COURS

THÉORIE DE LA CIRCULATION

LES MODÈLES MACROSCOPIQUES DE LA CIRCULATION

(Recueil des acétates utilisées)

par:

K. Baass

Attention: Il n'est pas suffisant de consulter ces acétates. Elles ne remplacent pas les cours et les références bibliographiques choisies pour le cours.

Janvier 2003

TABLE DES MATIERES

MODELES MACROSCOPIQUES

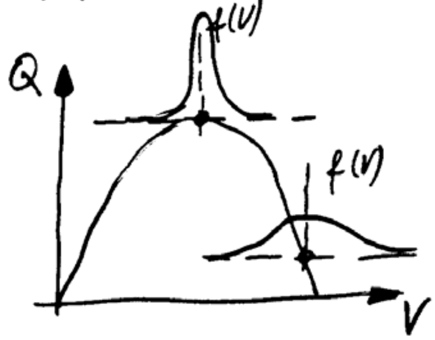
LES RELATIONS ENTRE LA VITESSE, LE DEBIT ET LA DENSITE

(MODELES DETERMINISTES, MODELES MACROSCOPIQUES)

UTILISATION

- ANALYSE DE CAPACITE ET DE NIVEAUX DE SERVICE
- DESIGN D'UN SYSTEME DE GESTION DE LA CIRCULATION SUR LES AUTOROUTES
- ANALYSE DE LA CONGESTION ET DES GOULOTS D'ETRANGLEMENT
- MODELES DE PLANIFICATION DES TRANSPORTS NOTAMMENT: MODELES D'AFFECTATION.
RELATION ENTRE TEMPS DE PARCOURS ET DEBIT

- LES ANALYSES S'EFFECTUENT SUR DES VALEURS MOYENNES DES VARIABLES Q, K, V



- PAR EXPERIENCE ON SAIT QUE:

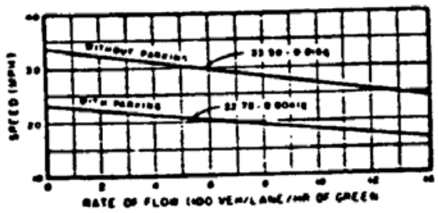
RELATION VITESSE-DENSITE

  - LA VITESSE DIMINUE QUAND LA DENSITE AUGMENTE
  - LORSQUE LA DENSITE EST PRES DE ZERO, LE CHOIX DE LA VITESSE EST LIBRE (VITESSE LIBRE OU A VIDE).

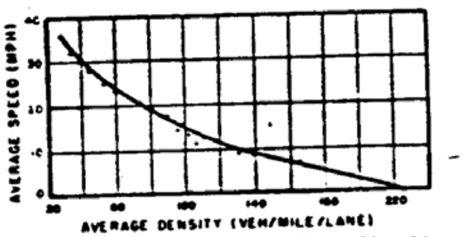
    C'EST LA MOYENNE DES VITESSES OBTENUES QUAND CES VEHICULES SE PRESENTENT ISOLEMENT SUR LA SECTION DE LA ROUTE.
  - LORSQU'ON S'APPROCHE DE LA CONGESTION, AUCUN DEBIT N'EST OBSERVE, LES VITESSES SONT EGALES A ZERO.

RELATION DEBIT-DENSITE

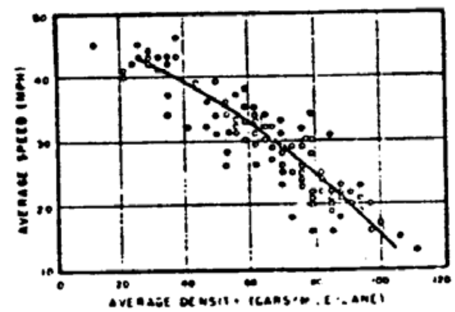
  - AUCUN DEBIT ECOULE LORS DE LA CONGESTION



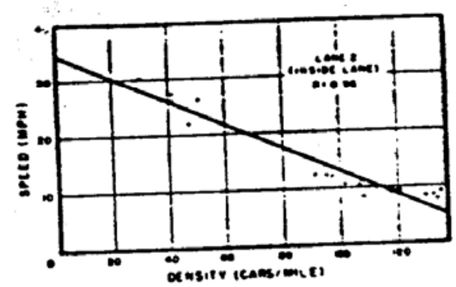
Speed-flow relationship for 37 test sections with parking and 7 test sections without parking.



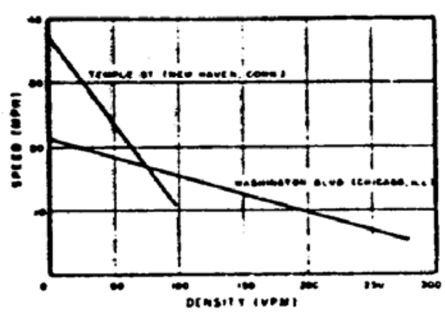
Speed-density relationship, Lincoln Tunnel, New York.



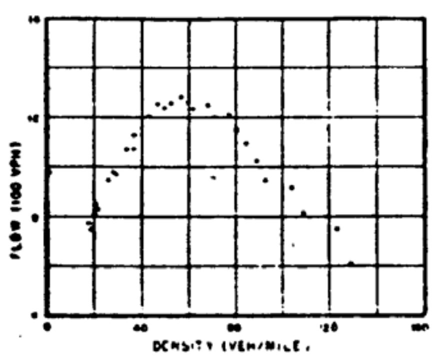
Speed-density relationship, Hollywood Freeway at Franklin West, Los Angeles, April 19, 1961.



Speed-density relationship, Merritt Parkway, Conn.



Speed-density relationship under urban conditions.



Example of flow-density relationship in limited-access traffic flow (Holland Tunnel, New York).

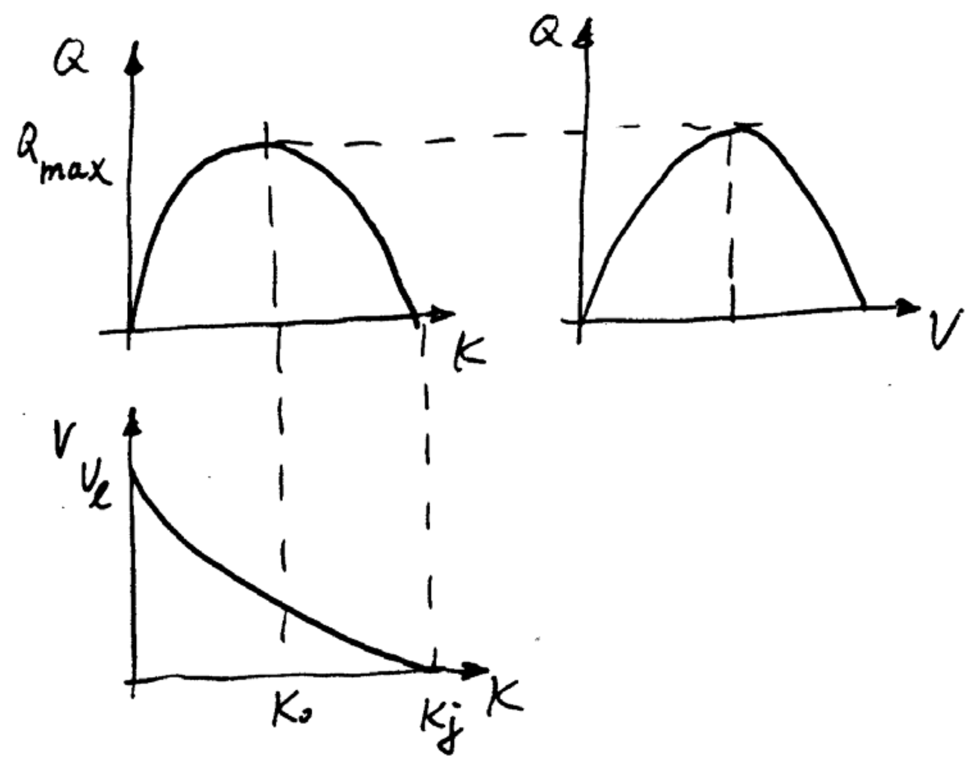
(ref .4.3)

- AUCUN DEBIT A TRES FAIBLE DENSITE

RELATION DEBIT-VITESSE

- DEBIT EST ZERO LORSQUE $V=0$
- DEBIT EST TRES FAIBLE (ZERO) A VITESSE ELEVEE, CAR LA DENSITE EST ZERO.

CES OBSERVATIONS QUALITATIVES INDIQUENT LA FORME GENERALE DES RELATIONS MATHEMATIQUES.



DEVELOPPEMENT DES MODELES

- IL Y A DEUX THEORIES QUI PERMETTENT DE DEVELOPPER DES MODELES MACROSCOPIQUES
  - A PARTIR DE LA THEORIE HYDRODYNAMIQUE. ON BASE L'ANALYSE SUR LE CONCEPT D'UN FLOT HYPOTHETIQUE QUI SATISFAIT UNE EQUATION D'ETAT ET UNE EQUATION DE CONTINUITE.
  - A PARTIR DES LOIS DE LA CIRCULATION PROCESSIONNAIRE (LOI DE POURSUITE). CETTE APPROCHE EST MICROSCOPIQUE.

- ON PEUT DEVELOPPER LES MODELES EGALEMENT EN UTILISANT LES CONDITIONS LIMITES. (VOIR COURS : INTRODUCTION A LA CIRCULATION)

ANALOGIE HYDRODYNAMIQUE

HYPOTHESE: LA CIRCULATION SE COMPORTE COMME UN FLUIDE, SAUF AUX FAIBLES DENSITES. (FLUIDE UNI-DIMENSIONNEL).

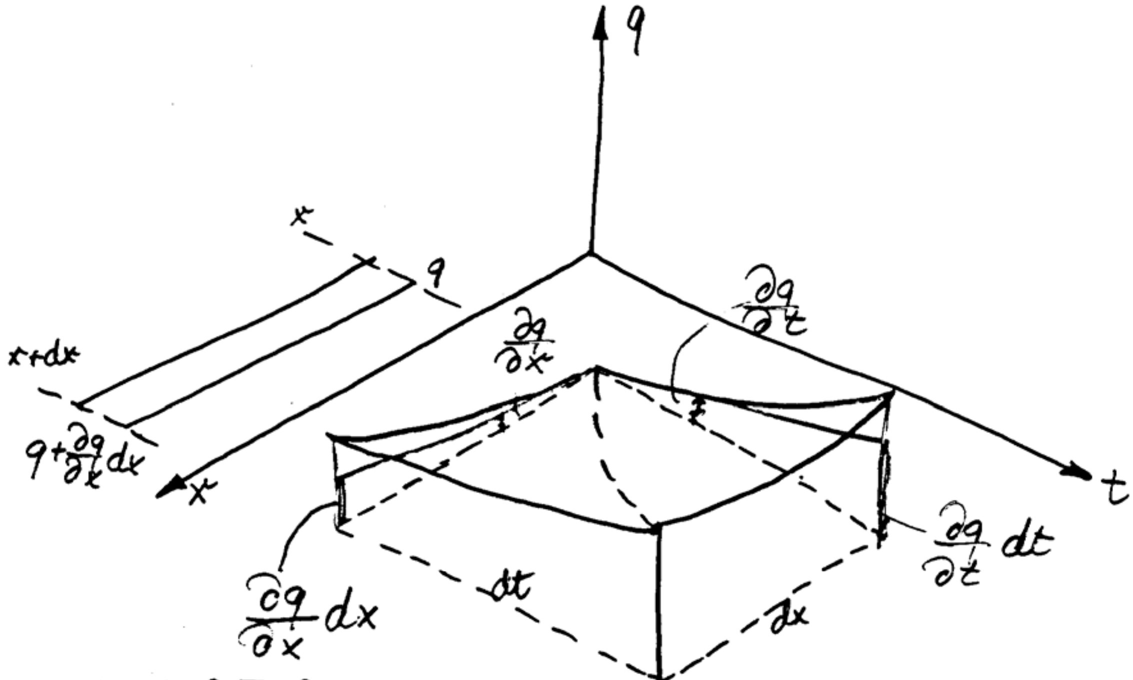
CONSIDERONS UNE SECTION DE ROUTE dx PENDANT UN TEMPS dt.

- SI LE DEBIT SORTANT DE LA SECTION dx EST PLUS GRAND QUE CELUI QUI ENTRE, ALORS LE NOMBRE DE VEHICULES SUR LA SECTION dx DIMINUE. CE PRINCIPE SE FORMULE MATHEMATIQUEMENT SOUS FORME DE L'EQUATION DE CONTINUITE.

