

Exercice 1 : Convention de signe, LKT et LKC

7 points

Dans le circuit de la **Figure 1**, les éléments 1 à 8 peuvent être des sources ou des charges électriques.

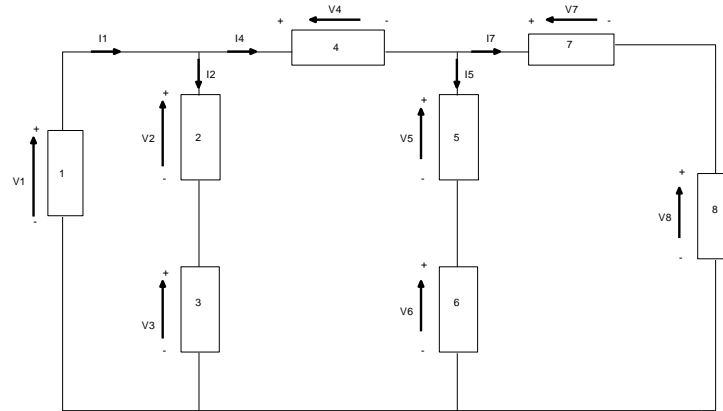


Figure 1. Circuit électrique pour l'exercice 1

Les courants ont été mesurés tels qu'orientés sur la figure. On mesure pour certains éléments les valeurs suivantes :

- Élément 1 : $V_1 = 50 \text{ V}$; $I_1 = -5 \text{ A}$
- Élément 2 : $V_2 = 25 \text{ V}$
- Élément 4 : $V_4 = 20 \text{ V}$; $I_4 = -8 \text{ A}$
- Élément 5 : $P_5 = 60 \text{ W}$
- Élément 7 : $V_7 = -30 \text{ V}$; $I_7 = -10 \text{ A}$

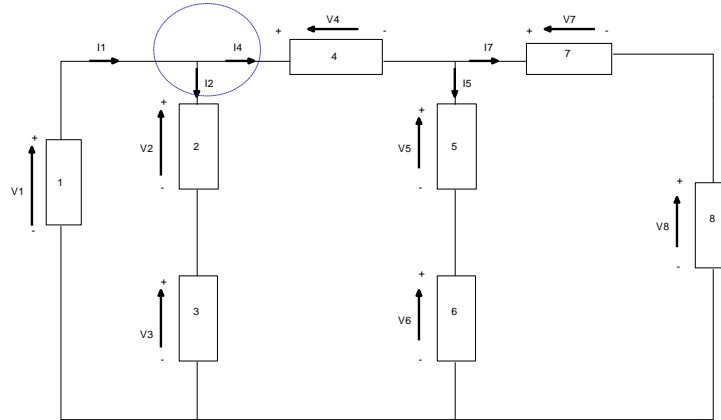
Pour toutes les questions qui suivent, vous devez respecter les polarités des tensions et les sens des courants imposés sur le schéma. Chacune des questions vaut **0,5 point**.

1. Calcul de la puissance de l'élément 1.

$$P_1 = V_1 \cdot I_1 = 50 \times (-5) = \boxed{-250 \text{ W}}$$

2. Calcul du courant dans l'élément 2.

Pour cela, on applique la loi des nœuds sur le nœud encerclé en bleu sur la figure ci-dessous.



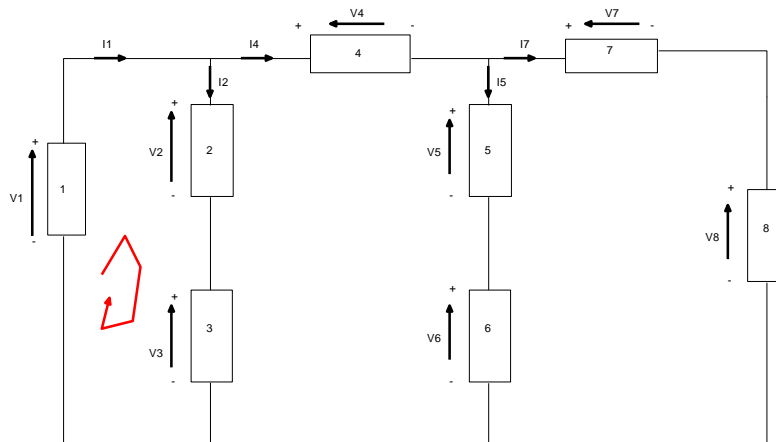
$$\sum I_{\text{entrants}} = \sum I_{\text{sortants}} \Rightarrow I_1 = I_2 + I_4 \Rightarrow I_2 = I_1 - I_4 = -5 - (-8) = \boxed{3 \text{ A}}$$

