

MATRICES INTERNES - CALCUL ET DIMENSIONS

Dans ce document, nous allons introduire deux variables : D et N . N est le nombre de paramètres viscoélastiques, i.e., le nombre de temps de retard λ_i ou de relaxation ω_i . D est la dimension du problème :

$$D = \begin{cases} 1 & \text{pour un matériau 1D} \\ 3 & \text{pour un matériau 2D} \\ 6 & \text{pour un matériau 3D} \end{cases} \quad (1)$$

1 Matrices internes de relaxation

- ⊙ Les contraintes $\boldsymbol{\sigma}$ et déformations $\boldsymbol{\varepsilon}$ sont des vecteurs $[D \times 1]$.
- ⊙ Les matrices $\mathbf{C}^0$ et $\mathbf{C}^i$ sont de dimension $[D \times D]$.
- ⊙ Les variables internes sont représentées par un vecteur $\boldsymbol{\xi}$ de dimension $[DN \times 1]$.
- ⊙ La matrice interne $\mathbf{L}_1$ a pour dimension $[D \times D]$. $\mathbf{L}_1$ est donnée par :

$$\mathbf{L}_1 = \sum_{i=0}^{i=N} \mathbf{C}^i \quad (2)$$

- ⊙ La matrice interne $\mathbf{L}_2$ a pour dimension $[D \times DN]$. $\mathbf{L}_2$ est donnée par :

$$\mathbf{L}_2 = \left(\mathbf{L}_2^1 \mid \mathbf{L}_2^2 \mid \dots \mid \mathbf{L}_2^N \right) \quad (3)$$

où chaque $\mathbf{L}_2^i$ est une matrice $[D \times D]$ triangulaire inférieure qui est la décomposition de Cholesky de $\omega_i \mathbf{C}^i$.

- ⊙ La matrice interne $\mathbf{L}_3$ a pour dimension $[DN \times DN]$. Les termes diagonaux de cette matrice sont les ω_i . Les D premières diagonales sont égales à ω_1 . Les D diagonales suivantes sont égales à ω_2 et ainsi de suite. En d'autres termes :

$$L_{3rr} = \omega_i \quad \text{pour} \quad r \in [1 + D(i-1), Di] \quad (4)$$

- ⊙ La matrice interne $\mathbf{B}$ est la matrice identité de dimension $[DN \times DN]$.

2 Matrices internes de fluage

- ⊙ Les contraintes $\boldsymbol{\sigma}$ et déformations $\boldsymbol{\varepsilon}$ sont des vecteurs $[D \times 1]$.
- ⊙ Les matrices $\mathbf{S}^0$ et $\mathbf{S}^i$ sont de dimension $[D \times D]$.
- ⊙ Les variables internes sont représentées par un vecteur $\boldsymbol{\chi}$ de dimension $[DN \times 1]$.
- ⊙ La matrice interne $\mathbf{A}_1$ a pour dimension $[D \times D]$. $\mathbf{A}_1$ est donnée par :

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{S}^0 \quad (5)$$

- ⊙ La matrice interne $\mathbf{A}_2$ a pour dimension $[D \times DN]$. $\mathbf{A}_2$ est donnée par :

$$\mathbf{A}_2 = \left(\begin{array}{c|c|c|c} \mathbf{A}_2^1 & \mathbf{A}_2^2 & \dots & \mathbf{A}_2^N \end{array} \right) \quad (6)$$

où chaque $\mathbf{A}_2^i$ est une matrice $[D \times D]$ triangulaire inférieure qui est la décomposition de Cholesky de $\lambda_i \mathbf{S}^i$.

- ⊙ La matrice interne $\mathbf{A}_3$ a pour dimension $[DN \times DN]$. Les termes diagonaux de cette matrice sont les λ_i . Les D premières diagonales sont égales à λ_1 . Les D diagonales suivantes sont égales à λ_2 et ainsi de suite. En d'autres termes :

$$A_{3rr} = \lambda_i \quad \text{pour} \quad r \in [1 + D(i - 1), Di] \quad (7)$$

- ⊙ La matrice interne $\mathbf{B}$ est la matrice identité de dimension $[DN \times DN]$.