K max
instant t0
instant t1
instant t2

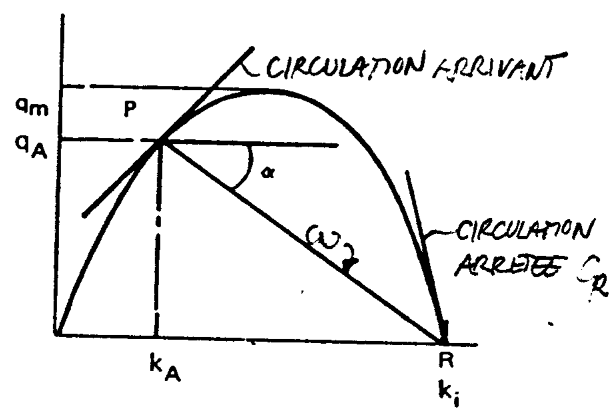
ETUDE DE LA LONGUEUR DE LA FILE D'ATTENTE

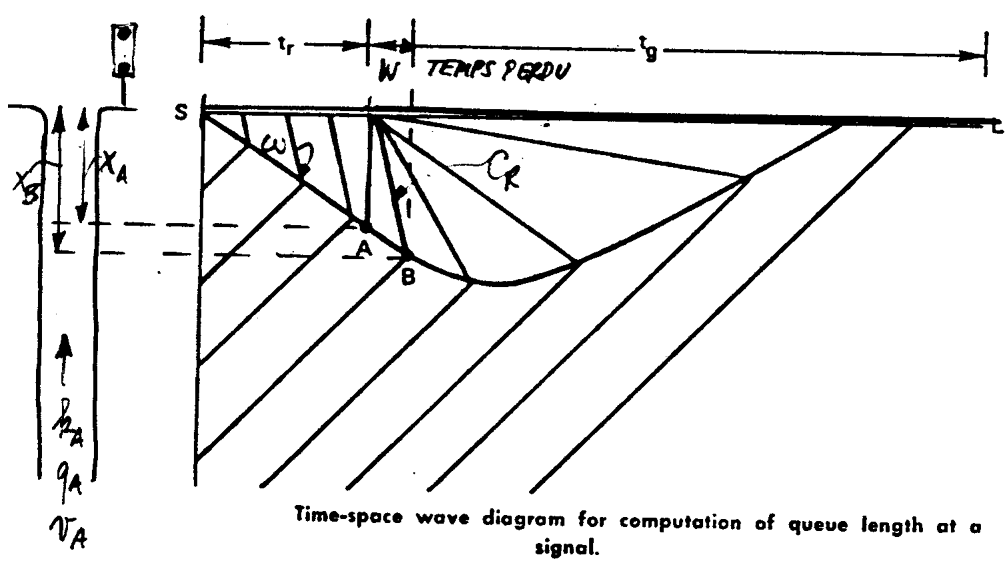
ON VEUT DETERMINER x_B

$$\omega = \frac{q_R - q_A}{k_j - k_A} = \frac{q_A}{k_j - k_A} \quad ; \quad \omega = \frac{x_B}{t_r + W}$$

$$x_A = t_r \cdot \omega \quad ; \quad x_B = (t_r + W) \cdot \omega$$

MAIS LE TEMPS PERDU $W = \frac{x_B}{C_R}$





Time-space wave diagram for computation of queue length at a signal.

$$x_B = \omega t_r + \frac{\omega x_B}{C_R}$$

$$\boxed{x_B = \frac{t_r}{\frac{1}{\omega} - \frac{1}{C_R}}}$$

LES VALEURS DE k_A, k_j, C_R DEPENDENT DE LA SITUATION ETUDIEE ET DU MODELE MACROSCOPIQUE.

AVEC LE MODELE DE GREENSHIELDS:

$$\frac{dq}{dk} = c = v_f \left(1 - \frac{2k}{k_j}\right)$$

$$C_R = -v_f$$

LE DEBIT D'ARRIVEE q_A EST EXPRIME EN POURCENTAGE DE q_{max}

$$q_A = p\, q_{max} \qquad \text{OÙ} \qquad 0 < p \leq 1$$

$$q_{max} = \frac{v_f \cdot k_j}{4}$$

$$q_A = k_A v_f \left(1 - \frac{k_A}{k_j}\right) = p\, q_{max}$$

$$k_A^2 - k_A k_j + \frac{p}{4} k_j^2 = 0$$

$$k_{A_{1,2}} = \frac{1}{2} k_j \pm \frac{1}{2} k_j \cdot \sqrt{1-p} = \frac{1}{2} k_j \left(1 \pm \sqrt{1-p}\right)$$

ON SUPPOSE DES ARRIVEES STABLES DONC:

$$k_{A_1} = \frac{1}{2} k_j \left(1 - \sqrt{1-p}\right)$$

$$x_A = \frac{q_A}{k_j - k_A}$$

$$x_A = \underbrace{\frac{p}{0.5 + 0.5\sqrt{1-p}}}_{F_A} \cdot \frac{t_r \cdot q_{max}}{k_j}$$

$$x_B = \frac{1}{\dfrac{0.5 + 0.5\sqrt{1-p}}{p} - 0.25} \cdot \frac{t_r\, q_{max}}{k_j} = \underbrace{\frac{1}{\dfrac{1}{F_A} - \dfrac{1}{4}}}_{F_B} \cdot \frac{t_r\, q_{max}}{k_j}$$

EX: $q = 360$ v/h ; $q_{max} = 1800$ v/h ; $t_r = 30$ s ; $k_j = 200$ véh/mille

$x_A = ?$

$$x_A = F_A \frac{t_r\, q_{max}}{k_j} = 0.211 \, \frac{30}{3600} \cdot \frac{1800}{200} = 0.01583 \text{ milles}$$

$x_A = 84$ pieds

Values of F_A and F_B

	Greenshields' Flow–Concentration Model		Greenberg's Flow–Concentration Model	
p	F_A	F_B	F_A	F_B
0.1	0.103	0.105	0.101	0.105
0.2	0.211	0.223	0.204	0.220
0.3	0.327	0.356	0.310	0.350
0.4	0.451	0.508	0.421	0.498
0.5	0.585	0.686	0.536	0.668
0.6	0.735	0.901	0.662	0.874
0.7	0.904	1.169	0.798	1.130
0.8	1.105	1.527	0.954	1.469
0.9	1.368	2.079	1.146	1.983
1.0	2.000	4.000	1.582	3.787