3. Calcul de la puissance de l'élément 2.

$$P_2 = V_2 \cdot I_2 = 25 \times 3 = \boxed{75 \text{ W}}$$

4. Calcul de la tension aux bornes de l'élément 3.

On considère pour cela la maille ci-dessous



L'équation de la maille permet d'obtenir :

$$\sum \bar{V}_i = 0 \Rightarrow V_1 - V_2 - V_3 = 0 \Rightarrow V_3 = V_1 - V_2 = 50 - 25 = \boxed{25 \text{ V}}$$

5. Calcul de la puissance de l'élément 3.

Le courant dans l'élément 2 est le même dans l'élément 3 (loi des circuits série). On aura alors :

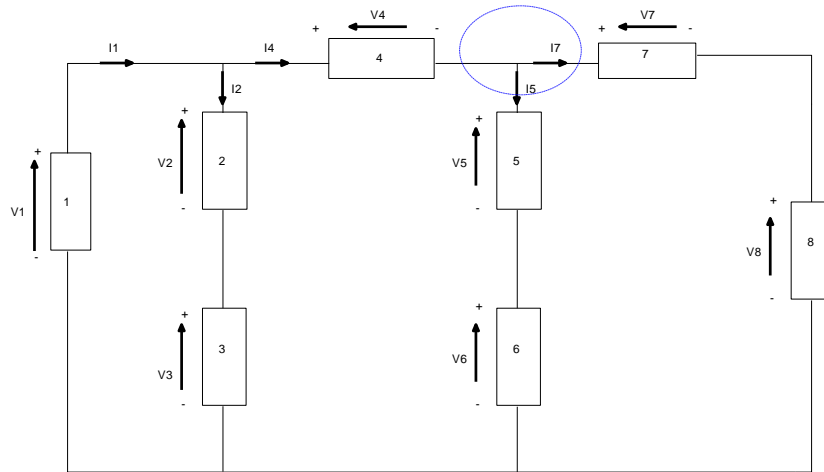
$$I_2 = I_3 ; P_3 = V_3 \cdot I_3 = 25 \times 3 = \boxed{75 \text{ W}}$$

6. Calcul de la puissance de l'élément 4.

$$P_4 = V_4 \cdot I_4 = 20 \times (-8) = \boxed{-160 \text{ W}}$$

7. Calcul du courant dans l'élément 5.

Appliquons la loi des nœuds à l'emplacement montré ci-dessous :



$$\sum I_{\text{entrants}} = \sum I_{\text{sortants}} \Rightarrow I_4 = I_5 + I_7 \Rightarrow I_5 = I_4 - I_7 = -8 - (-10) = \boxed{2 \text{ A}}$$

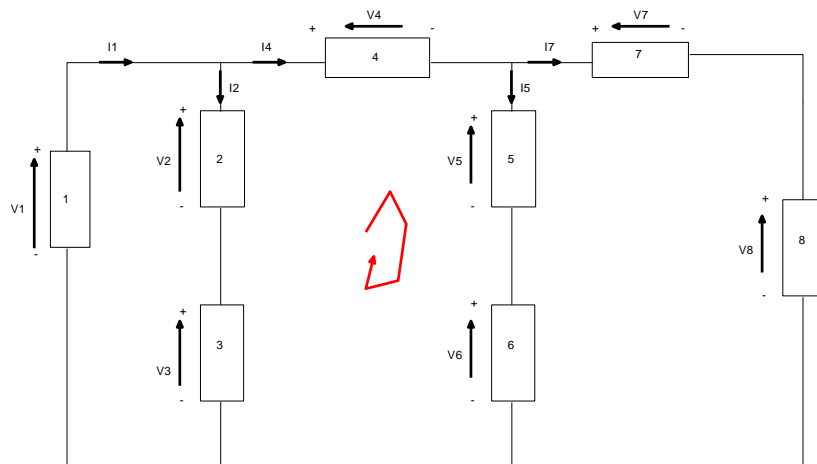
8. Calcul de la tension aux bornes de l'élément 5.

Avec la donnée de la puissance, on obtient :

$$P_5 = V_5 \cdot I_5 \Rightarrow V_5 = \frac{P_5}{I_5} = \frac{60}{2} = \boxed{30 \text{ V}}$$

9. Calcul de la tension aux bornes de l'élément 6.

Nous appliquons une fois de plus la loi des mailles en considérant la maille ci-dessous :



On obtient alors :

$$\begin{aligned} \sum \bar{V}_i = 0 &\Rightarrow V_3 + V_2 - V_4 - V_5 - V_6 = 0 \Rightarrow V_6 = V_3 + V_2 - V_4 - V_5 \\ &= 25 + 25 - 20 - 30 = \boxed{0 \text{ V}} \end{aligned}$$

10. Calcul de la puissance de l'élément 6.

Sa tension étant nulle, cela donnera lieu à une puissance nulle comme suit :

