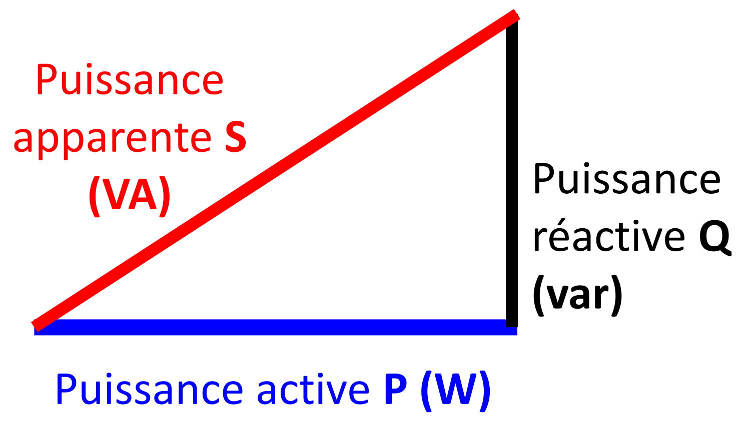
COURS 6: Installations électriques triphasées

Partie 1: phaseurs.

Partie 2: Analyse avec le bilan de puissance



$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{3}\, V_L . I_L$$

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL
UNIVERSITÉ D'INGÉNIERIE

Plan du cours

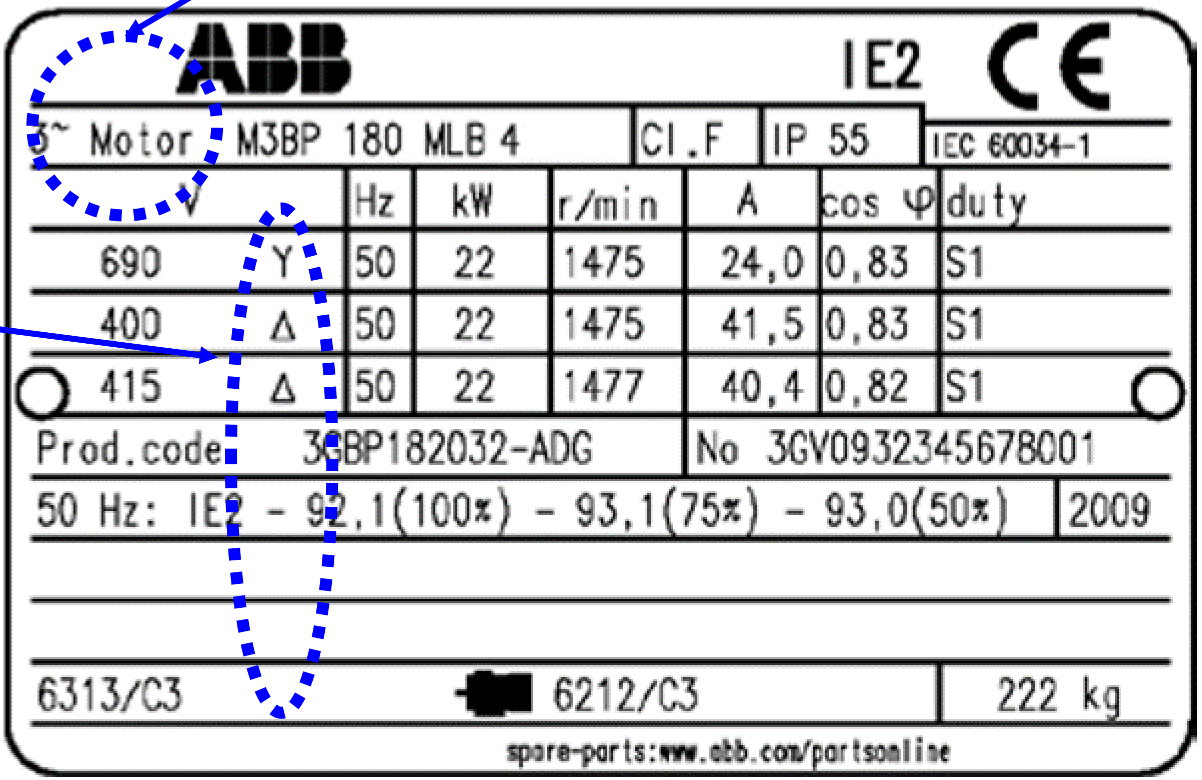
- ❑ Mise en situation et définitions
- ❑ Description et analyse d'un circuit triphasé
- ❑ Bilan de puissance dans une installation triphasée
- ❑ Conclusion

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL
UNIVERSITÉ D'INGÉNIERIE

Mise en situation: Plaque signalétique d’un moteur triphasé

Symbole du triphasé

Couplages étoile ou triangle du moteur selon la source triphasée (un des objectifs du cours)



90 % des moteurs industriels sont triphasés

Mise en situation: Avantages du système triphasé % au monophasé

- La puissance ne devient jamais nulle dans un système triphasé (voir équation 6.29 notes de cours).

- Un moteur triphasé est **1.5 fois** plus puissant qu'un moteur monophasé (Cours 8 à venir).

- La production d'un champ magnétique tournant utile pour le fonctionnement des moteurs en courant alternatif est beaucoup de plus simple (Cours 8 à venir).

- Transport de l'énergie avec **3 fils seulement** alors qu'il en faudrait 6 fils de plus grosses sections en monophasé.

- Le triphasé permet de créer un potentiel neutre en associant 3 phases

Mise en situation : Quelques définitions

- **Système polyphasé**: ensemble de q grandeurs (tensions ou courants) sinusoïdales de même fréquence, déphasées les unes par rapport aux autres.