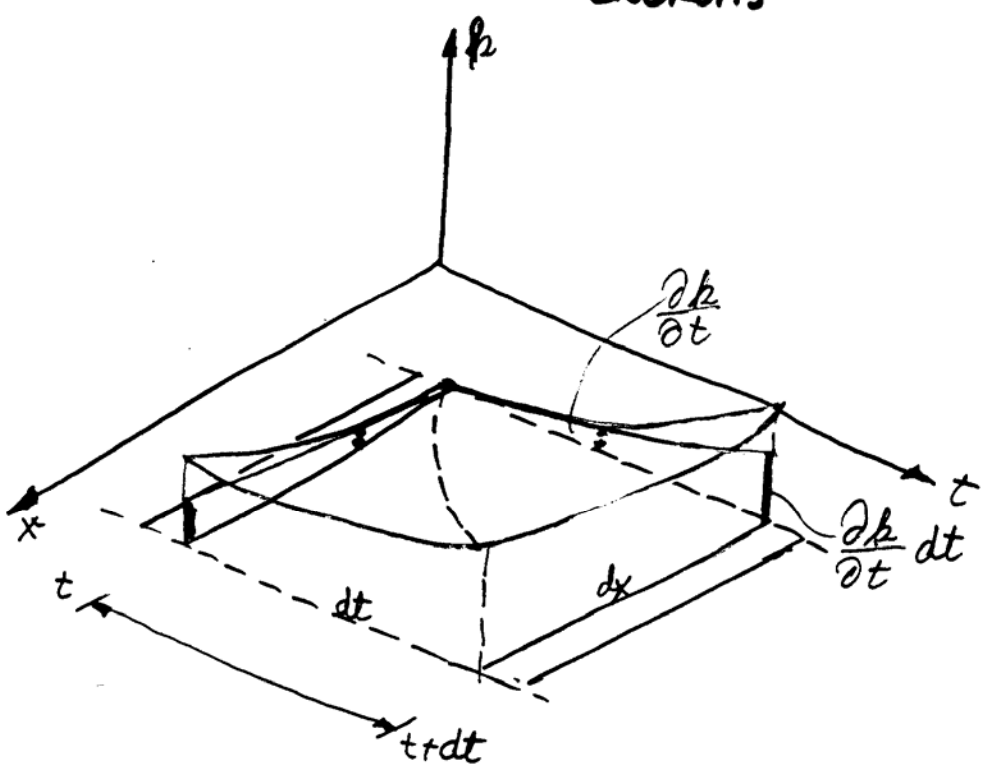
- LA REACTION DU COURANT A UN CHANGEMENT DE LA DENSITE SUR dx EST UNE ACCELERATION OU UNE DECELERATION. ON FORMULE CETTE RELATION SOUS FORME D'UNE EQUATION DE MOUVEMENT.

- LES DEUX EQUATIONS PERMETTENT L'ISOLATION DE $\frac{\partial k}{\partial t}$ DANS CHACUNE DE CES RELATIONS, ET ON PEUT AINSI TROUVER LE MODELE RELIANT LA VITESSE A LA DENSITE.

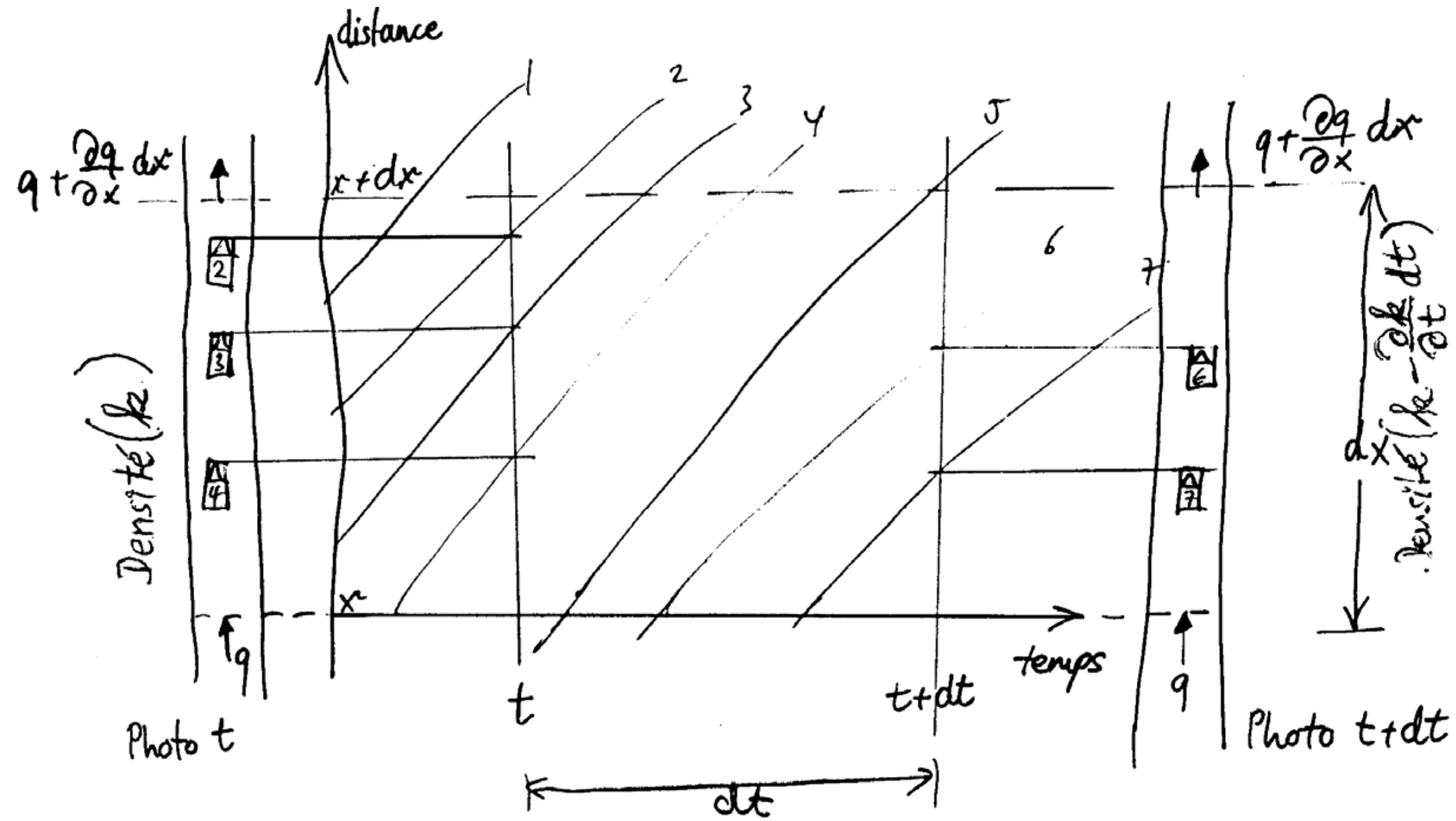
A) L'EQUATION DE CONTINUITE



LE DEBIT CHANGE ENTRE DEUX ENDROITS



LA DENSITE CHANGE ENTRE DEUX INSTANTS



- IL Y A PLUS DE VEHICULES QUI SORTENT QUE DE VEHICULES QUI ENTRENT
- DONC LA DENSITE DIMINUE ENTRE (t) ET (t + dt)

IL DOIT Y AVOIR CONSERVATION DU NOMBRE DE VEHICULES DONC :

NOMBRE ENTRANT - NOMBRE SORTANT = CHANGEMENT DU NOMBRE DANS LA SECTION

$$q\,dt - \left(q + \frac{\partial q}{\partial x}dx\right)dt = k\,dx - \left(k - \frac{\partial k}{\partial t}dt\right)dx$$

$$\boxed{\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0}$$

AVEC $q = k \cdot v$ ON EXPRIME CETTE EQUATION DIFFERENTIELLEMENT

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial (kv)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{v\partial k}{\partial x} + \frac{k\partial v}{\partial x} = 0$$

{PUISQUE k ET v DEPENDENT DE x}

ON REMPLACE CE TERME PAR $\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial v \partial k}{\partial k \partial x}$

SACHANT QUE $\frac{\partial v}{\partial k} = v'$

ON OBTIENT $\boxed{\frac{\partial k}{\partial t} + (v + kv')\frac{\partial k}{\partial x} = 0}$

CE QUI EST L'EQUATION DE CONTINUITE EXPRIMEE EN v ET k

B) L'EQUATION DU MOUVEMENT

- ON SAIT QUE LE CONDUCTEUR AJUSTE SA VITESSE A TOUT MOMENT EN FONCTION DES CONDITIONS DE LA CIRCULATION AMBIANTE.
- SI LA CIRCULATION DEVIENT MOINS DENSE, IL ACCELERE, ET SI LA CIRCULATION SE DENSIFIE IL DECELERE. $\left(\frac{\partial k}{\partial x}\right)$
- CETTE REACTION DEPEND EGALEMENT DE LA DENSITE ELLE-MEME, ET LA REACTION SERA PLUS FORTE LORSQUE k EST FAIBLE.
- LA REACTION EST UN CHANGEMENT DE VITESSE $\frac{dv}{dt}$

LA FORMULE GENERALE POURRAIT ETRE :

$$\frac{dv}{dt} = -c^2 k^n \frac{\partial k}{\partial x}$$

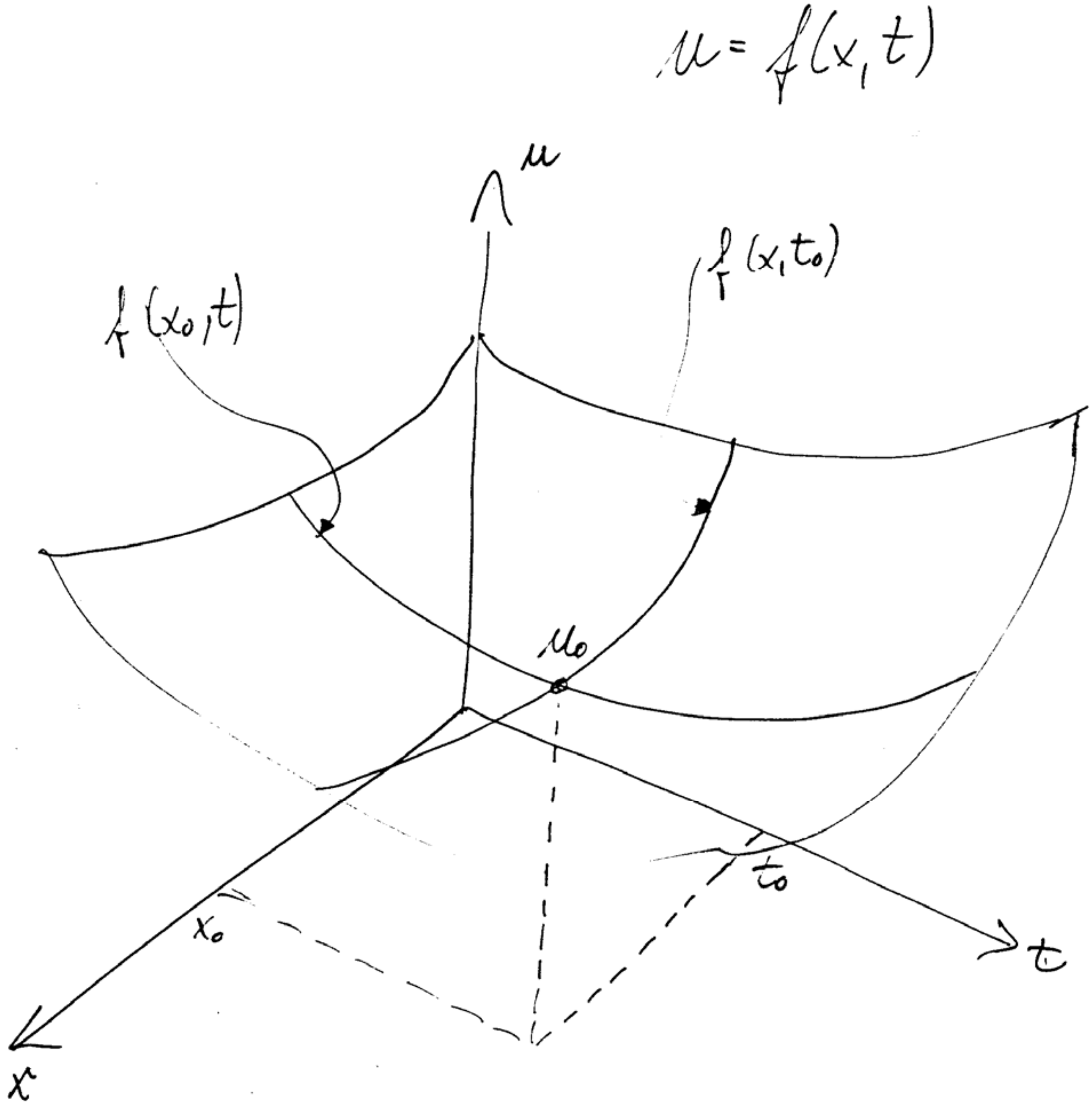
où :