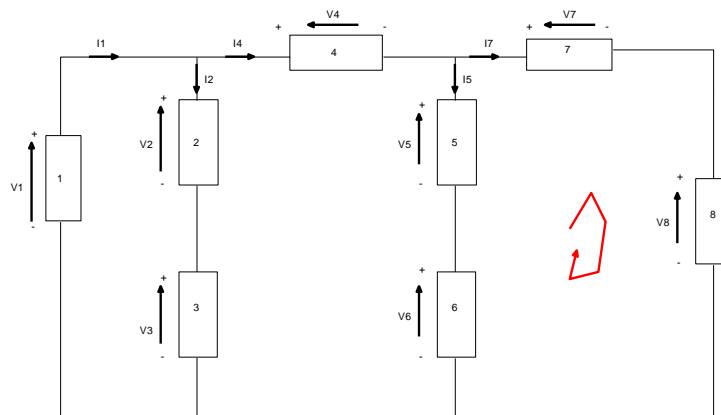
$$P_6 = V_6 \cdot I_6 = \boxed{0 \text{ W}}$$

11. Calcul de la puissance de l'élément 7.

$$P_7 = V_7 \cdot I_7 = (-30) \times (-10) = \boxed{300 \text{ W}}$$

12. Calcul de la tension aux bornes de l'élément 8.

On considèrera pour cela la maille ci-dessous



Ainsi on aura :

$$\sum \bar{V}_i = 0 \Rightarrow V_6 + V_5 - V_7 - V_8 = 0 \Rightarrow V_8 = V_6 + V_5 - V_7 = 0 + 30 - (-30) = \boxed{60 \text{ V}}$$

13. Calcul de la puissance de l'élément 8.

Le courant dans l'élément 8 est le même qui parcourt l'élément 7 et donc on aura :

$$P_8 = V_8 \cdot I_8 = (60) \times (-10) = \boxed{-600 \text{ W}}$$

14. Éléments qui intervenant comme des sources dans le circuit.

La synthèse des résultats est reportées dans le tableau ci-dessous. On peut conclure que les éléments 4 et 8 agissent comme des sources dans le circuit.

Éléments	1	2	3	4	5	6	7	8
I	-5 A	3 A	3 A	-8 A	2 A	2 A	-10 A	-10 A
V	50 V	25 V	25 V	20 V	30 V	0 V	-30 V	60 V
P	-250 W	75 W	75 W	-160 W	60 W	0 W	300 W	-600 W
Convention adoptée	Générateur	Récepteur	Récepteur	Récepteur	Récepteur		Récepteur	Récepteur
Sources ou charges	Charge	Charge	Charge	Source	Charge		Charge	Source

Exercice 2 : Composant L et C en régime continu

4 points

Soit donné le circuit à courant continu ci-dessous (Figure 2), on donne $R_4 = 16 \Omega$. Les puissances absorbées par les résistances R_1 , R_2 et R_3 valent respectivement

$$\begin{cases} P_1 = 12 \text{ W} \\ P_2 = 14 \text{ W} \\ P_3 = 10 \text{ W} \end{cases}$$

La source de tension de tension de 48 V est **supposée idéale**.

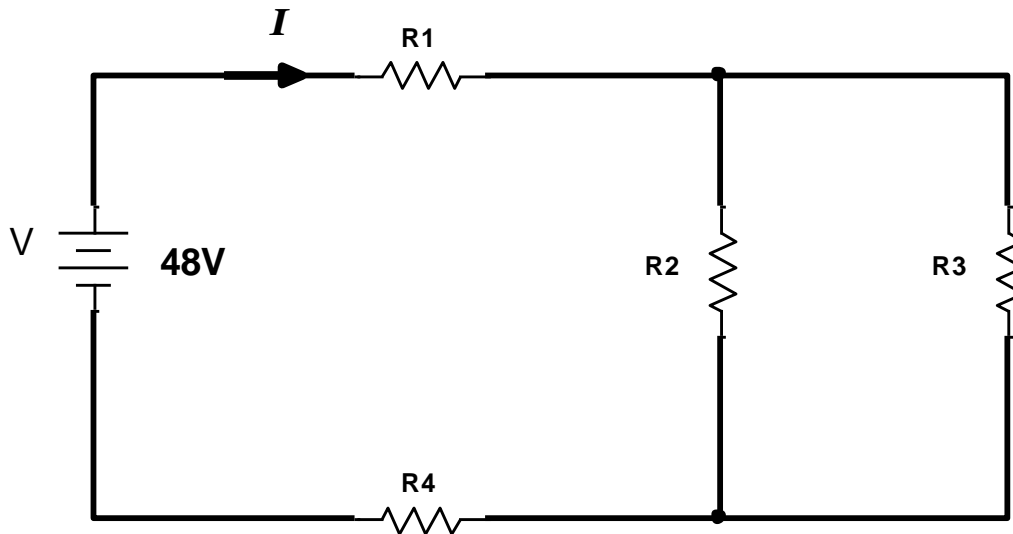


Figure 2. Circuit électrique pour l'exercice 2

1. Calcul du courant I débité par la source.

1,5 point

Principe de la conservation de la puissance

$$48 I = \sum P + R_4 \cdot I^2 \Rightarrow R_4 \cdot I^2 - 48 I + \sum P = 0 \Rightarrow 16 I^2 - 48 I + 36 = 0$$

$$\Rightarrow 8 I^2 - 24 I + 18 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (24)^2 - 4(8)(18) = 0 \Rightarrow I = -\frac{b}{2a} = \frac{24}{8 \times 2} = 1,5 \text{ A} \Rightarrow \boxed{I = 1,5 \text{ A}}$$