- **Système symétrique**: si les valeurs efficaces des grandeurs sinusoïdales sont égales et si le déphasage entre deux grandeurs consécutives vaut $2\pi k/q$,
  - k : ordre de succession des phases, est égal au nombre d'arcs $2\pi k/q$ correspondant au déphasage de deux grandeurs de numéros consécutifs.
  - q : nombre de phases.

- **Séquence de phase**: Ordre dans lequel se succèdent les tensions d'un système triphasé

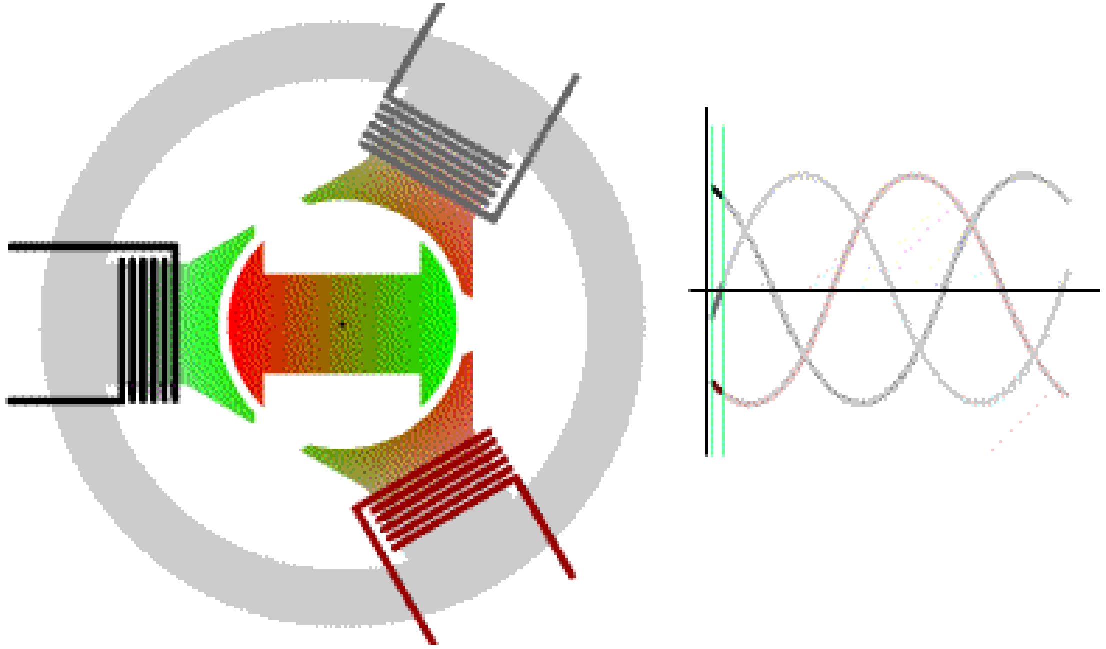
- **Phase** : Circuit monophasé faisant partie d'un système polyphasé.

Exemple: Système triphasé

- ✓ Nombre de phases : $q = 3$
- ✓ Ordre de succession des phases : $k = 1,2,3$
- ✓ Déphasage entre 1 et 2 : $\frac{2\pi}{3} = 120°$
- ✓ Déphasage entre 2 et 3 : $\frac{2\pi \times 2}{3} = 240°$

Mise en situation: production d’une source triphasée

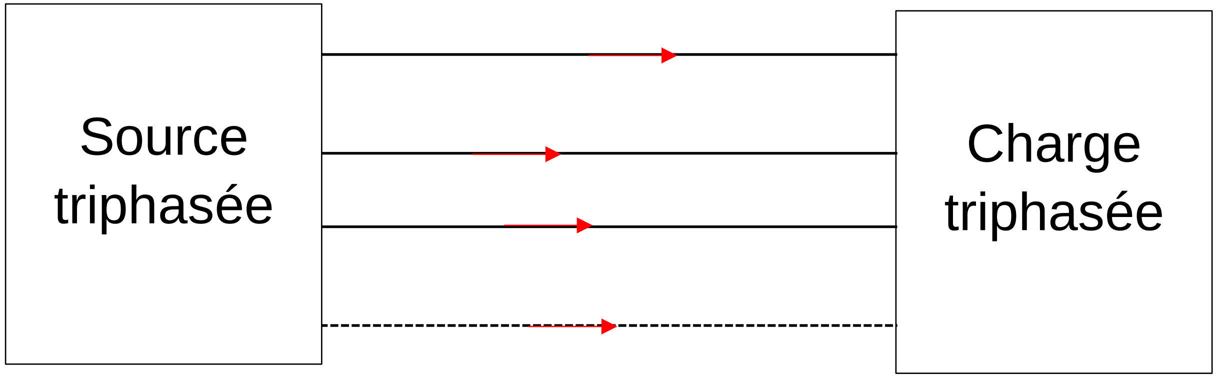
Pour cela, on utilise un alternateur dont le principe de fonctionnement est basé sur le phénomène d’induction. **Trois enroulements** décalés physiquement de $120°$ les uns par rapport aux autres sont soumis à un **champ magnétique** généré par un électroaimant comme montré ci-contre.