c : PARAMETRE QUI SERA DETERMINE PAR LES CONDITIONS LIMITE DE LA CIRCULATION

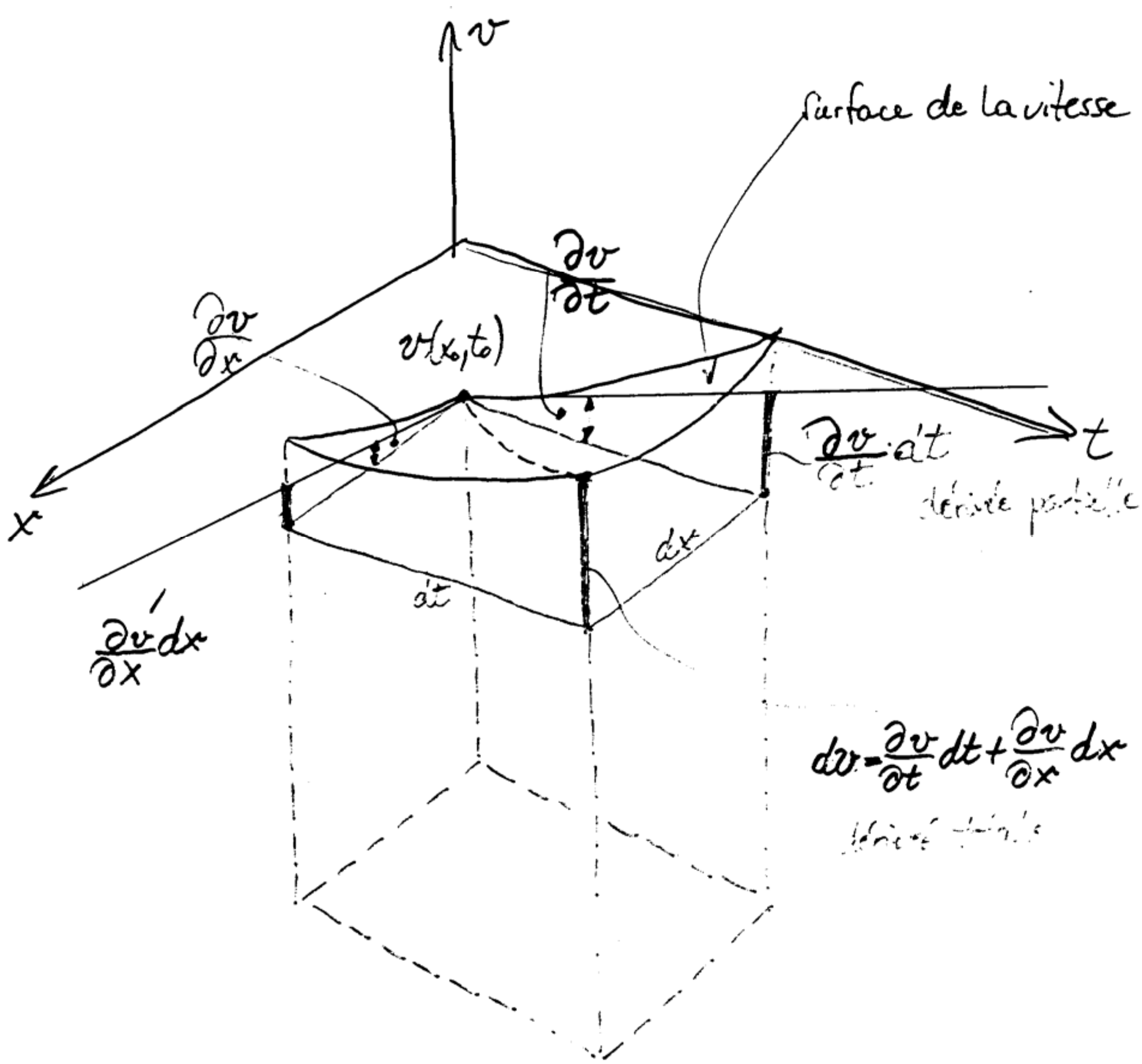
$\frac{\partial k}{\partial x}$: CHANGEMENT DE LA DENSITE PAR RAPPORT A x

n : PARAMETRE DU MODELE $\left\{ n = \text{négatif} \right.$ a comme conséquence une réaction plus forte aux faibles densités $\left.\right\}$

$\left\{ \frac{\partial k}{\partial x} > 0 \right.$ La densité augmente donc décélération $\left.\right\}$



SURFACE DE LA VITESSE PAR RAPPORT A
LA DISTANCE ET DU TEMPS



DONC : $dv = \frac{\partial v}{\partial t} dt + \frac{\partial v}{\partial x} dx$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} \left(\frac{dx}{dt}\right) = v$$

$=$

MAIS ON A AUSSI

$$\frac{dv}{dt} = -c^2 k^n \frac{\partial k}{\partial x}$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} v + \frac{\partial v}{\partial t} + c^2 k^n \frac{\partial k}{\partial x} = 0$$

POUR ISOLER $\frac{\partial k}{\partial t}$ ON TRANSFORMERA CETTE EQUATION: EN UTILISANT

a. $\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial k}\frac{\partial k}{\partial t} = v'\frac{\partial k}{\partial t}$

b. $\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial k}\frac{\partial k}{\partial x} = v'\frac{\partial k}{\partial x}$

$$v'\frac{\partial k}{\partial t} + v'v\frac{\partial k}{\partial x} + c^2k^n\frac{\partial k}{\partial x} = 0$$

$$\boxed{\frac{\partial k}{\partial t} + \left(v + \frac{c^2k^n}{v'}\right)\frac{\partial k}{\partial x} = 0}$$

EQUATION GENERALISEE DE MOUVEMENT

EN COMBINANT L'EQUATION DE CONTINUITE ET L'EQUATION DU MOUVEMENT ON A (EN ISOLANT $\frac{\partial k}{\partial t}$)

$$v + \frac{c^2k^n}{v'} = v + kv'$$

OU

$$(v')^2 = c^2k^{(n-1)}$$

$$\boxed{v' = \pm ck^{\frac{(n-1)}{2}}}$$

- ON CHOISIRA LE (−) POUR VERIFIER LA RELATION INVERSE ENTRE VITESSE ET DENSITE

- CECI REPRESENTE L'EQUATION DE BASE ENTRE LA VITESSE ET LA DENSITE.

- ON RESOUT CETTE EQUATION POUR DIFFERENTES VALEURS DE n.

CETTE EQUATION A UNE SOLUTION SPECIALE POUR $n=-1$, ET DES SOLUTIONS GENERALES POUR $n>-1$.

$$\boxed{n=-1}$$

$$v' = -c\,\frac{1}{k}$$

$$v = -c\int \frac{1}{k}\,dk = -c\{\ln k + C_1\}$$

DETERMINATION DE C_1 AVEC LA CONDITION LIMITE $v=0$, $k=k_j$

$$v = c\ln\left(\frac{k_j}{k}\right)$$

DETERMINATION DE c EN UTILISANT :

$$q = k\cdot v = c\{k\ln k_j - k\ln k\}$$

$$\frac{dq}{dk} = c\{\ln k_j - \ln k - 1\} = 0 \quad \text{pour le maximum}$$

$$\ln\left(\frac{k_j}{k_m}\right) = 1 \quad \rightarrow \quad k_m = \frac{k_j}{e}$$

$$q_m = \cancel{k_m}\cdot v_m = c\{\cancel{k_m}\ln k_j - \cancel{k_m}\ln k_m\}$$

$$v_m = c$$

DONC $$\boxed{v = v_m \ln\left(\frac{k_j}{k}\right)}$$ LE MODELE DE GREENBERG

$$\frac{dq}{dk} = v_m\left\{\ln\left(\frac{k_j}{k}\right) - 1\right\}$$

$$q_m = \frac{1}{e}\,v_m\,k_j$$

ON CALIBRE CE MODELE A PARTIR DES OBSERVATIONS A L'AIDE DE LA REGRESSION LINEAIRE. POUR CECI IL FAUT "LINEARISER" LE MODELE ET TRANSFORMER LES OBSERVATIONS.

$$y = ax + b$$

$$y = v$$
$$a = -v_m$$
$$b = v_m \ln k_j$$
$$x = \ln k$$

$$v = -v_m \ln k + v_m \ln k_j$$

$$\boxed{n > -1}$$

RESOUDRE AVEC LES FORMULES STANDARD

$$\boxed{v' = -c\, k^{(n-1)/2}}$$

$$v = k^{\alpha} \qquad v' = \alpha\, k^{\alpha-1}$$

DONC :

$$v' = -\frac{c}{2}\,\frac{(n+1)2}{(n+1)}\,k^{\left(\frac{n-1}{2}\right)} \qquad \alpha = \frac{n+1}{2}$$

$$v' = -c \cdot \frac{\alpha}{\alpha}\, k^{\alpha-1}$$

$$v = -\frac{c}{\alpha}\, k^{\alpha} + C_1 = -\frac{2c}{(n+1)}\, k^{\left(\frac{n+1}{2}\right)} + C_1$$

LA CONSTANTE C_1 EST EVALUEE PAR LES CONDITIONS LIMITES : $k = k_j$; $v = 0$

$$C_1 = \frac{2c}{(n+1)}\, k_j^{\left(\frac{n+1}{2}\right)}$$

$$v = \frac{2c}{(n+1)} \left\{ k_j^{\left(\frac{n+1}{2}\right)} - k^{\left(\frac{n+1}{2}\right)} \right\}$$

LA CONSTANTE C S'OBTIENT EN CONSIDERANT $v_f = v$ LORSQUE $k = 0$

$$C = \frac{(n+1)\, v_f}{2\, k_j^{(n+1)/2}}$$

$$\boxed{v = v_f \left\{ 1 - \left(\frac{k}{k_j} \right)^{\left(\frac{n+1}{2}\right)} \right\}} \qquad n > 1$$

$$q = k\, v_f \left\{ 1 - \left(\frac{k}{k_j} \right)^{\left(\frac{n+1}{2}\right)} \right\}$$

LA DENSITE OPTIMALE ET LE DEBIT MAXIMALE S'OBTIENNENT PAR : $\dfrac{dq}{dk} = 0$

$$\frac{dq}{dk} = v_f \left\{ 1 - \frac{(n+3)}{2} \left(\frac{k}{k_j} \right)^{\left(\frac{n+1}{2}\right)} \right\}$$

ET : $$k_m = \left(\frac{2}{n+3} \right)^{\left(\frac{2}{n+1}\right)} k_j$$

$$v_m = \left(\frac{n+1}{n+3} \right) v_f$$

$$q_m = \frac{(n+1)}{\left(\frac{1}{2}\right)^{\left(\frac{2}{n+1}\right)} (n+3)^{\left(\frac{2}{n+1}\right)+1}}\, v_f\, k_j$$

CAS SPECIAUX

$\boxed{n=1}$

$$\boxed{v = v_f \left\{ 1 - \left(\frac{k}{k_j} \right) \right\}}$$

MODELE LINEAIRE
DE GREENSHIELDS (1934)

$$k_m = \frac{k_j}{2}$$

$$v_m = \frac{v_f}{2}$$

$$q_m = \frac{v_f k_j}{4}$$

EQUATION DE MOUVEMENT

$$\frac{dv}{dt} = -c^2 \cdot k \frac{\partial k}{\partial x}$$

QUAND LA DENSITE EST PLUS ELEVEE, LA REACTION DES CONDUCTEURS EST PLUS FORTE!

LE MODELE EST CALIBRE DIRECTEMENT PAR REGRESSION LINEAIRE!

FAIRE LES TESTS: t, F, sur les résidus etc.......

$$\boxed{n = 0}$$

$$\boxed{v = v_f \left\{ 1 - \left(\frac{k}{k_j} \right)^{1/2} \right\}}$$

MODELE PARABOLIQUE

$$k_m = \frac{4}{9} k_j$$

$$v_m = \frac{v_f}{3}$$

$$q_m = \frac{4}{27} v_f k_j$$

EQUATION DU MOUVEMENT :

$$\frac{dv}{dt} = - c^2 \frac{\partial k}{\partial x}$$

LA REACTION EST INDEPENDANTE DE LA DENSITE AMBIANTE.

CETTE HYPOTHESE SEMBLE MOINS SATISFAISANTE.