2. Calcul de la résistance totale R_{tot} du circuit.

0,5 point

Loi d'Ohm

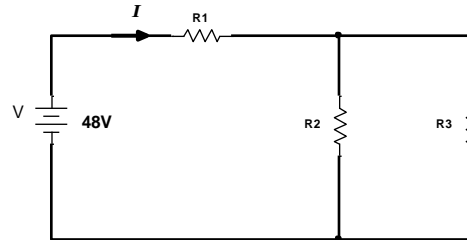
$$R_{\text{tot}} = \frac{V}{I} = \frac{48}{1,5} = 32 \Rightarrow \boxed{R_{\text{tot}} = 32 \Omega}$$

3. On remplace la résistance de R_4 par une inductance de 2,2 mH.

a. Calcul de la nouvelle valeur du courant I .

0,5 point

On remplace dans ce cas l'inductance par un fil conducteur comme montré ci-dessous.



La résistance totale précédente est alors réduite de la valeur de la résistance R_4 ; ce qui donne une nouvelle résistance totale de :

$$R_{\text{tot}} = 32 - 16 = 16 \Omega \Rightarrow I = \frac{V}{R_{\text{tot}}} = \frac{48}{16} = 3 \Rightarrow \boxed{I = 3 A}$$

b. Calcul de l'énergie emmagasinée dans l'inductance.

0,5 point

$$W_L = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} \times 2,2 \times 10^{-3} \times 3^2 = 0,0099 \Rightarrow \boxed{W_L = 9,9 \text{ mJ}}$$

4. On remplace R_4 par un condensateur de 265 μF .

a. Calcul de la nouvelle valeur du courant I .

0,5 point

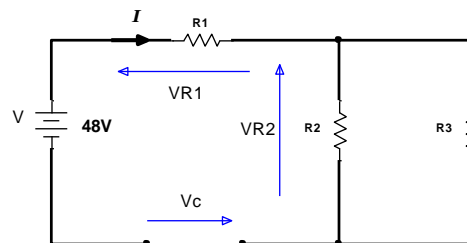
On aura un circuit ouvert et donc :

$$\boxed{I = 0 A}$$

b. Calcul de l'énergie emmagasinée dans le condensateur.

0,5 point

Le circuit équivalent est le suivant :



Les tensions aux bornes des résistances sont nulles car le courant est nul dans le circuit. La loi des mailles donne alors :

$$V_C = V = 48 V \Rightarrow W_C = \frac{1}{2} CV_C^2 = \frac{1}{2} \times 265 \times 10^{-6} \times 48^2 = 0,305 \Rightarrow \boxed{W_C = 0,305 J}$$

Exercice 3 : Nature d'un dipôle

6 points

Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

- On alimente un dipôle quelconque par une tension $v(t)$ et il est parcouru par un courant $i(t)$. La figure ci-dessous (**Figure 3**) montre l'oscillogramme des signaux de tension et de courant dans le dipôle de nature inconnue.