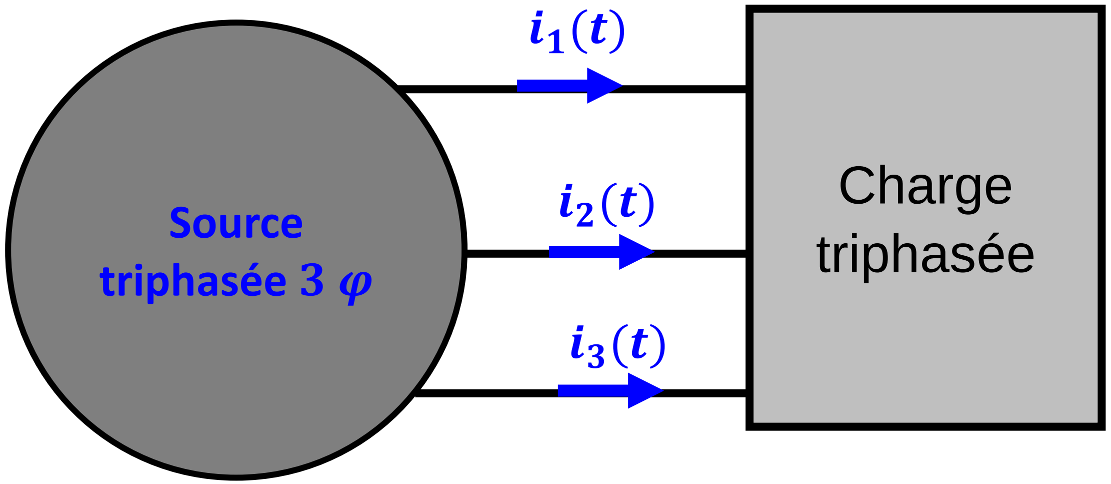
Source: https://www.tecnipass.com/img-cours/alternateur-triphase-aimant.gif

Description et analyses d'un circuit triphasé: Définition

Le circuit triphasé comportera une ou des **sources**, des charges et des conducteurs pour le raccordement des deux parties.



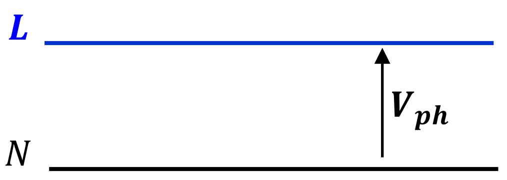
Un circuit triphasé est alors l'ensemble constitué de **trois tensions triphasées** référencées par rapport à un point neutre N et d'une **charge triphasée** parcourue par trois courants sinusoïdaux.



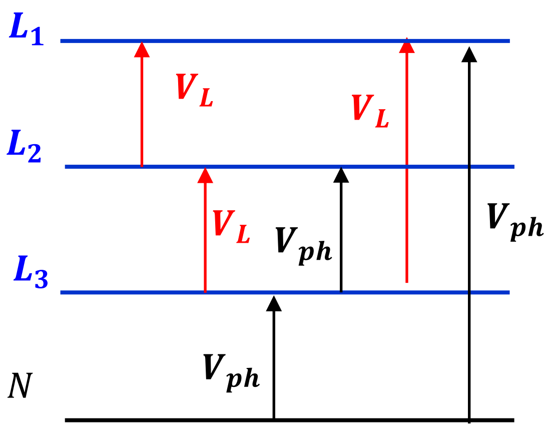
Le circuit est **équilibré** lorsque les **charges** et les **tensions de sources sont équilibrées.**

Description et analyses d'un circuit triphasé: La source 3φ

- Une **source monophasée** est constituée d'une phase L et du neutre N.
- Une **source triphasée** est l'**équivalent de trois sources monophasées**; elle est constituée de trois phases L_1, L_2 et L_3 et du neutre N.



Source monophasée



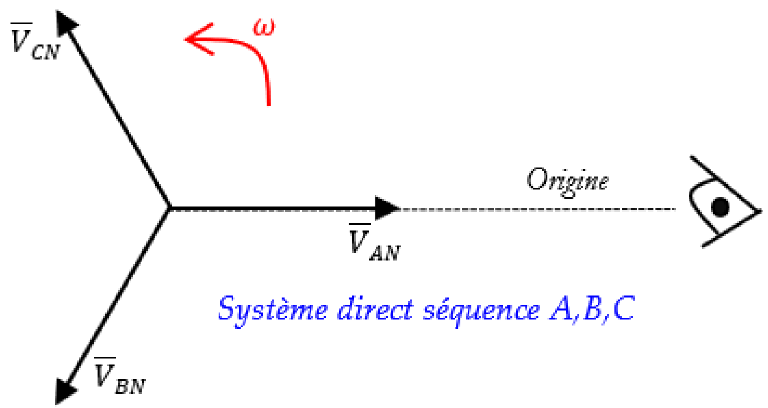
Source triphasée

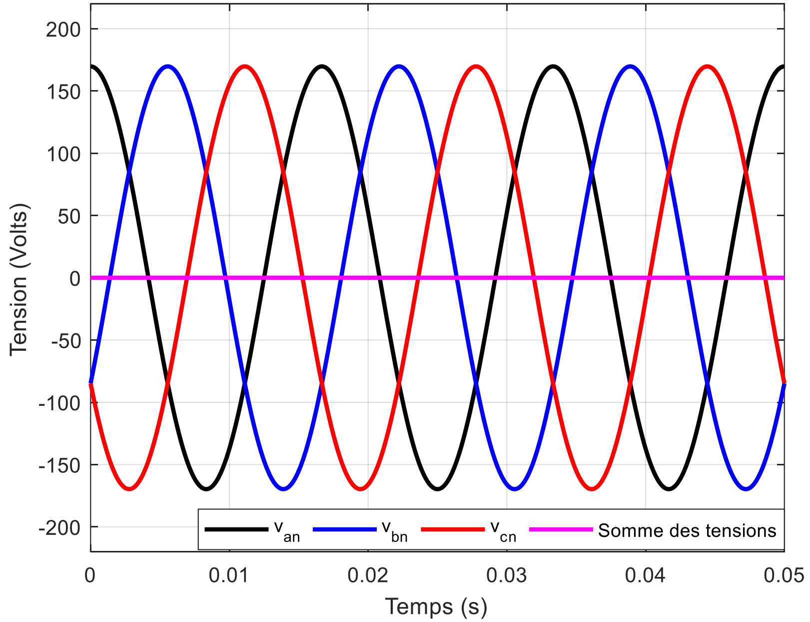
- La tension entre deux phases ou deux lignes est appelée **tension de ligne** et notée V_L (valeur efficace)
- La tension entre une phase et le neutre est appelée **tension Ligne-Neutre ou tension de phase** et notée V_{ph} pour sa valeur efficace.