REGRESSION LINEAIRE APRES TRANSFORMATION DES VARIABLES.

$$y = ax + b$$

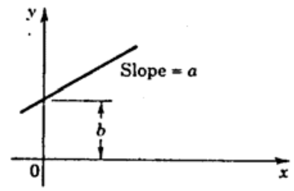
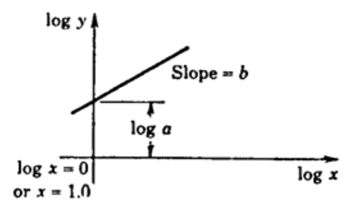
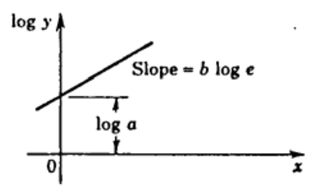
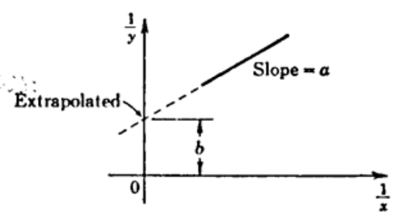
$$y = v$$

$$a = - \frac{v_f}{k_j^{1/2}}$$

$$b = v_f$$

$$x = k^{1/2}$$

Methods of plotting various functions to obtain straight lines

Functional relationship	*Method of plot*	*Graphical determination of parameters*
$y = ax + b$	y versus x on linear paper	
$y = ax^b$	$\log y$ versus $\log x$ on log-log paper	
$y = ae^{bx}$	$\log y$ versus x on semilog paper	
$y = \dfrac{x}{a + bx}$	$\dfrac{1}{y}$ versus $\dfrac{1}{x}$ on linear paper	

Methods of plotting various functions to obtain straight lines

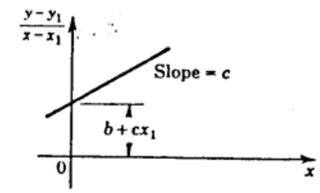
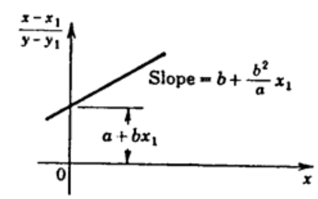
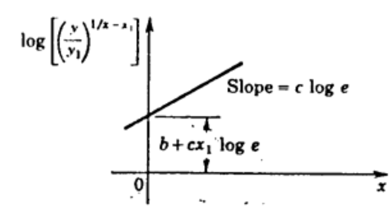
Functional relationship	*Method of plot*	*Graphical determination of parameters*
$y = a + bx + cx^2$	$\dfrac{y - y_1}{x - x_1}$ versus x on linear paper	
$y = \dfrac{x}{a + bx} + c$	$\dfrac{x - x_1}{y - y_1}$ versus x on linear paper	
$y = ae^{bx + cx^2}$	$\log\left[\left(\dfrac{y}{y_1}\right)^{1/(x - x_1)}\right]$ versus x on semilog paper	

Table 12.1 Comparison of macroscopic models of traffic flow

Element	*General* $n > -1$	*Exponential* $n = -1$	*Parabolic* $n = 0$	*Linear* $n = 1$
Equation of motion	$\frac{du}{dt} + c^2k^n \frac{\partial k}{\partial x} = 0$	$\frac{du}{dt} + \frac{c^2}{k}\frac{\partial k}{\partial x} = 0$	$\frac{du}{dt} + c^2 \frac{\partial k}{\partial x} = 0$	$\frac{du}{dt} + c^2k \frac{\partial k}{\partial x} = 0$
Constant of proportionality	$c = \frac{(n+1)u_f}{2k_j^{(n+1)/2}}$	u_m	$\frac{u_f}{2k_j^{1/2}}$	$\frac{u_f}{k_j}$
Equation of state	$q = ku_f\left[1 - \left(\frac{k}{k_j}\right)^{(n+1)/2}\right]$	$ku_m \ln \frac{k_j}{k}$	$ku_f\left[1 - \left(\frac{k}{k_j}\right)^{1/2}\right]$	$ku_f\left(1 - \frac{k}{k_j}\right)$
Optimum concentration	$k_m = \left(\frac{n+3}{2}\right)^{-2/(n+1)} k_j$	$\frac{k_j}{e}$	$\frac{4k_j}{9}$	$\frac{k_j}{2}$
Optimum speed	$u_m = \frac{n+1}{n+3} u_f$	c	$\frac{u_f}{3}$	$\frac{u_f}{2}$
Capacity	$q_m = \frac{(n+1)u_f k_j}{(\frac{1}{2})^{2/(n+1)}(n+3)^{[2/(n+1)]+1}}$	$\frac{1}{c} u_m k_j$	$\frac{4}{27} u_f k_j$	$\frac{1}{4} u_f k_j$
Wave velocity	$\frac{dq}{dk} = u_f\left[1 - \frac{n+3}{2}\left(\frac{k}{k_j}\right)^{(n+1)/2}\right]$	$u_m\left[\ln\left(\frac{k_j}{k}\right) - 1\right]$	$u_f\left[1 - \frac{3}{2}\left(\frac{k}{k_j}\right)^{1/2}\right]$	$u_f\left(1 - \frac{2k}{k_j}\right)$

DEVELOPPEMENT DES MODELES MACROSCOPIQUES A PARTIR DES LOIS DE POURSUITE (CAR FOLLOWING)

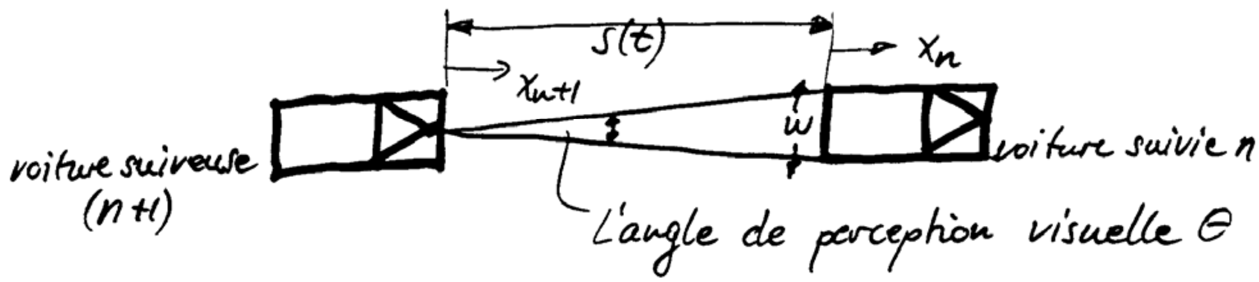
BIEN QUE CETTE LOI SERA TRAITEE PLUS LOIN, IL EST IMPORTANT DE CONSIDERER LES IMPLICATIONS DES LOIS D'INTERACTION ENTRE DEUX VEHICULES SUCCESSIFS RAPPROCHES SUR LA FORME DES MODELES MACROSCOPIQUES.

HYPOTHESES:

- ON SUPPOSE QUE LES DEUX VEHICULES SONT ASSEZ RAPPROCHES POUR QU'IL Y AIT UNE INTERACTION.
- LE CONDUCTEUR SUIVEUR REAGIT A UN CERTAIN STIMULUS ET CECI AVEC PLUS OU MOINS DE RAPIDITE ET DE SENSIBILITE. REPONSE = SENSIB · STIM.

  $a(t+\Delta t) = \alpha \cdot \Delta v$
- ON PEUT CONSIDERER:
  - L'ANGLE VISUELLE
  - LA DISTANCE ENTRE LES VEHICULES
  - LA DIFFERENCE DE VITESSE

- POUR UN PREMIER DEVELOPPEMENT ON CONSIDERE LE CHANGEMENT DE L'ANGLE DE PERCEPTION VISUELLE COMME STIMULUS.



- LORSQUE LA VARIATION DE Θ EST ASSEZ IMPORTANTE POUR QUE LE CONDUCTEUR LE DETECTE, CELUI-CI SE REND COMPTE QUE LA DISTANCE S CHANGE, ET IL REPOND PAR UN AJUSTEMENT DE SA VITESSE.

L'ANGLE Θ PEUT ETRE CALCULE :

$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{W}{2 \cdot s}$$

$$\theta = 2 \tan^{-1}\left(\frac{W}{2s}\right)$$

LE CHANGEMENT DE Θ DANS LE TEMPS :

$$\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta} = -\frac{W}{\left(1+\left(\frac{W}{2s}\right)^2\right)s^2}\frac{ds}{dt}$$

ON PEUT NEGLIGER $\left(\frac{W}{2s}\right)^2$, CAR TRES PETIT

$$\boxed{\dot{\theta} = -\frac{W}{s^2}\frac{ds}{dt}}$$

- ON OBSERVE QUE LE CONDUCTEUR DE LA VOITURE QUI SUIT VA DECELERER SI θ CROÎT (CAR IL SE RAPPROCHE DU VEHICULE SUIVI). $\frac{ds}{dt}$ EST POSITIF
- IL S'AGIT DE DEVELOPPER UN MODELE QUI MET EN RELATION L'ACCELERATION $\ddot{x}_{n+1}$ AVEC LE CHANGEMENT DE L'ANGLE.

$$\frac{d^2 x_{n+1}}{dt^2} = \ddot{x}_{n+1} = -C\dot{\theta}$$

$$\ddot{x}_{n+1} = C\frac{W}{s^2}\frac{ds}{dt}$$

s EST LE CRENEAU ESPACE $s = x_n - x_{n+1}$

$$\frac{ds}{dt} = \dot{x}_n - \dot{x}_{n+1} = v_n - v_{n+1}$$

$$\ddot{x}_{n+1} = C \cdot W \frac{v_n - v_{n+1}}{(x_n - x_{n+1})^2}$$

PIPES INTRODUIT 1966 UNE GENERALISATION EN UTILISANT UN EXPOSANT GENERAL ℓ POUR LE CRENEAU ESPACE:

$$\ddot{x}_{n+1}(t+\Delta t) = C \cdot W \frac{[\dot{x}_n(t) - \dot{x}_{n+1}(t)]}{[x_n(t) - x_{n+1}(t)]^{\ell}}$$

LORSQU'ON UTILISE UNE VALEUR DE ℓ ELEVEE, LA REACTION EST MOINS SENSIBLE A UNE VARIATION DE L'ESPACEMENT.

LA REACTION DEPEND EGALEMENT DE LA SENSIBILITE DU CONDUCTEUR α, ET LA REPONSE SERA DONNEE APRES UN TEMPS DE REACTION PLUS OU MOINS GRAND Δt, COMME SUITE AU STIMULUS QUI EST LE CHANGEMENT DE LA VITESSE Δv ENTRE LES VEHICULES.

- **DANS L'EQUATION DE $\ddot{x}$ RESTE A DETERMINER LA SENSIBILITE α**

$$\alpha = \frac{C \cdot W}{[x_n(t) - x_{n+1}(t)]^{\ell}}$$

$$\alpha = \frac{\alpha' [\dot{x}_{n+1}(t+\Delta t)]^m}{[x_n(t) - x_{n+1}(t)]^{\ell}}$$

LA SENSIBILITE DEPEND DONC DE

- UNE CONSTANTE α'
- LA VITESSE DU VEHICULE SUIVANT
- DU CRENEAU ESPACE

$$\boxed{\ddot{x}_{n+1}(t+\Delta t) = \frac{\alpha' [\dot{x}_{n+1}(t+\Delta t)]^m}{[x_n(t) - x_{n+1}(t)]^{\ell}} [\dot{x}_n(t) - \dot{x}_{n+1}(t)]}$$

- BASE SUR CE MODELE ON PEUT DEVELOPPER LES MODELES MACROSCOPIQUES:

POSONS $m = 0$ ET $\ell = 1$

$$\ddot{x}_{n+1}(t+\Delta t) = \frac{\alpha'}{[x_n(t) - x_{n+1}(t)]^{\ell}}\left[\dot{x}_n(t) + \dot{x}_{n+1}(t)\right]$$

AVEC $v = \dot{x}_n(t)$ ET $s = \frac{1}{k}$ ET EN INTEGRANT:

$$\dot{x}_{n+1} = \alpha' \left[\ln(x_n - x_{n+1})\right] + C_1$$

$$v = \alpha' \ln\left(\frac{1}{k}\right) + C_1$$

ON PEUT SUSTITUER $C_1 = \alpha' \ln C_2$

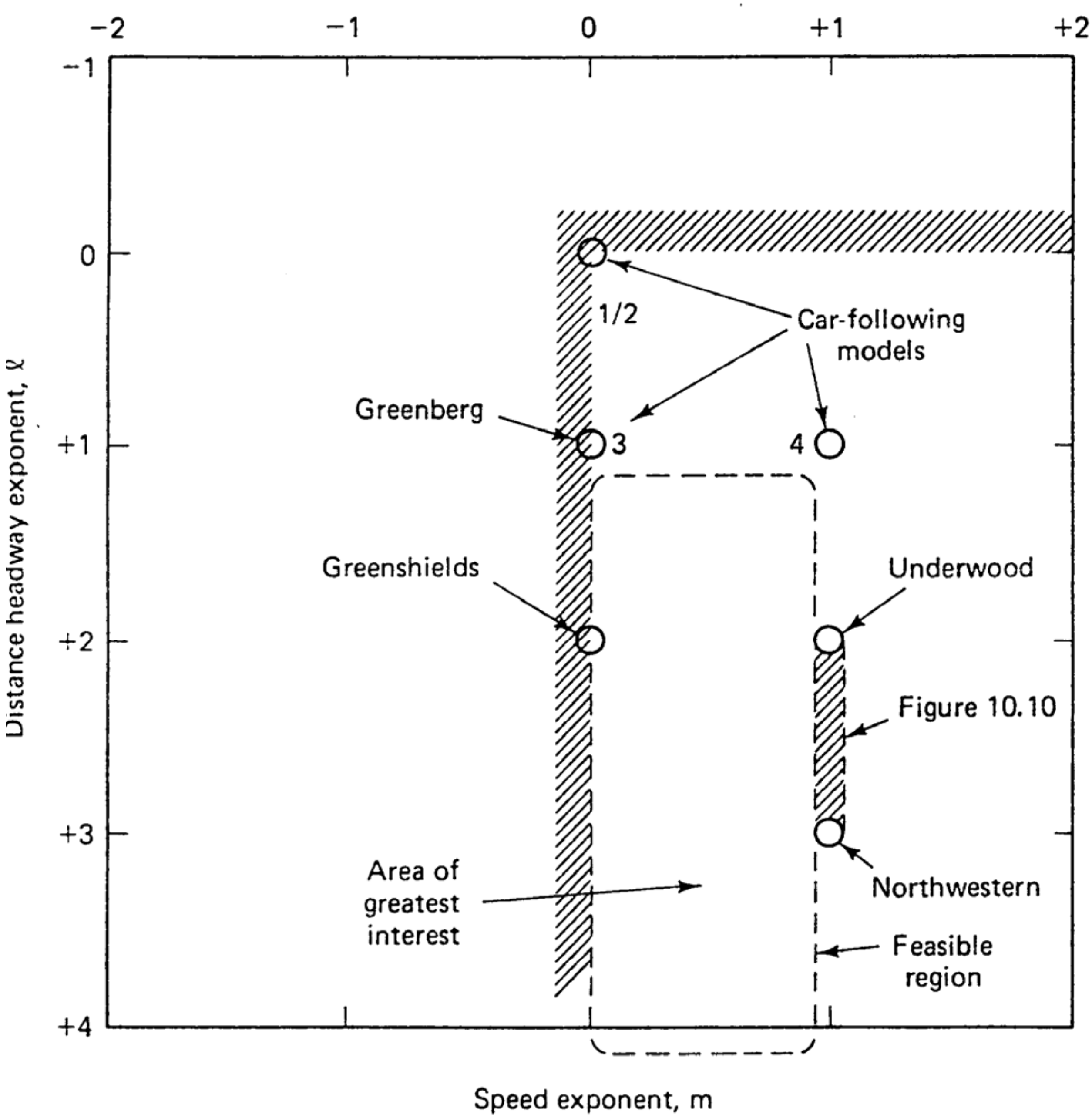
$$v = \alpha' \ln\left(\frac{C_2}{k}\right)$$

AVEC LES CONDITIONS LIMITE $k = k_j$ si $v = 0 \rightarrow C_2 = k_j$

ET COMME PRECEDEMMENT $\alpha' = v_m$

$$v = v_m \ln\left(\frac{k_j}{k}\right) \qquad \text{GREENBERG}$$

- ON PEUT DEVELOPPER D'AUTRES MODELES MACROSCOPIQUES DE LA FORMULE POUR $\ddot{x}$ EN VARIANT m ET ℓ.