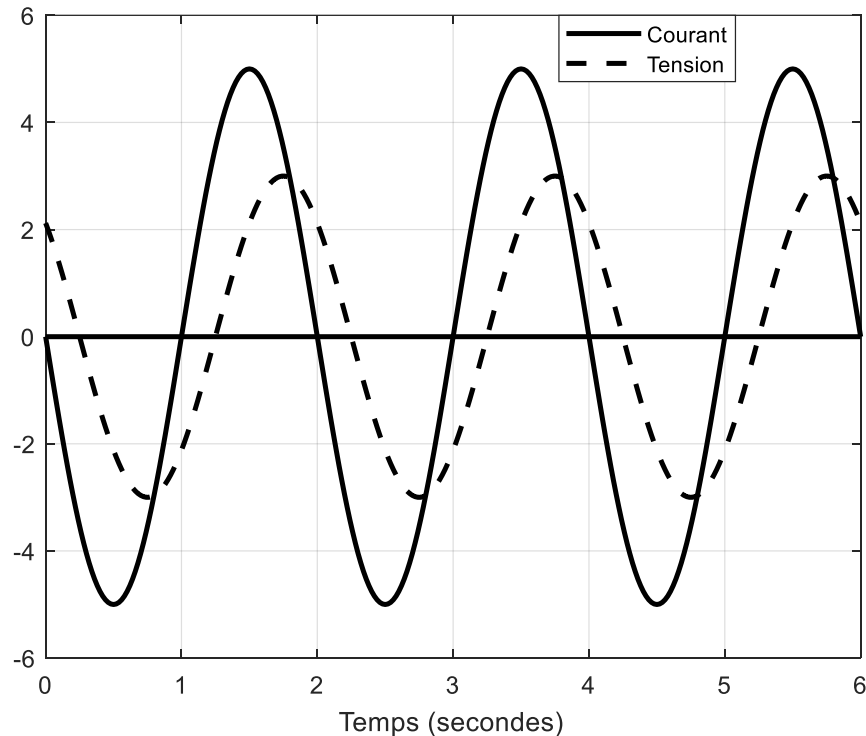


Figure 3. Forme d'onde pour la question 1 de l'exercice 3

- Lequel des signaux est en avance sur l'autre ? Justifier votre réponse. **1,5 point**

Le courant est en avance sur la tension car il s'annule, atteint son maximum, son minimum avant la tension

- Déduction de la question précédente de la nature du dipôle. **0,5 point**

Dipôle capacitif

2. Soit donner le circuit ci-dessous. L'expression temporelle de la tension d'alimentation est $v(t) = 120\sqrt{2} \cos(377 t)$. La source de tension est considérée idéale.

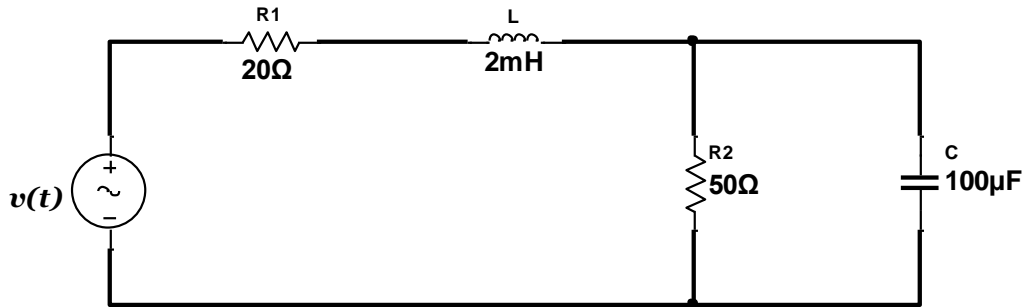


Figure 4. Circuit pour la question 2 de l'exercice 3.

- a. Calcul de l'impédance complexe totale du circuit.

2,5 points

$$\begin{cases} X_L = L\omega = 0,754 \Omega \\ X_C = -\frac{1}{C\omega} = -26,52 \Omega \end{cases} \quad (1 \text{ pt})$$

R et L en série :

$$\bar{Z}_{eq1} = R_1 + jX_L = 20 + j0,754 \Omega \quad (0,5 \text{ pt})$$

R2 et C en parallèle

$$\bar{Z}_{eq2} = \frac{jRX_C}{R + jX_C} = 10,98 - j20,7 \Omega \quad (0,5 \text{ pt})$$

Totale:

$$\bar{Z}_{tot} = \bar{Z}_{eq1} + \bar{Z}_{eq2} = 30,98 - j19,94 = 36,84 \angle -32,77^\circ \quad (0,5 \text{ pt})$$

$$\bar{Z}_{tot} = 30,98 - j19,94 \Omega = 36,84 \angle -32,77^\circ \Omega$$

- b. Nature du circuit et justification.

0,5 point

Capacitif car réactance négative

- c. Valeur efficace du courant fourni par la source.

1 point

$$V = 120 \text{ V} ; I_S = \frac{V}{Z_{tot}} = \frac{120}{36,84} = 3,25 \text{ A} \Rightarrow I_S = 3,25 \text{ A}$$

Exercice 4 : Détermination expérimentale de la nature des charges 6 points

On voudrait déterminer la nature des charges A, B et C en analysant les puissances absorbées par celles-ci. L'analyseur de puissance mesure les caractéristiques de courant et de tension pour une charge donnée et à partir de ces caractéristiques calcule la puissance réelle P , la puissance apparente S et le facteur de puissance.

1. Durant une séance de laboratoire d'ELE 1409, on alimente la charge A à travers l'analyseur de puissance XWM1 comme montré ci-dessous (**Figure 5**).