Description et analyses d'un circuit triphasé: La source 3φ

Les trois tensions de phase triphasée ont même tension efficaces et sont **déphasées de 120 °** l'une par rapport à l'autre. Elles ont pour expressions temporelle : (***séquence directe***)

$$\begin{cases} v_{AN}(t) = V_{AN}\sqrt{2}\cos(\omega t) \\ v_{BN}(t) = V_{BN}\sqrt{2}\cos(\omega t - 120°) \\ v_{CN}(t) = V_{CN}\sqrt{2}\cos(\omega t - 240°) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overline{V}_{AN} = V_{AN}\angle 0° \\ \overline{V}_{BN} = V_{BN}\angle -120° \\ \overline{V}_{CN} = V_{CN}\angle -240° \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overline{V}_{AN} = V_{AN}\angle 0° \\ \overline{V}_{BN} = V_{BN}\angle -120° \\ \overline{V}_{CN} = V_{CN}\angle +120° \end{cases}$$





Pour un observateur placé sur l'origine, on verra dans l'ordre se succéder dans le sens trigonométrique $\overline{V}_{AN}, \overline{V}_{BN}, \overline{V}_{CN}$

Description et analyses d'un circuit triphasé: La source 3φ

$$\begin{cases} v_{AN}(t) = V_{AN}\sqrt{2}\cos(\omega t) \\ v_{BN}(t) = V_{BN}\sqrt{2}\cos(\omega t - 120°) \\ v_{CN}(t) = V_{CN}\sqrt{2}\cos(\omega t - 240°) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overline{V}_{AN} = V_{AN}\angle 0° \\ \overline{V}_{BN} = V_{BN}\angle -120° \\ \overline{V}_{CN} = V_{CN}\angle +120° \end{cases}$$

En utilisant la méthode des phaseurs, on peut évaluer la somme des trois tensions de la source triphasée équilibrée comme suit :

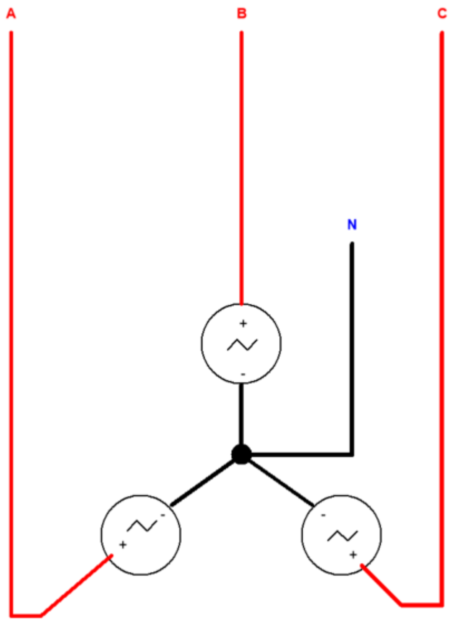
$$\overline{V}_{AN} + \overline{V}_{BN} + \overline{V}_{CN} = \underbrace{V_{AN}}_{\Downarrow \atop V_{ph}}\angle 0° + \underbrace{V_{BN}}_{\Downarrow \atop V_{ph}}\angle -120° + \underbrace{V_{CN}}_{\Downarrow \atop V_{ph}}\angle +120°$$

$$\Rightarrow \overline{V}_{AN} + \overline{V}_{BN} + \overline{V}_{CN} = V_{ph}\underbrace{(1\angle 0° + 1\angle -120° + 1\angle +120)}_{\Downarrow \atop 0} = \boxed{0}$$

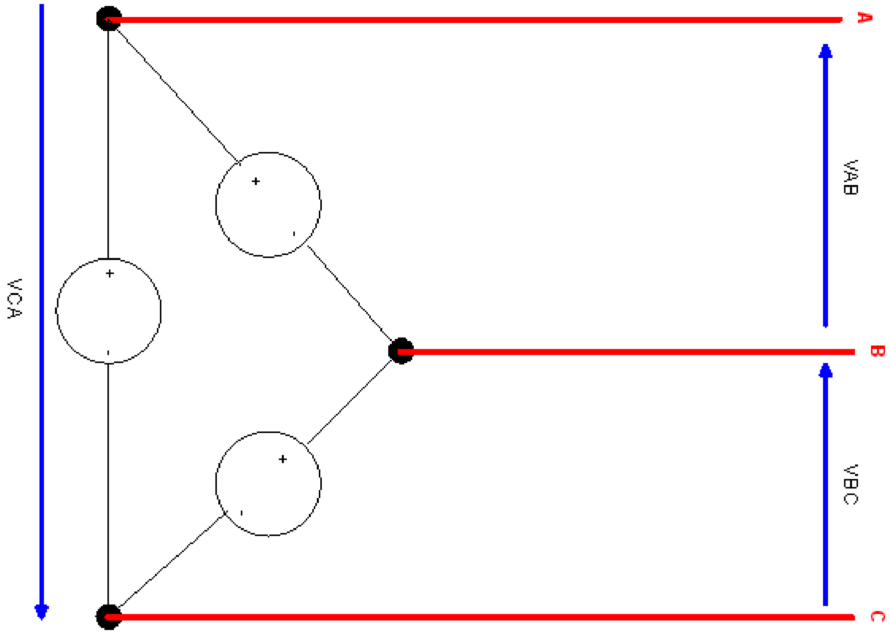
Conclusion: La somme des tensions d'une source triphasée équilibrée connectée en étoile est nulle.

Analyses d'un circuit triphasé: couplage de la source 3φ

Lorsque les phases d'un système ne sont pas liées entre elles, on parle d'un système non lié. Seuls les systèmes liés sont utilisés et considérés dans ce qui suit. On distinguera le couplage **étoile (Y)** du couplage en **triangle (Δ)**.