Car Following Theories and Macroscopic Models on m and ℓ Matrix
(MAY, 1990)

- LE MODELE D'UNDERWOOD (1961)

$m = 1 \; ; \; l = 2$

UNDERWOOD PROPOSE DE CONSERVER UNE CERTAINE VITESSE v, MEME SI $k = k_j$. IL PROPOSE DONC UN RAPPROCHEMENT ASYMPTOTIQUE A L'ABSCISSE.

$$q = k \cdot v$$

$$\frac{dq}{dk} = k \frac{dv}{dk} + v$$

LE MAXIMUM DE DEBIT S'OBTIENT LORSQUE $\frac{dq}{dk} = 0$

$$\ln v = -\frac{k}{k_m} + C$$

A $k = 0$ $\quad v = v_f \quad \rightarrow \quad C = \ln v_f$

$$\ln v = -\frac{k}{k_m} + \ln v_f$$

$$\boxed{v = e^{-\frac{k}{k_m}} \cdot v_f}$$

$$q = k v_f \, e^{-k/k_m}$$

A CALIBRER PAR REGRESSION APRES LINEARISATION

$$\ln v = -\frac{k}{k_m} + \ln v_f$$

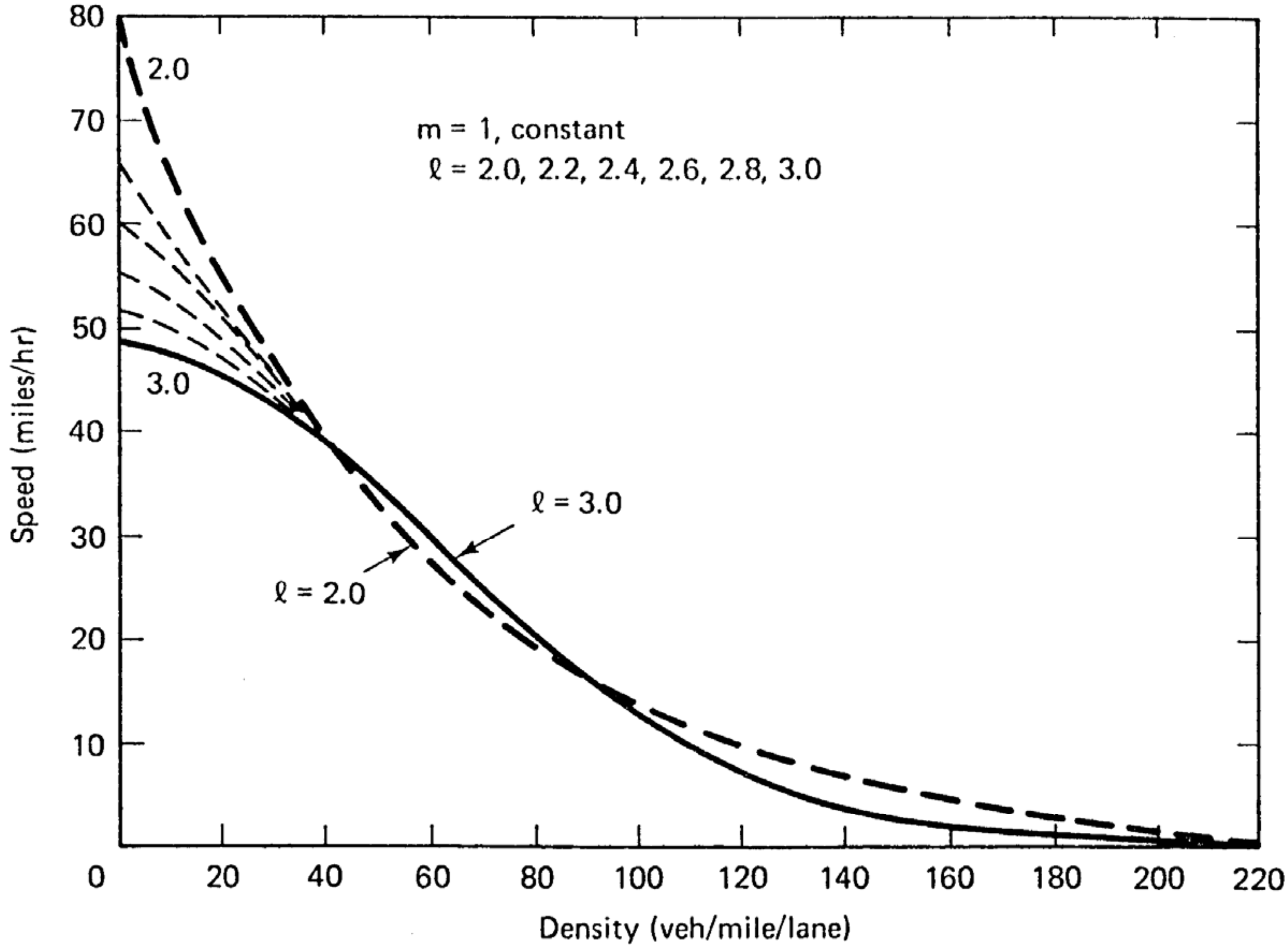
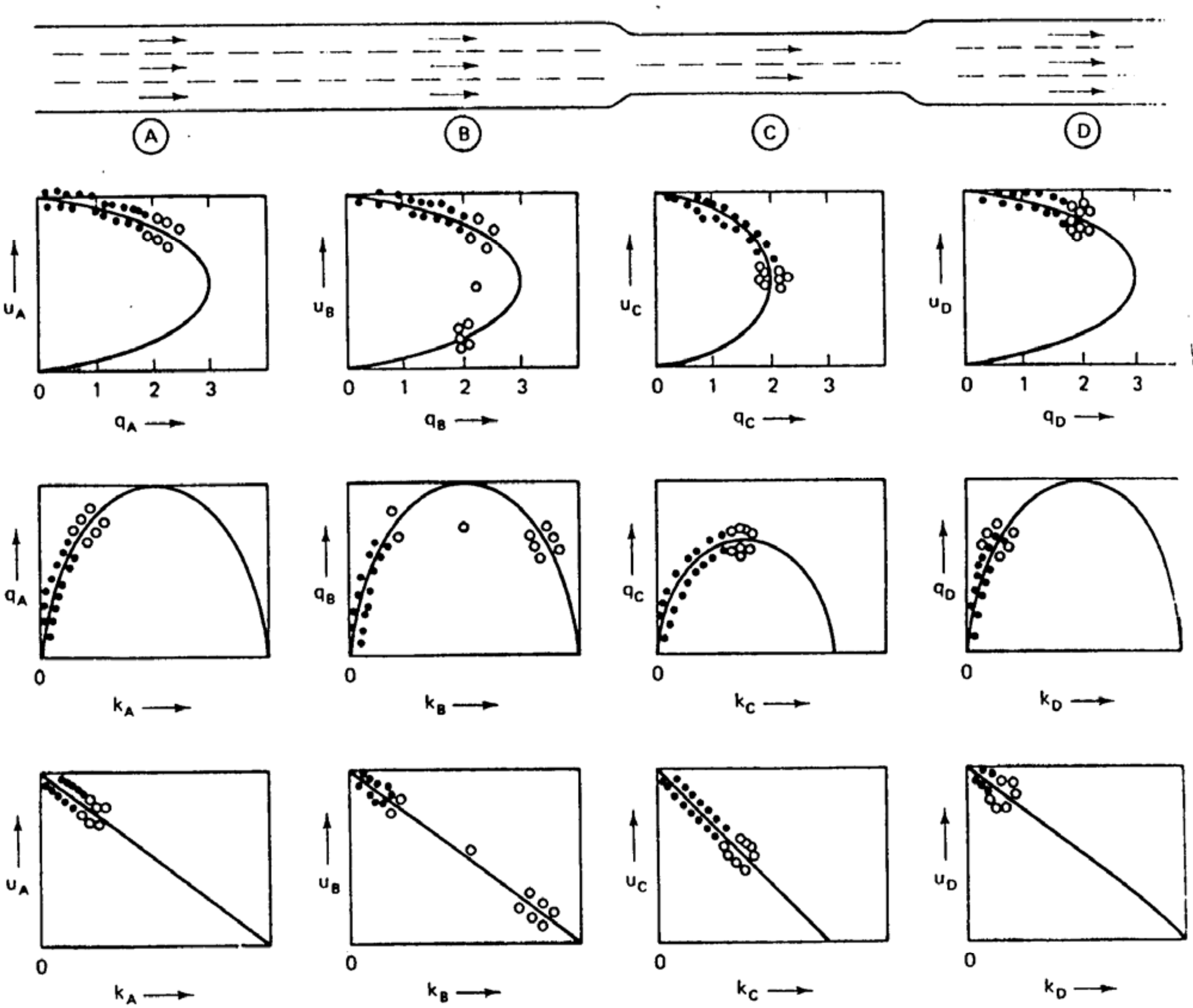
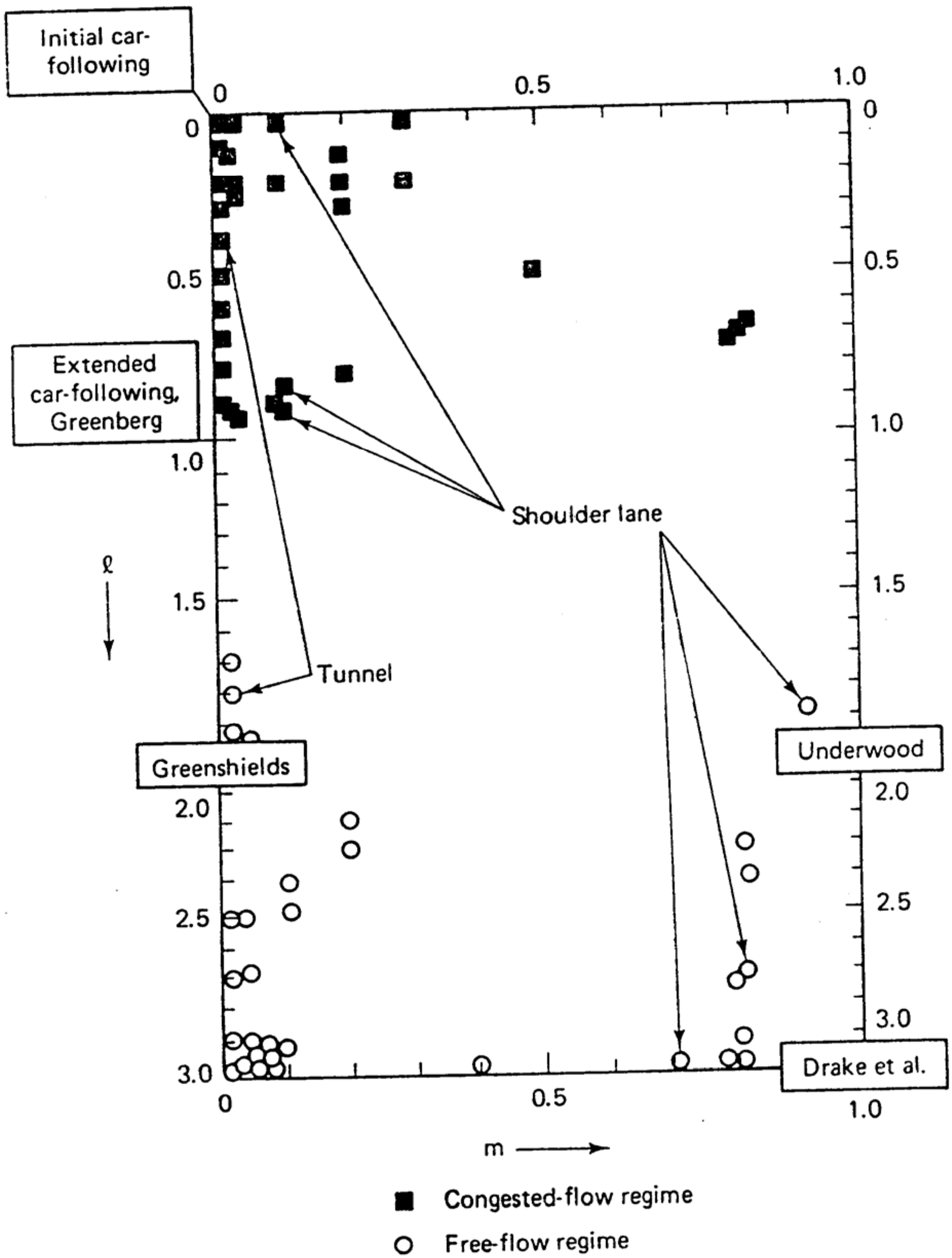