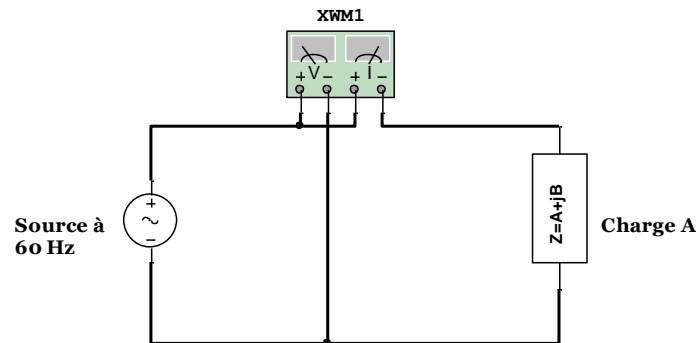


Figure 5. Analyse de la charge A

Les indications obtenues sont les suivantes :

$$\begin{cases} V_A = 120 \text{ V} \\ P_A = 460 \text{ W} \\ S_A = 460 \text{ VA} \end{cases}$$

- a. Nature de la charge A et justification sans faire de calculs. 1 point

Résistive car $S_A = P_A$

- b. Valeur efficace du courant dans la charge A. 0,5 point

$$I_A = \frac{S_A}{V_A} = \frac{460}{120} = 3,833 \text{ A} \Rightarrow \boxed{I_A = 3,833 \text{ A}}$$

2. La charge A est remplacée par la charge B comme montrée ci-dessous

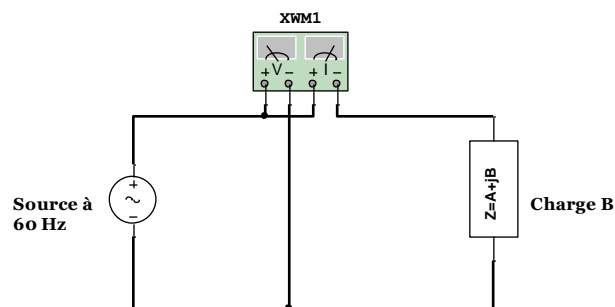


Figure 6. Analyse de la charge B

Les indications extraites de l'analyseur dans ce cas de la **Figure 6** sont les suivantes :

$$\begin{cases} V_B = 120 \text{ V} \\ P_B = 880 \text{ W} \\ FP_B = +0,65 \end{cases}$$

- a. Nature avec justification de la charge B (inductive, capacitive ou résistive). 1 point

Charge inductive car le FP est retard.

- b. Calcul de la valeur efficace du courant dans la charge B. 0,5 point

$$S_B = \frac{P_B}{FP_B} = \frac{880}{0,65} = 1353,85 \text{ VA} \Rightarrow I_B = \frac{S_B}{V_B} = \frac{1353,85}{120} = 11,28 \Rightarrow \boxed{I_B = 11,28 \text{ A}}$$

- c. Calcul de la puissance apparente S_B donnée par l'analyseur de puissance. 0,5 point

Voir question précédente

$$\boxed{S_B = 1353,85 \text{ VA}}$$

- d. Puissance réactive Q_B de la charge B. Cette puissance réactive est-elle fournie ou absorbée par la charge B ? 0,5 point

$$Q_B = \sqrt{S_B^2 - P_B^2} = 1028,84$$

$\Rightarrow \boxed{Q_B = 1028,84 \text{ var}}$ abosorbé car le FP indique inductif

3. Les charges A et B sont raccordées en parallèle comme montré ci-dessous.

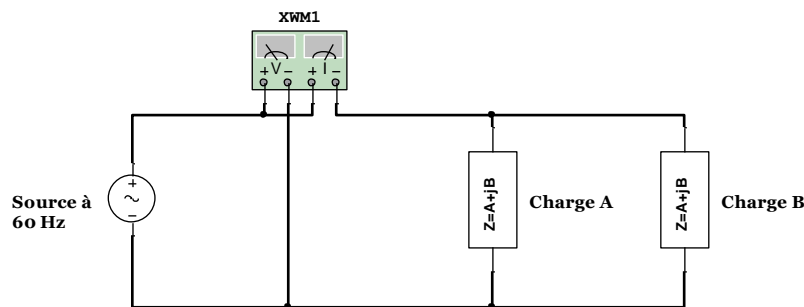


Figure 7. Analyse des charges A et B combinées

- a. Calcul des puissances réelle P_{A+B} et apparente S_{A+B} indiquées par l'analyseur de puissance. 1 point

$$\begin{cases} P_{A+B} = P_A + P_B = 460 + 880 = 1340 \text{ W} \\ Q_{A+B} = Q_A + Q_B = 0 + 1028,84 = 1028,84 \text{ var} \end{cases}$$

$$S_{A+B} = \sqrt{P_{A+B}^2 + Q_{A+B}^2} = 1689,41 \text{ VA} \Rightarrow \begin{cases} P_{A+B} = 1340 \text{ W} \\ S_{A+B} = 1689,41 \text{ VA} \end{cases}$$

b. Calcul du facteur de puissance indiqué par l'analyseur de puissance.