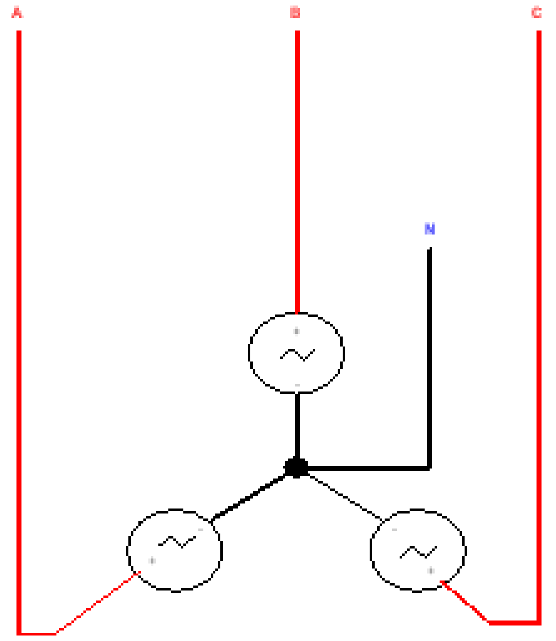
Couplage étoile

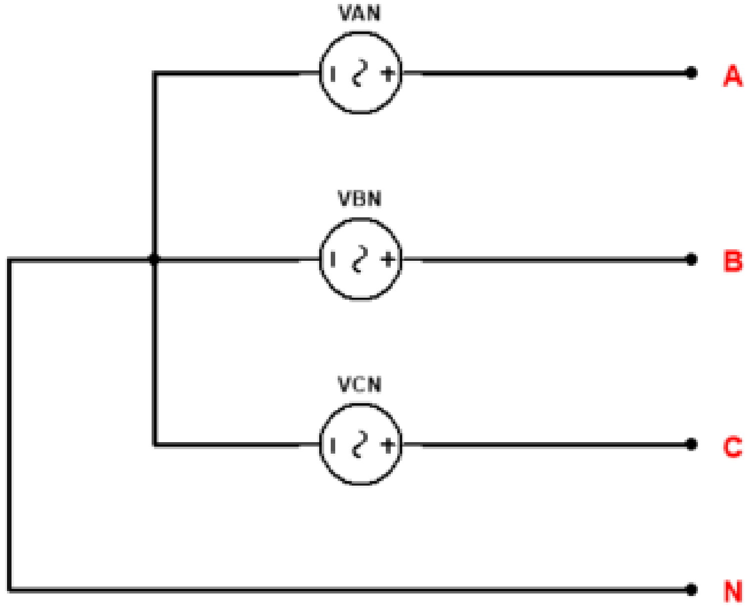


Couplage triangle

Analyses d'un circuit triphasé: La source 3φ en étoile (Y)

Dans les analyses qui suivent, il est considéré le système triphasé **équilibré**. On obtient le couplage étoile Y ou Wye de manière à avoir le même point commun **N** comme montré ci-dessous. C'est le mode de couplage le plus utilisé au niveau de la source.



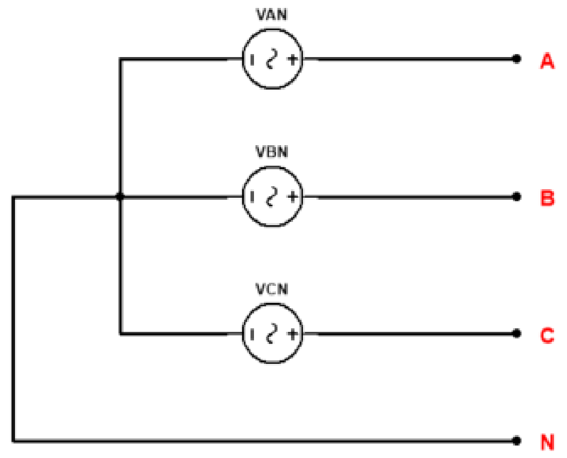


Analyses d'un circuit triphasé: La source 3φ en étoile (Y)

Rappel sur la somme des trois tensions de phase de la source 3φ

$$\overline{V}_{AN} + \overline{V}_{BN} + \overline{V}_{CN} = \underbrace{V_{AN}}_{\Downarrow \; V_{ph}} \angle 0° + \underbrace{V_{BN}}_{\Downarrow \; V_{ph}} \angle -120° + \underbrace{V_{CN}}_{\Downarrow \; V_{ph}} \angle +120°$$

$$\Rightarrow \overline{V}_{AN} + \overline{V}_{BN} + \overline{V}_{CN} = V_{ph} \underbrace{\left(1\angle 0° + 1\angle -120° + 1\angle +120\right)}_{\Downarrow \; 0} = \boxed{0}$$



Cette tension représente le *triple de la tension du point neutre*. On tire alors la conclusion suivante :

"Le point neutre dans un système triphasé équilibré connecté en étoile est tel que

$\boxed{\overline{V}_N = 0}$"

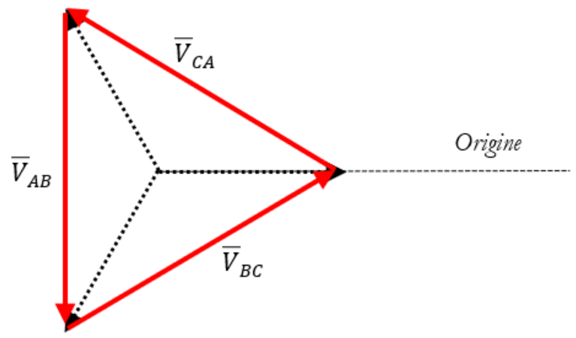
Analyses d'un circuit triphasé: Tension de phase et tension de ligne