Figure 10.10 Influence of the Use of Non-Integer Exponents on the Speed–Density Relationship



IL EST IMPORTANT DE CHOISIR LE BON ENDROIT POUR PRENDRE DES DONNEES REPRESENTATIVES! (MAY, 1990)

Proposed Family of Models (MAY, 1990)

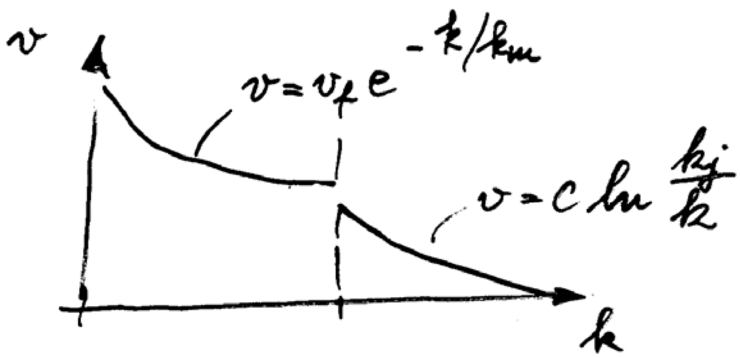


LES MODELES A REGIME MULTIPLE

- LES DONNEES OBSERVEES PRESENTENT SOUVENT DES DISCONTINUITES PRES DU MAXIMUM DU DEBIT.
- LES MODELES DEVELOPPES NE PEUVENT REPRESENTER CES DISCONTINUITES.
- SANS FONDEMENTS THEORIQUES, ON A PROPOSE DE REPRESENTER LES DONNEES PAR DEUX OU PLUSIEURS MODELES (DES SEGMENTS) CORRESPONDANT AUX DIFFERENTS ETATS DE LA CIRCULATION.
- PAR EX :
  - CIRCULATION LIBRE
  - CIRCULATION CONGESTIONNEE
- CE SONT LES MODELES DE :
  - EDIE (1960)
  - MAY (1968)
  - DICK (1966)
  - DRAKE et al. (1967)

LE MODELE D'EDIE

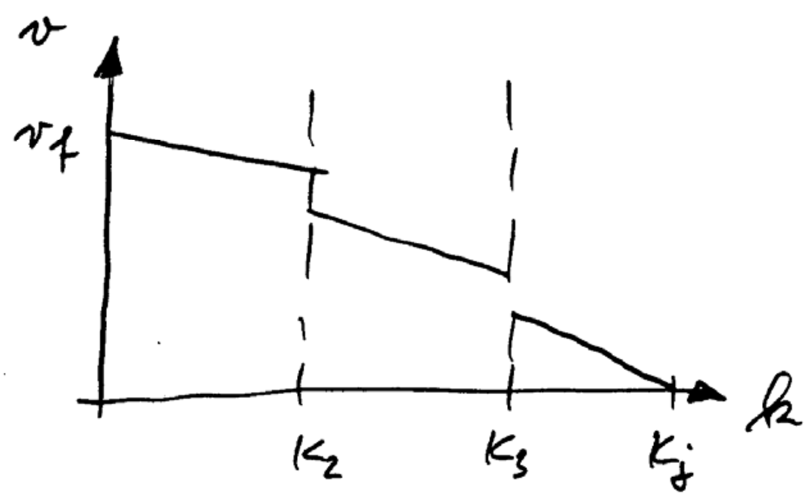
- PROPOSE DEUX ZONES CORRESPONDANT AUX COMPORTEMENTS BIEN DISTINGUES DES CONDUCTEURS EN CIRCULATION FLUIDE ET CONGESTIONNEE.
- IL UTILISE DEUX SEGMENTS DU MODELE DE GREENBERG ET D'UNDERWOOD.



LE MODELE DE MAY

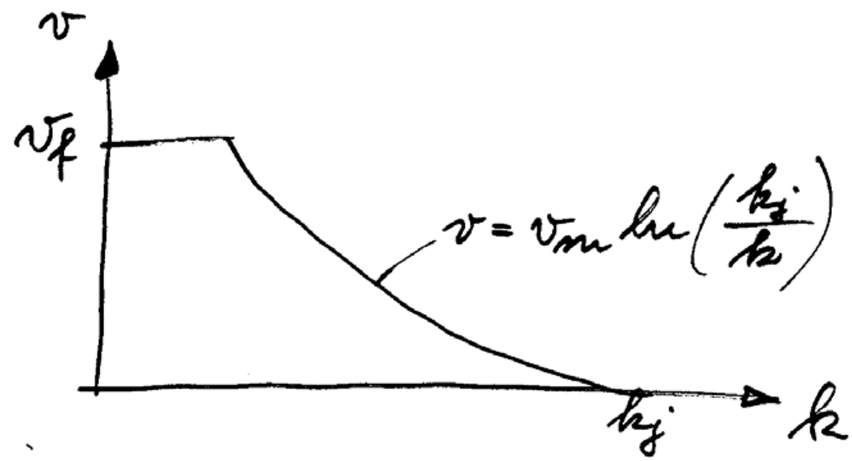
- MAY DEFINIT 3 ZONES
  - VITESSE CONSTANTE
  - DEBIT CONSTANT
  - ZONE OÙ LE TAUX DE VARIATION DU DEBIT EN RELATION AVEC LA DENSITE EST CONSTANT

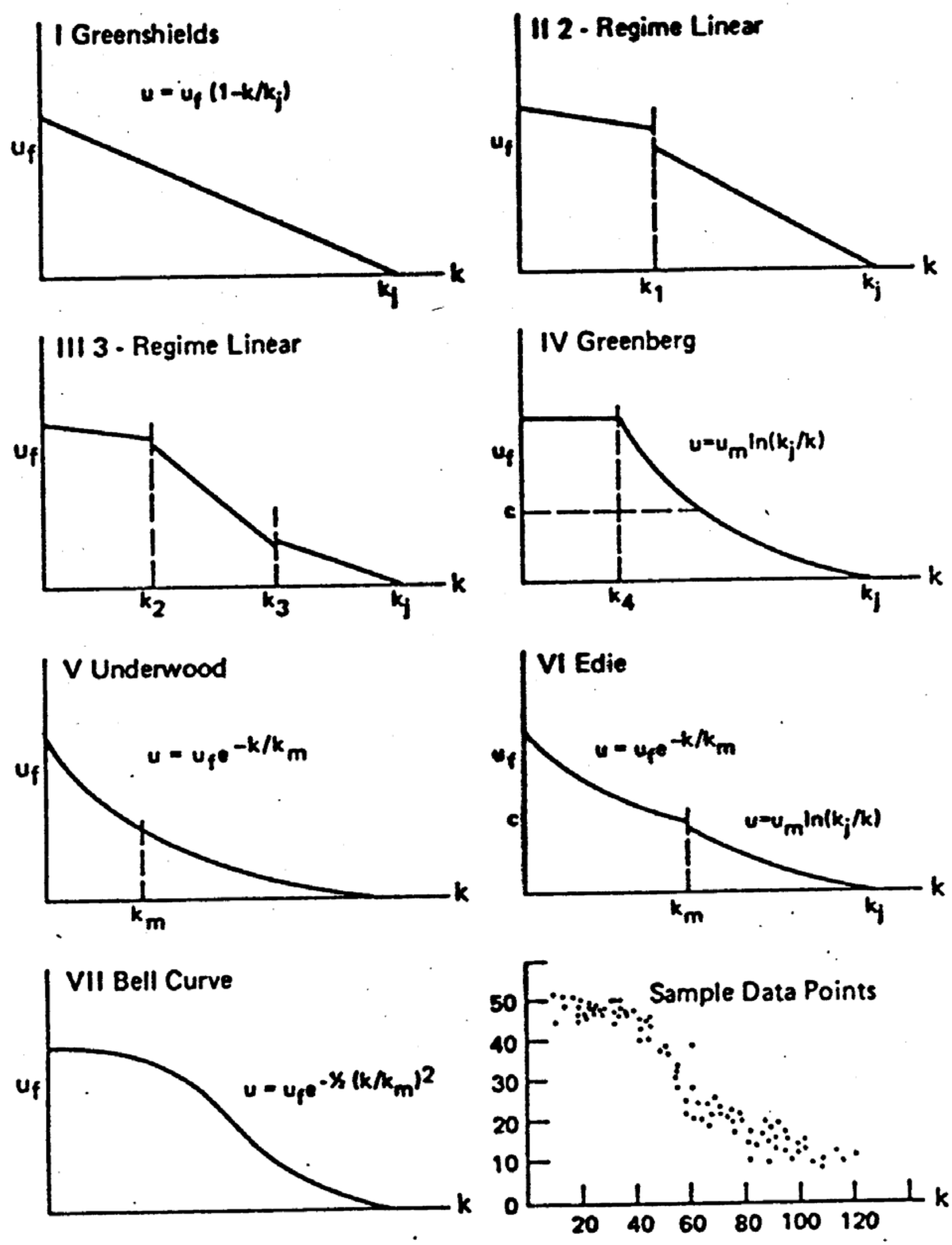
- EN ZONE 1 LA VITESSE DU VEHICULE EST DETERMINEE PAR LA ROUTE ET LE DEBIT EST CONFORME A LA DEMANDE.
- ZONE 2 REPRESENTE UNE ZONE D'INSTABILITE. LA VITESSE MOYENNE DIMINUE, MAIS LES DEBITS PEUVENT ETRE ELEVES.
- LES DEBITS ET LES VITESSES DIMINUENT EN ZONE 3.
- SANS BASE THEORIQUE, LA LINEARITE A ETE ADOPTEE.



MODELE DE DICK

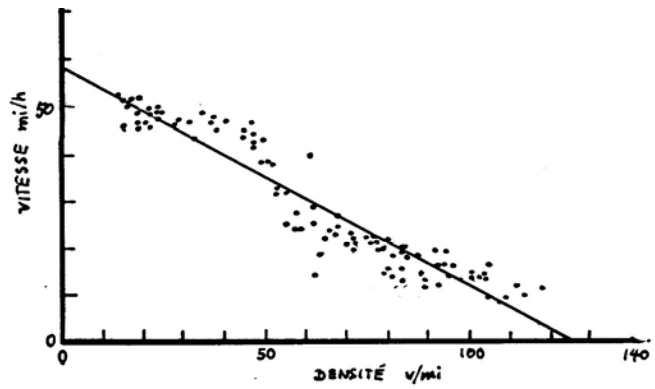
- DICK REMARQUE QUE LE MODELE DE GREENBERG RESTE INDEFINI PRES DE $k = 0$.
- IL SUPPOSE QU'IL Y AIT UNE VITESSE MAXIMALE ET CONSTANTE v_f.