1 point

$$FP_{A+B} = \frac{P_{A+B}}{S_{A+B}} = 0,793 \Rightarrow FP_{A+B} = 0,793 \text{ retard}$$

Note: Si vous oubliez d'écrire retard, vous perdez la moitié des points.

Exercice 5 : Analyse d'une installation électrique monophasée

7 points

Un atelier est alimenté par un transformateur de capacité 132 kVA à travers une ligne d'impédance complexe totale $\bar{Z}_{\text{ligne}} = 0,01 + j0,03 \Omega$. L'atelier comporte un ensemble de charges regroupées comme montré sur la figure ci-dessous. Les trois charges sont raccordées en parallèle et l'on voudrait maintenir à leurs bornes une tension d'expression temporelle $v_{ch}(t) = 230\sqrt{2} \cos(377t) \text{ V}$.

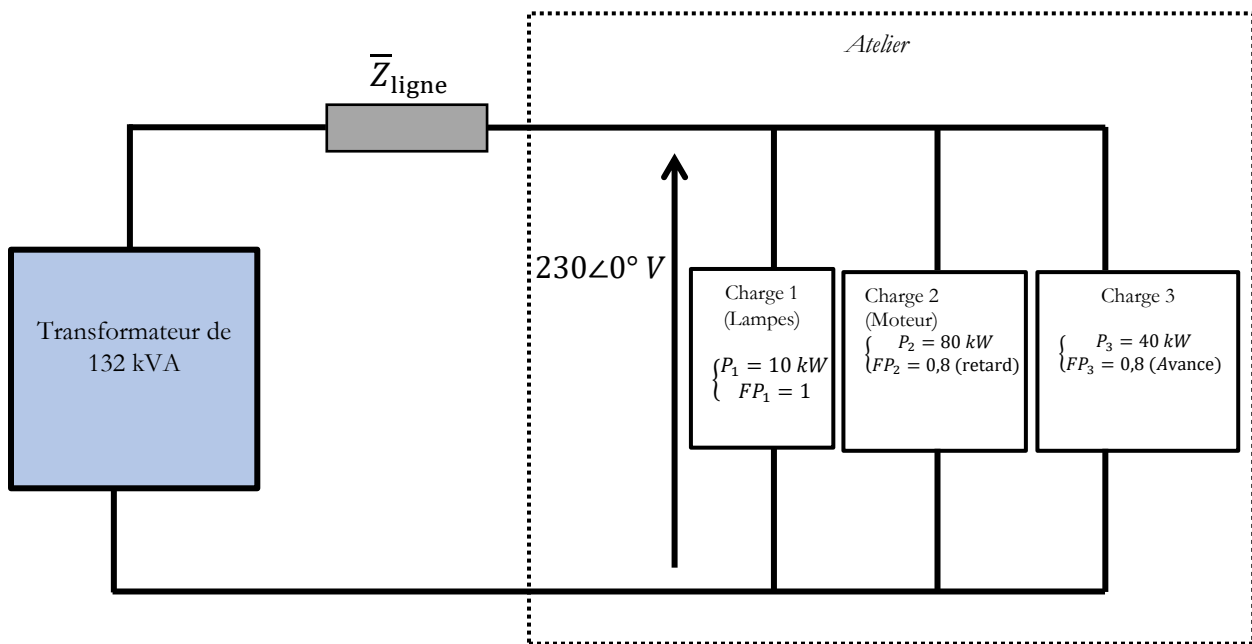


Figure 8. Analyse de l'installation d'un atelier

Partie 1 : Étude de l'installation sans compensation.

1. Calculer les puissances réelles, réactives et apparentes pour chacune des charges. (Vous devez fournir les détails de vos calculs dans le cahier de réponse). **2,25 points**

À l'issue de vos calculs, reproduire et compléter le tableau suivant :

Puissances	P(kW)	Q(kvar)	S(KVA)
Charge 1	10	0	10
Charge 2	80	60	100
Charge 3	40	-30	80
Total (compléter avec la question 2)	130	30	133,42

- Charge 1 :

$$\begin{cases} P_1 = 10 \text{ kW} \\ FP_1 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S_1 = P_1/FP_1 = 10 \text{ kVA} \\ Q_1 = \sqrt{S_1^2 - P_1^2} = 0 \end{cases}$$

- Charge 2 :

$$\begin{cases} P_2 = 80 \text{ kW} \\ FP_2 = 0,8 \text{ retard} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S_2 = P_2/FP_2 = 100 \text{ kVA} \\ Q_2 = \sqrt{S_2^2 - P_2^2} = 60 \text{ kvar} \end{cases}$$

- Charge 3 :

$$\begin{cases} P_3 = 40 \text{ kW} \\ FP_3 = 0,8 \text{ avance} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S_3 = P_3/FP_3 = 50 \text{ kVA} \\ Q_3 = \sqrt{S_3^2 - P_3^2} = -30 \text{ kvar} \end{cases}$$

2. Bilan de puissance de l'atelier en calculant les puissances actives $P_{Atelier}$, réactives $Q_{Atelier}$ et apparentes $S_{Atelier}$ totales de l'atelier. 0,75 point

$$\begin{cases} P_{Atelier} = \sum P_i = 130 \text{ kW} \\ Q_{Atelier} = \sum Q_i = 30 \text{ kvar} \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{Atelier} = \sqrt{(P_{Atelier})^2 + (Q_{Atelier})^2} = 133,42 \text{ kVA}$$

3. Conclusion sur le dimensionnement du transformateur alimentant l'atelier. 0,25 point

La capacité du transformateur est inférieure à la puissance apparente il y'aura des **échauffements** dans l'installation.