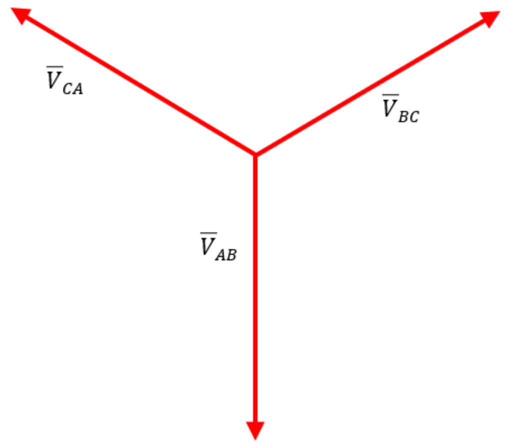
Rappel

- La tension entre chaque ligne et le neutre est appelée **tension de phase de valeur efficace :** $\boldsymbol{V_{\mathrm{ph}}}$
- La tension entre deux lignes est appelée **tension de ligne de valeur efficace** $\boldsymbol{V_L}$

$$\begin{cases} \overline{V}_{AB} = \overline{V}_A - \overline{V}_B \\ \overline{V}_{BC} = \overline{V}_B - \overline{V}_C \\ \overline{V}_{CA} = \overline{V}_C - \overline{V}_A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overline{V}_{AB} = V_{ph} - V_{ph}\angle -120° = V_{ph} - V_{ph}\left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \boxed{V_{ph}\sqrt{3}\angle 30°} \\ \overline{V}_{BC} = \left(V_{ph}\angle -120°\right) - \left(V_{ph}\angle +120°\right) = \boxed{V_{ph}\sqrt{3}\angle -90°} \\ \overline{V}_{CA} = \left(V_{ph}\angle +120°\right) - \left(V_{ph}\angle 0°\right) = \boxed{V_{ph}\sqrt{3}\angle +150°} \end{cases}$$

Remarque 1: Les trois tensions de ligne $\overline{V}_{AB}, \overline{V}_{BC}$ et $\overline{V}_{CA}$ forment un système triphasé équilibré direct.





Analyses d'un circuit triphasé: Tension de phase et tension de ligne

$$\begin{cases} \overline{V}_{AB} = \overline{V}_A - \overline{V}_B \\ \overline{V}_{BC} = \overline{V}_B - \overline{V}_C \\ \overline{V}_{CA} = \overline{V}_C - \overline{V}_A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overline{V}_{AB} = V_{ph} - V_{ph}\angle -120° = V_{ph} - V_{ph}\left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \boxed{V_{ph}\sqrt{3}\angle 30°} \\ \overline{V}_{BC} = \left(V_{ph}\angle -120°\right) - \left(V_{ph}\angle +120°\right) = \boxed{V_{ph}\sqrt{3}\angle -90°} \\ \overline{V}_{CA} = \left(V_{ph}\angle +120°\right) - \left(V_{ph}\angle 0°\right) = \boxed{V_{ph}\sqrt{3}\angle +150°} \end{cases}$$

- **Remarque 2**: Relation entre les valeurs efficaces.

$$V_L = \sqrt{3}V_{ph}$$

- **Remarque 3**: Déphasage par rapport à $\overline{V}_{AN}$

✓ $\overline{V}_{AB}$ est en avance de $30°$ par rapport à $\overline{V}_{AN}$

✓ $\overline{V}_{BC}$ est en retard de $90°$ par rapport à $\overline{V}_{AN}$

✓ $\overline{V}_{CA}$ est en avance de $150°$ par rapport à $\overline{V}_{AN}$

Analyses d’un circuit triphasé: Tension de phase et tension de ligne

- **Remarque 4**: Déphasage entre tensions de ligne et tensions de phase correspondante :

$$\begin{cases} \overline{V}_{AN} = V_{ph}\angle 0° \\ \overline{V}_{BN} = V_{ph}\angle -120° \\ \overline{V}_{CN} = V_{ph}\angle +120° \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overline{V}_{AB} = V_{ph}\sqrt{3}\angle 30° \\ \overline{V}_{BC} = V_{ph}\angle -90° \\ \overline{V}_{CA} = V_{ph}\sqrt{3}\angle +150° \end{cases}$$

- ✓ $\overline{V}_{AB}$ est en avance de 30° par rapport à $\overline{V}_{AN}$.
- ✓ $\overline{V}_{BC}$ est en avance de 30° par rapport à $\overline{V}_{BN}$.
- ✓ $\overline{V}_{CA}$ est en avance de 30° par rapport à $\overline{V}_{CN}$.

Les tensions de ligne sont alors en avance de 30° par rapport aux tensions de phases correspondantes.

Analyses d'un circuit triphasé: Tension de phase et tension de ligne

- Sauf **indication contraire**, la tension donnée pour une ligne triphasée est sa **tension de ligne**. Exemple une ligne triphasée de 208-60 Hz signifie que la tension de ligne est :

$$V_L = 208\,V \;\Rightarrow V_{ph} = \frac{V_L}{\sqrt{3}} \approx 120\,V$$

- Sauf **indication contraire** la source est toujours **couplée en étoile**.