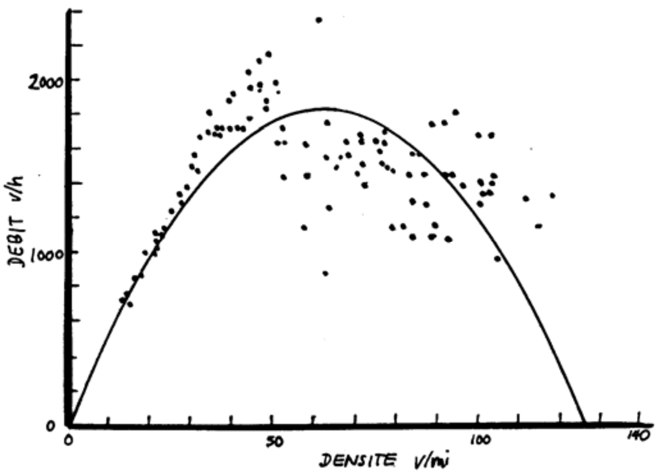

I Greenshields
$u = u_f (1-k/k_j)$
u_f
k_j
k
II 2 - Regime Linear
u_f
k_1
k_j
k
III 3 - Regime Linear
u_f
k_2
k_3
k_j
k
IV Greenberg
$u=u_m \ln(k_j/k)$
u_f
c
k_4
k_j
k
V Underwood
$u = u_f e^{-k/k_m}$
u_f
k_m
k
VI Edie
$u = u_f e^{-k/k_m}$
$u=u_m \ln(k_j/k)$
u_f
c
k_m
k_j
k
VII Bell Curve
$u = u_f e^{-½ (k/k_m)^2}$
u_f
k
Sample Data Points
50
40
30
20
10
0
20
40
60
80
100
120
k

Exemple: Les points d'observation sont donnés et différents modèles sont adaptés à ces données:

LE MODÈLE DE GREENSHIELDS

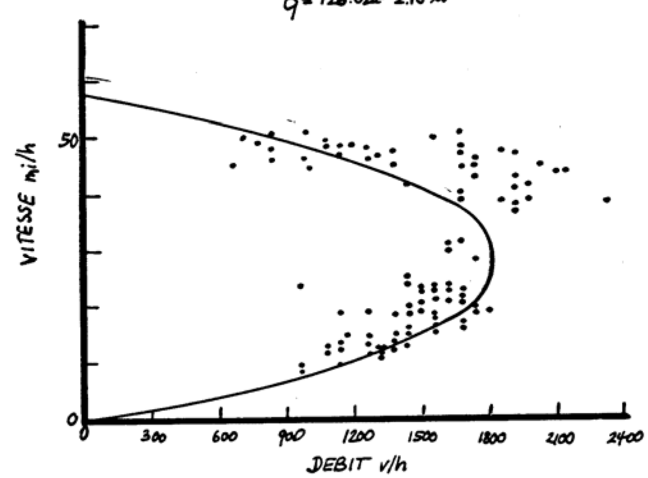


V,K



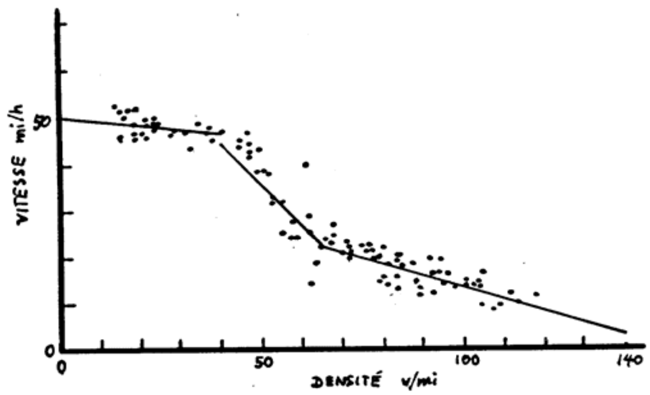
Q,K

$q = 126.02u - 2.15u^2$

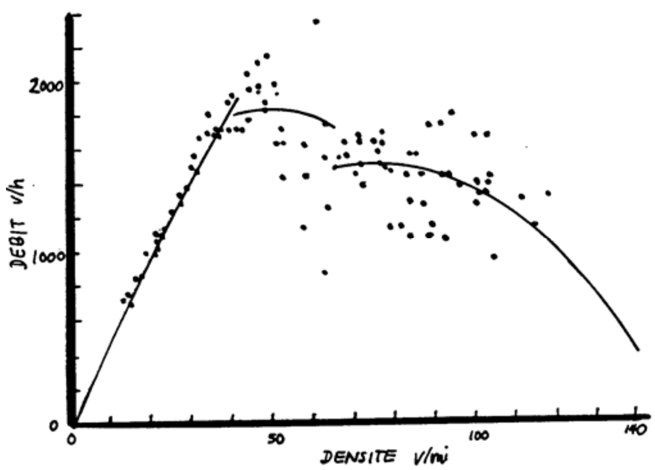


GREENSHIELDS

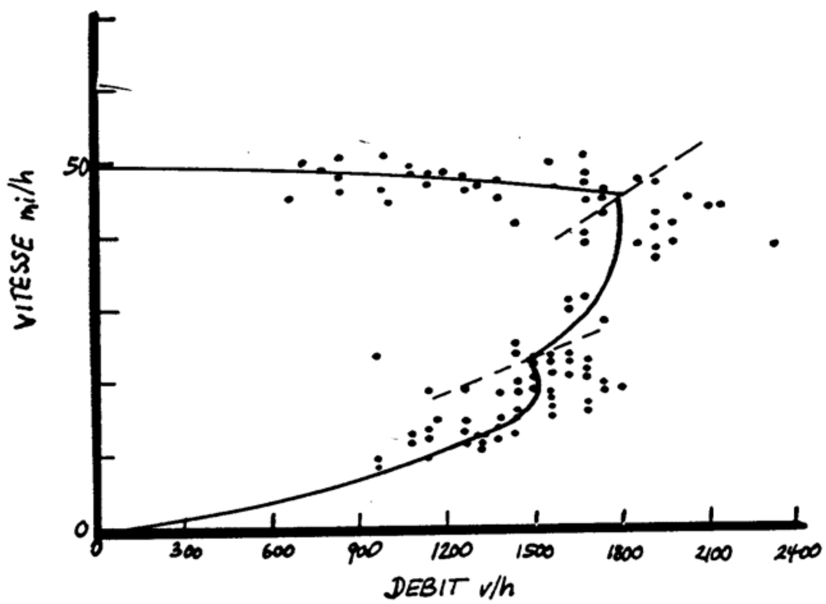
LE MODÈLE À TROIS RÉGIMES



V,K



Q,K



RELATIONS ENTRE LES VARIABLES q, v, k ET LE TEMPS DE PARCOURS

- LE TEMPS DE PARCOURS EST UN ELEMENT TRES IMPORTANT POUR DES MODELES DE PLANIFICATION PAR EX:

LE BPR UTILISE

$$T = T_{min}\left[1 + 0{,}15\left(\frac{q}{q_m}\right)^4\right]$$

OÙ T : TEMPS POUR UN DEBIT AMBIANT q

q_m : CAPACITE

T_{min} : TEMPS DE PARCOURS A v_f

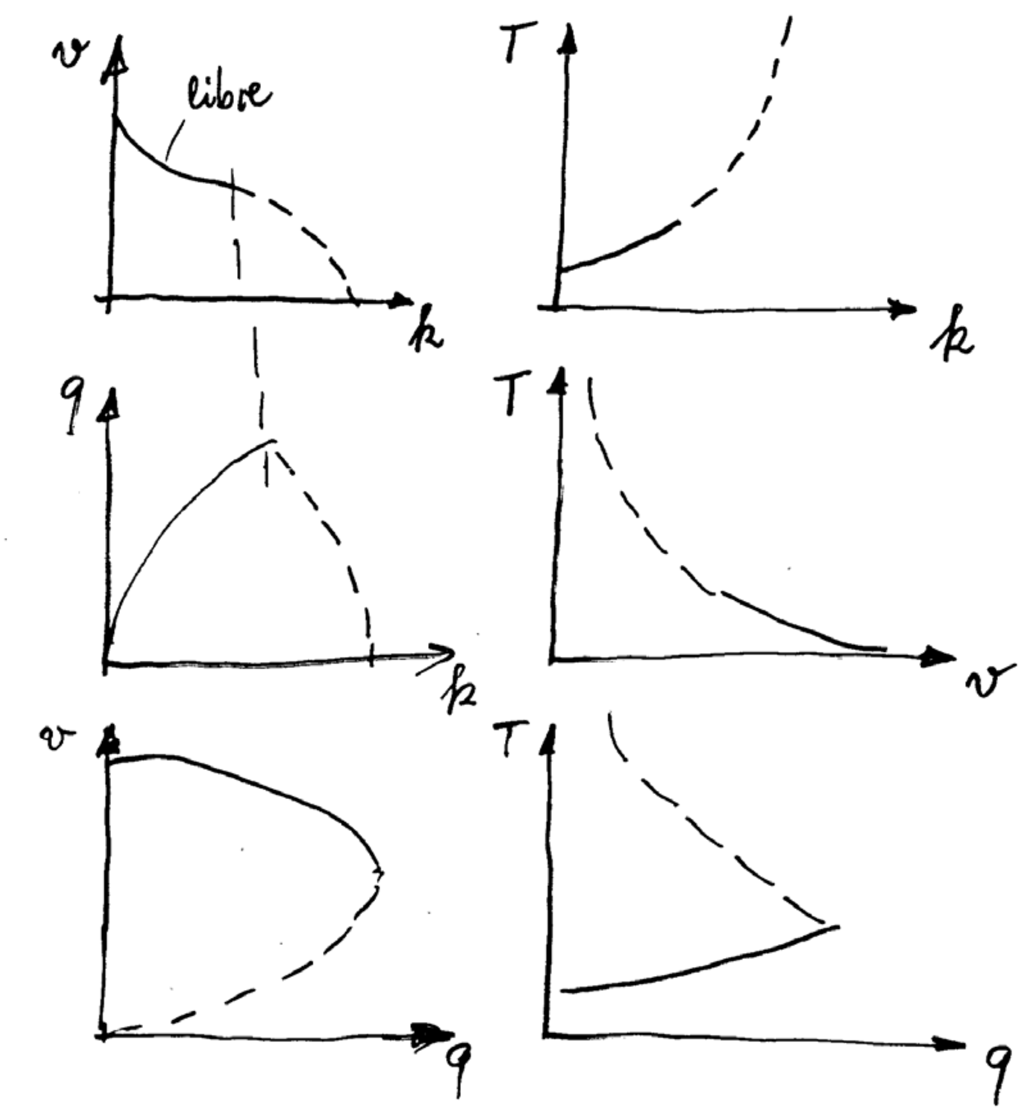
GUERIN TROUVE

$$T = \frac{a k^2}{\sqrt{k_j - k}} + T_{min}$$

IL PROPOSE EGALEMENT L'UTILISATION DES COURBES (TELLES QUE FIG. 4,28)

$$q = k \cdot v \qquad q = k \cdot \frac{l}{T}$$

DENSITE = DEBIT * TEMPS DE PARCOURS MOYEN



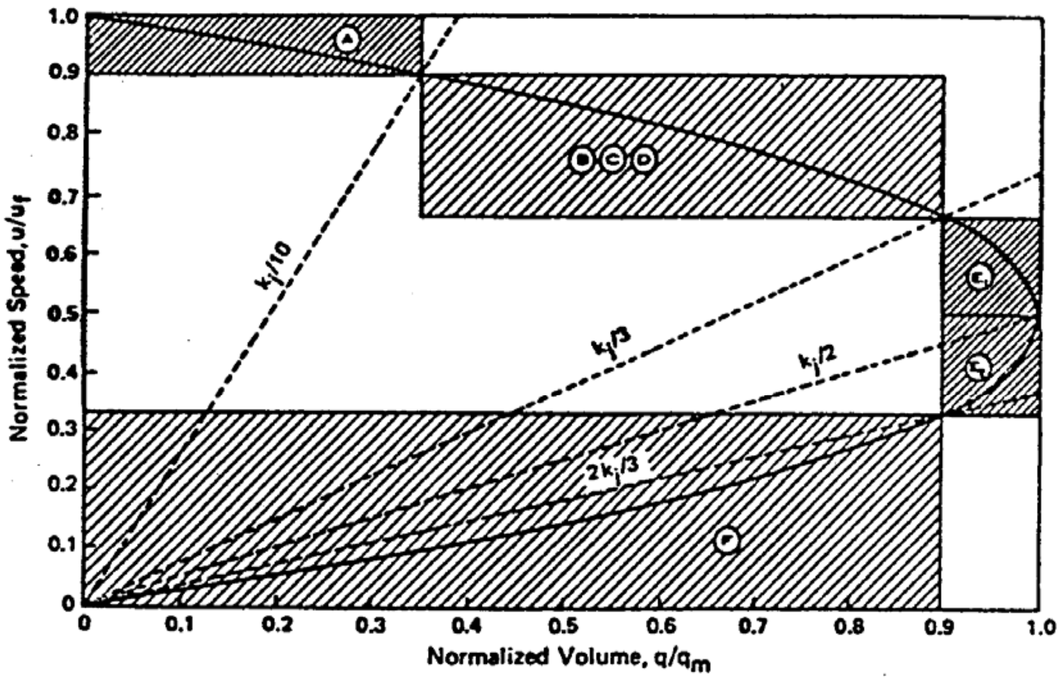


Figure 4.26 Use of speed-flow (speed-volume) curve to establish levels of service.[20]