4. Calcul des pertes joules dans la ligne d'alimentation. 1 point

Le courant de source sera :

$$I_S = \frac{S_{atelier}}{V_{ch}} = \frac{133,42 \times 1000}{230} = 580 \text{ A}$$

$$\text{Pertes} = R_{\text{ligne}} \times I_S^2 = 0,01 \times 580^2 = 3364 \text{ W} \Rightarrow \boxed{\text{Pertes} = 3364 \text{ W}}$$

5. Calcul du facteur de puissance de l'atelier. 0,25 point

$$FP_{at} = \frac{P_{Atelier}}{S_{Atelier}} = 0,97 \text{ retard} \Rightarrow \boxed{FP_{at} = 0,97 \text{ retard}}$$

6. Calculer la valeur efficace de la tension de source permettant de maintenir une tension de valeur efficace 230 V aux bornes de l'atelier. 1 point

Méthodes des phaseurs.

$$\bar{V}_s = (\bar{Z}_{\text{ligne}})\bar{I}_S + \bar{V}_{ch} = \left(\begin{array}{c} 0,01 + j0,03 \\ \downarrow \\ 0,031 \angle 71,565^\circ \\ \downarrow \\ 17,98 \angle 58,565^\circ \end{array} \right) (580 \angle -13^\circ) + 230 = 239,4 + j15,34$$

$$\boxed{\bar{V}_s = 239,4 + j15,34 \text{ V} = 240 \angle 3,66^\circ \text{ V}}$$

Méthode du bilan de puissance

Les puissance mise en jeu dans les lignes sont :

$$\begin{cases} P_{\text{ligne}} = R_{\text{ligne}} \times I_S^2 = 0,01 \times 580^2 = 3364 \text{ W} \\ Q_{\text{ligne}} = X_{\text{ligne}} \times I_S^2 = 0,03 \times 580^2 = 10092 \text{ var} \end{cases}$$

Ce qui donne le bilan totale vue de la source :

$$\begin{cases} P_S = P_{\text{ligne}} + P_{at} = 3,364 + 130 = 133,364 \text{ kW} \\ Q_S = Q_{\text{ligne}} + Q_{at} = 10,092 + 30 \text{ var} = 40,092 \text{ kvar} \end{cases}$$

En termes de puissance S , on obtient :

$$S_S = \sqrt{P_S^2 + Q_S^2} = \sqrt{(133,364)^2 + (40,092)^2} = 139,26 \text{ kVA}$$

Finalement la tension de source s'obtient comme suit :

$$V_S = \frac{S_S}{I_S} = \frac{139,26 \times 1000}{580} = \boxed{240,1 \text{ V}}$$

Partie 2 : Étude de l'installation avec compensation.

7. On voudrait compenser à 100 % cette installation.

a. Valeur du condensateur de compensation. 0,5 point

L'apport du condensateur sera dans ce cas de : 30 kVar ce qui donne alors :

$$C = \frac{-Q_C}{V_{ch}^2 \times \omega} = \frac{30 \times 1000}{230^2 \times 377} = 1,5 \times 10^{-3} \Rightarrow \boxed{C = 1,5 \text{ mF}}$$

- b. Après avoir rajouté ce condensateur, calcul de la nouvelle valeur efficace du courant fourni par la source. 0,5 point

$$S = P = 130 \text{ kW}$$

Ce qui donne :

$$I_S = \frac{S}{V_{ch}} = \frac{130 \times 1000}{230} = \boxed{565,22 \text{ A}}$$

- c. Calculer la diminution des pertes dans le câble d'alimentation. 0,5 point

$$\text{Pertes} = R_{\text{ligne}} \times I_S^2 = 0,01 \times 565,22^2 = 3194,74 \text{ W}$$

$$\Rightarrow \Delta \text{Pertes} = 3364 - 3194,74 = 169,26 \text{ W}$$

- d. Gain réalisé si le kWh coûte 0,75 \$? 0,5 point

$$\text{Gain} = 0,75 \times 250 \times 24 \times \frac{169,26}{1000} = 761,67 \text{ \$} \Rightarrow \boxed{\text{Gain} = 761,67 \text{ \$}}$$