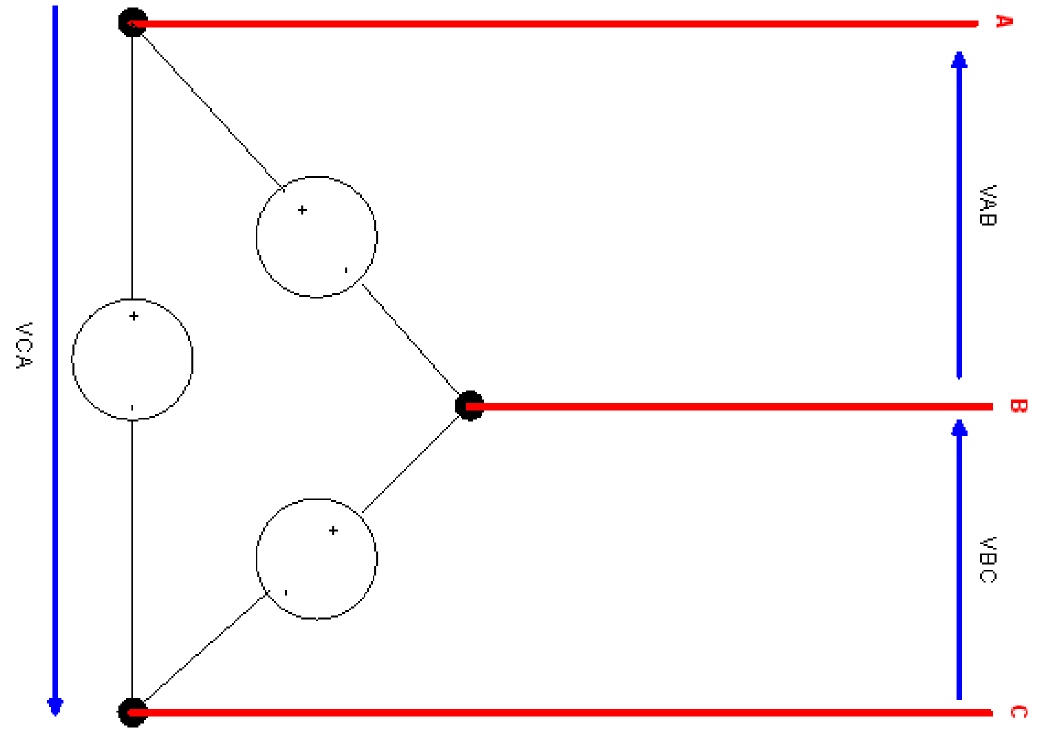
Dans certains cas, les deux niveaux de tensions dans le réseau sont fournis sous la forme : V_{ph}/V_L.

Exemple : réseau triphasé de $230\,V\,/400\,V$ cela signifie que :

$$\begin{cases} V_{ph} = 230\,V \\ V_L = 400\,V \end{cases} \Rightarrow \frac{V_L}{V_{ph}} = \frac{400}{230} \approx \sqrt{3}$$

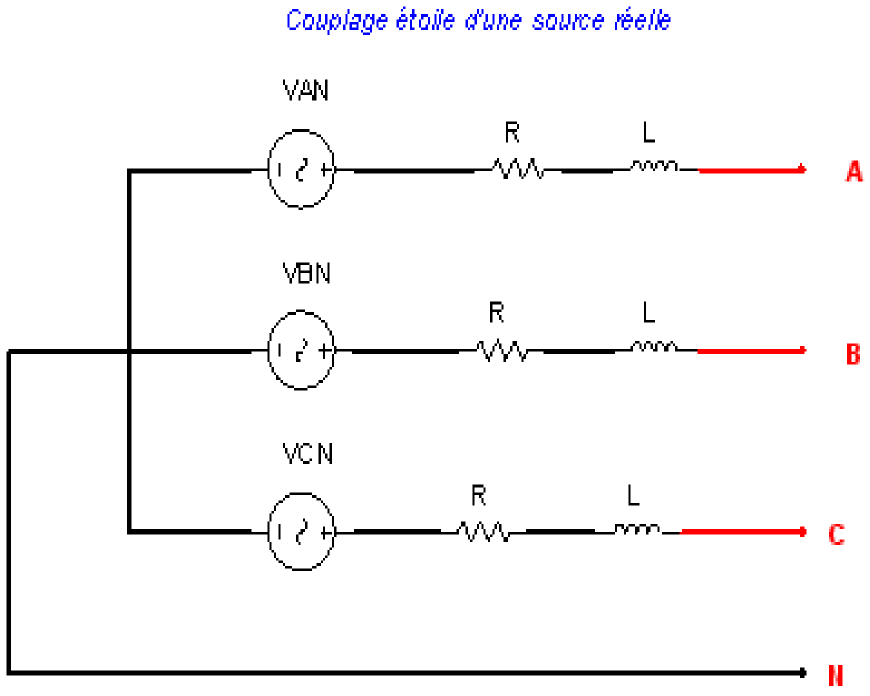
Analyses d’un circuit triphasé: Couplage triangle (Δ) de la source

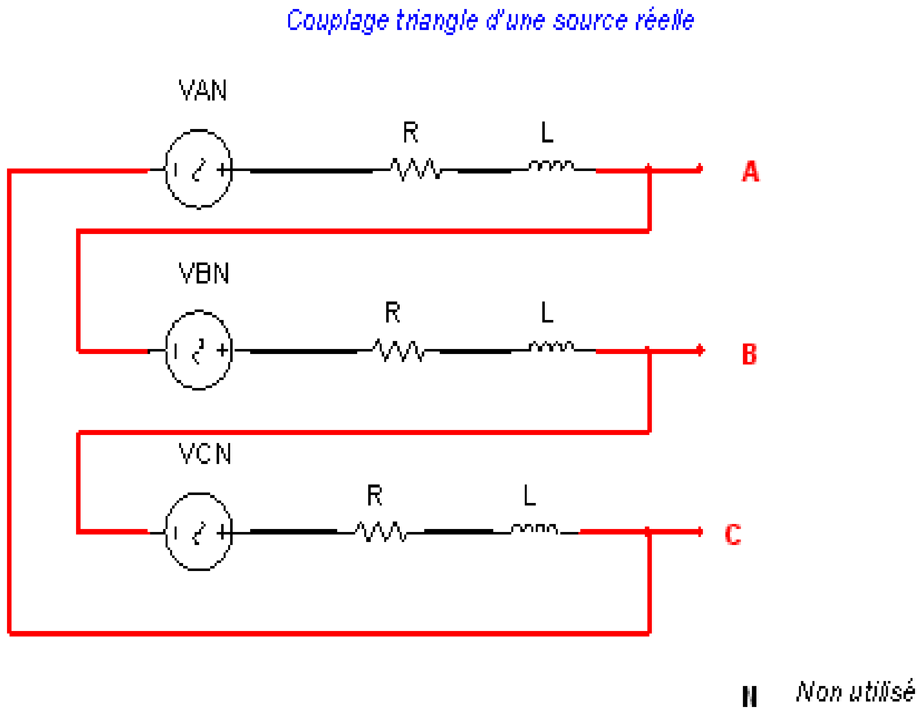
Dans ce cas, les lignes sont raccordées ensemble et le neutre n’est pas utilisé.