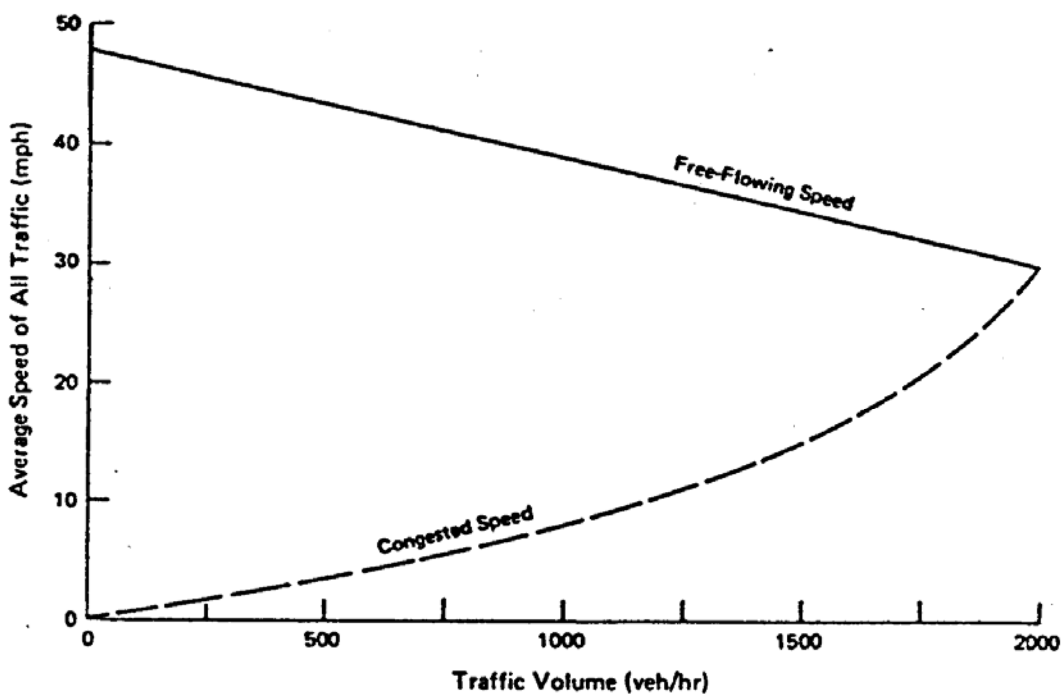
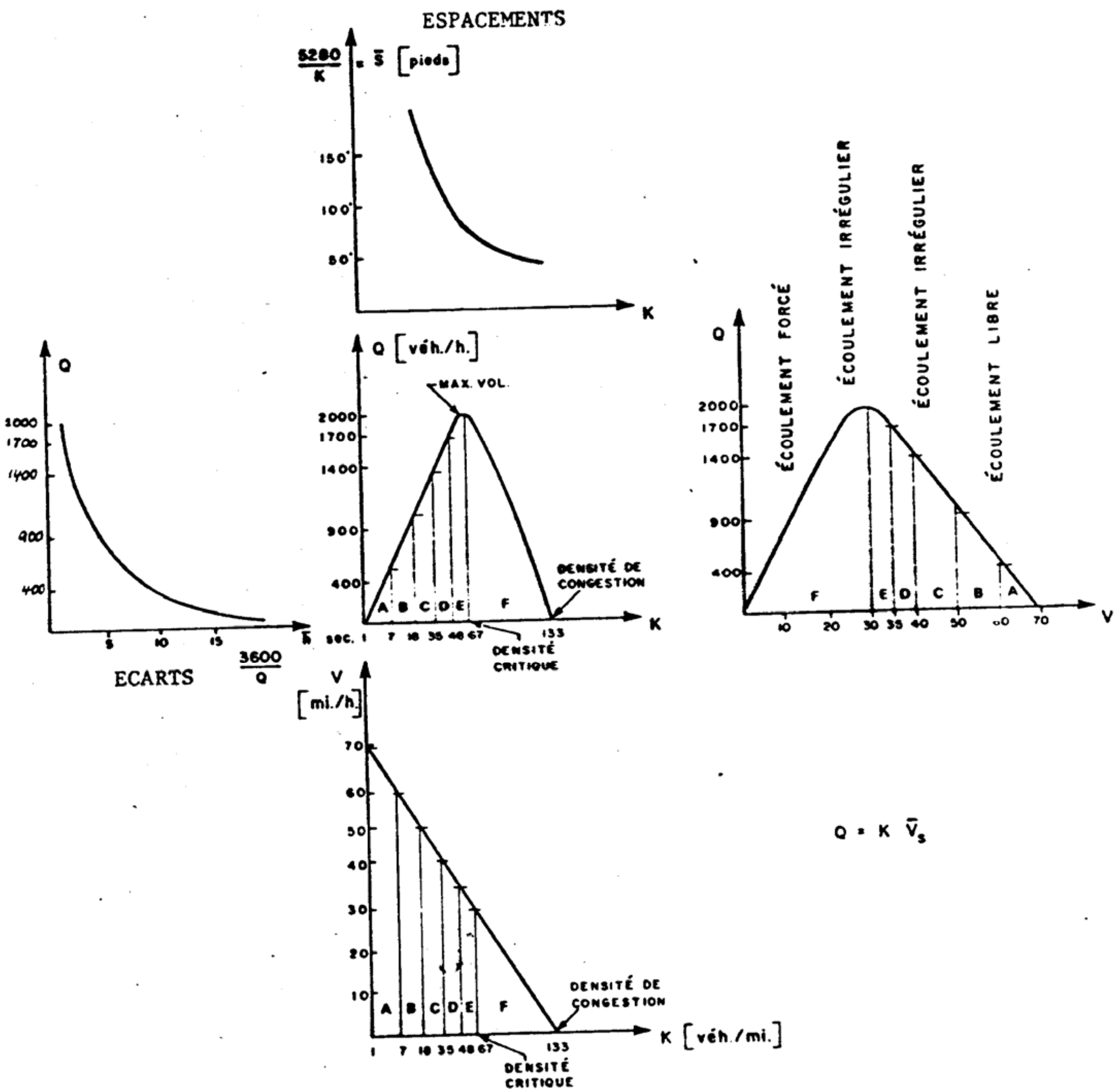


Figure 4.21 Speed-flow model adopted by U.S. Bureau of Public Roads.[20] Relation between average speed of traffic and traffic volume on a two-lane highway having a possible capacity of 2,000 vehicles per hour under favorable operating conditions.

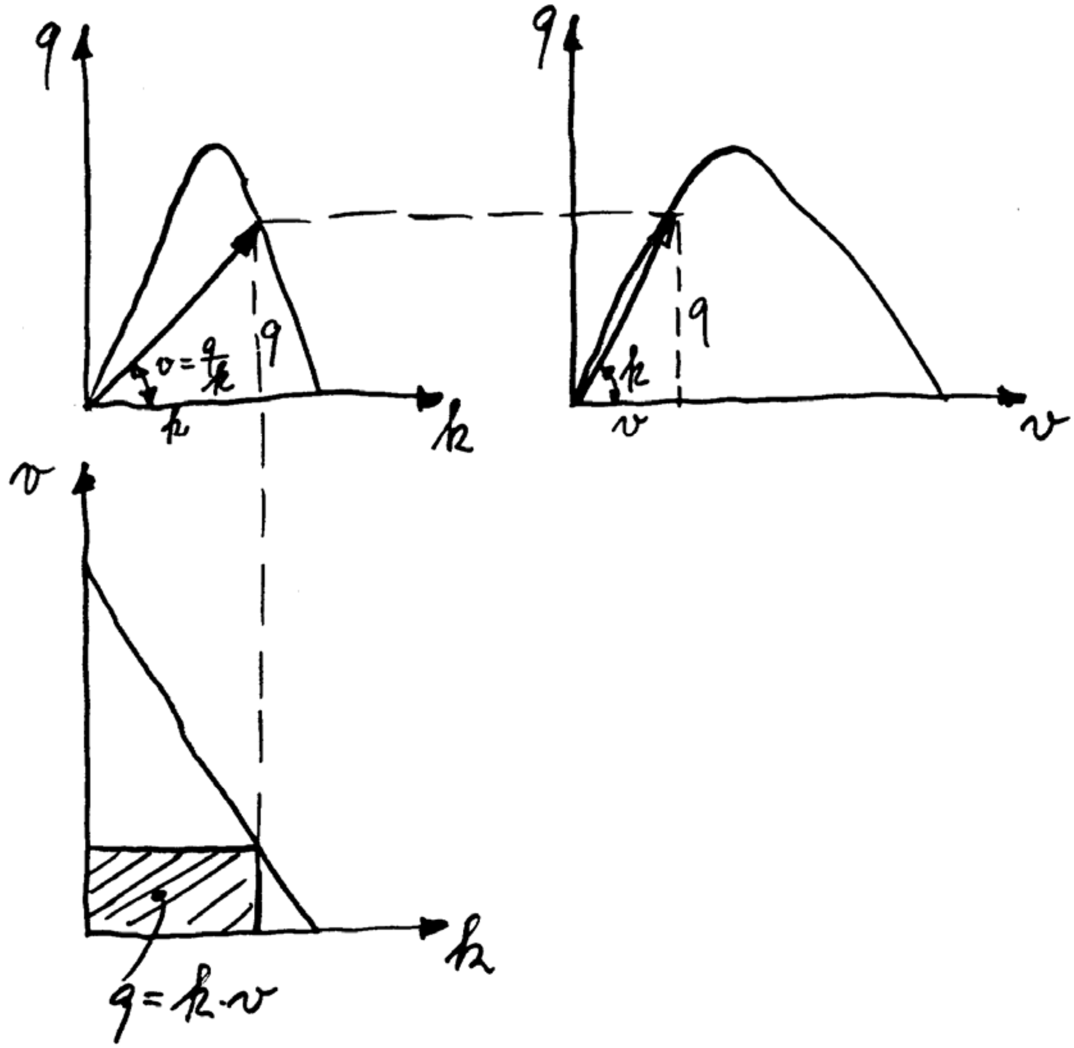


RELATION DÉBIT – VITESSE – DENSITÉ – CRÉNEAUX ET NIVEAUX DE SERVICE

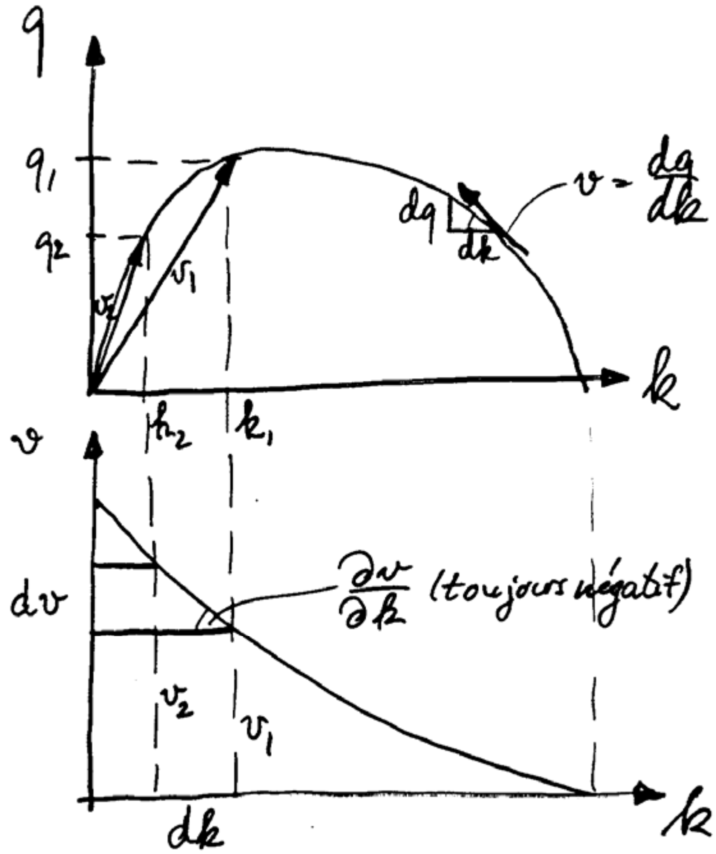
(ROUTE À 2 VOIES ET 2 SENS)

(MODÈLE LINÉAIRE)

RELATIONS IMPORTANTES SUR LA COURBE
v, k ET q, k

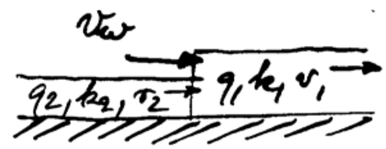


$$Q = K \cdot V$$



- UN CHANGEMENT LOCAL DE LA VITESSE DE dv ENTRAINE UN CHANGEMENT dk.
- CE CHANGEMENT DE DENSITE SE PROPAGE VERS L'ARRIERE OU VERS L'AVANT DE L'ENDROIT A UNE CERTAINE VITESSE, COMME UNE ONDE
- SUPPOSONS AU MOMENT t UNE DENSITE k_1 AVEC VITESSE v_1

- SI LA DENSITE DIMINUE A k_2 ALORS LA VITESSE AUGMENTE A v_2. $v_2 > v_1$
- LA CIRCULATION MOINS DENSE ET PLUS RAPIDE RATTRAPPE LA PLUS LENTE ET EST BLOCKEE PAR CELLE-CI.
- LE RALENTISSEMENT QUI EN RESULTE SE PROPAGE VERS L'ARRIERE A LA VITESSE v_w.



$$q_1 = v_1 k_1$$

$$q_1 - dq = (k_1 - dk)(v_1 + dv)$$

$$dq = -k_1\, dv + v_1\, dk + dk\, dv$$

MAIS $$dv = dk \frac{\partial v}{\partial k}$$

$$dq = v_1\, dk - (k_1 - dk)\, dk \frac{\partial v}{\partial k}$$

$$\boxed{\frac{dq}{dk} = v_1 - (k_1 - dk)\frac{\partial v}{\partial k}} = v_w$$

LA VITESSE A LAQUELLE SE DEPLACE UNE PETITE PERTURBATION.

MAIS $\frac{dq}{dk}$ EST UNE VITESSE QUI REPRESENTE EN MEME TEMPS LA TANGENTE AU POINT 1

SI LES CHANGEMENT SONT PLUS IMPORTANTS ON REMPLACE LA TANGENTE PAR LA CHORDE ET:

$$\boxed{v_w = \frac{q_2 - q_1}{k_2 - k_1}}$$

LA VITESSE A LAQUELLE SE DEPLACE UNE PERTURBATION