Analyses d'un circuit triphasé: Couplages Y et (Δ) des sources réelles

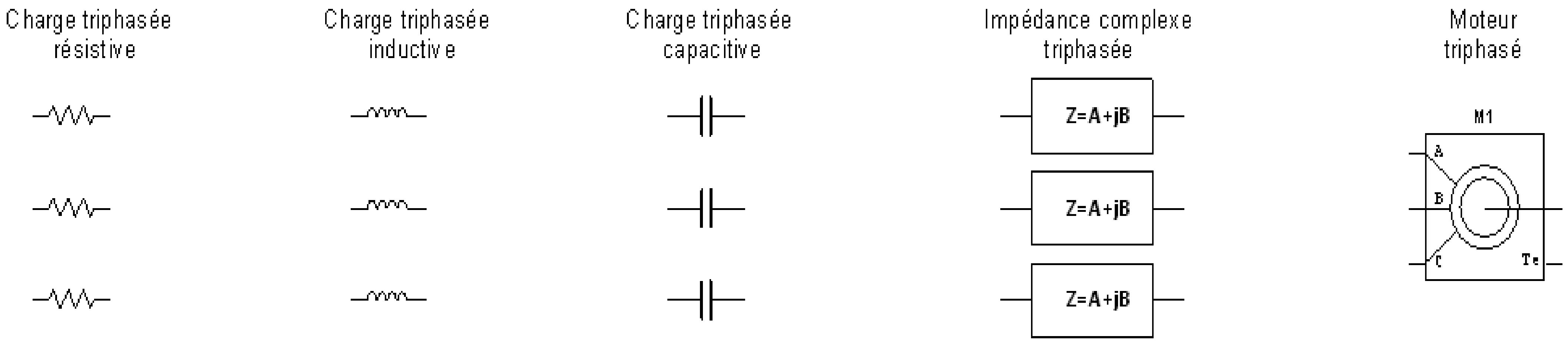
À cause des bobines, l'impédance interne des générateurs triphasés est **inductive,** les couplages des sources réelles en Y ou en Δ sont montrées ci-dessous.





Analyses d'un circuit triphasé: La charge triphasée

La charge triphasée est constituée de **trois charges monophasées** d'impédances complexes $\overline{Z}_1, \overline{Z}_2$ et $\overline{Z}_3$. Si les charges sont identiques avec $\overline{Z}_1 = \overline{Z}_2 = \overline{Z}_3 = \overline{Z} = Z\angle\varphi$, et la source équilibrée, on a un **système triphasé équilibré**. On pourrait avoir les cas ci-dessous.



Analyses d'un circuit triphasé: Courant de lignes et courants de phase (Y)

- Les **courants de lignes** sont des courants *traversant chaque conducteur de ligne*. On les dénote $\bar{I}_{L_A}$, $\bar{I}_{L_B}$ et $\bar{I}_{L_C}$.
- Le courant de ligne dans le neutre vaut:

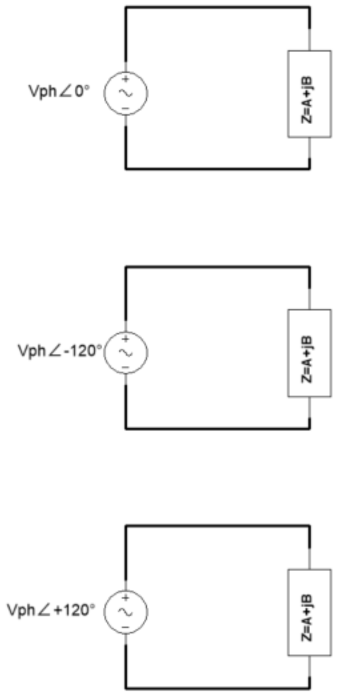
$$\bar{I}_N = \bar{I}_{L_A} + \bar{I}_{L_B} + \bar{I}_{L_C}$$

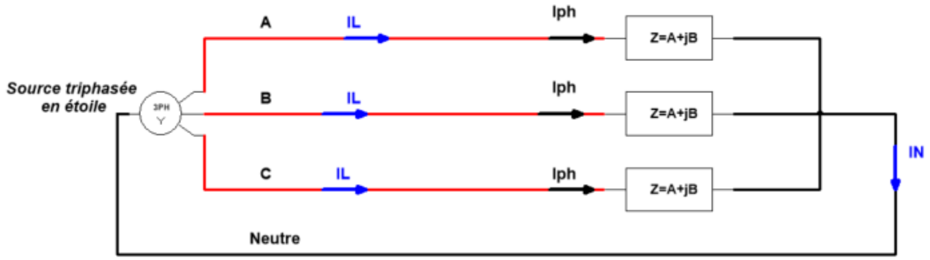
- Les **courants des phases** sont ceux qui *traversent chacune des charges élémentaires de la charge triphasée*. On les dénotera par $\bar{I}_{ph_A}$, $\bar{I}_{ph_B}$ et $\bar{I}_{ph_C}$.
- Les relations entre les courants de ligne et les courants de phase diffèrent selon le mode de connexion de la charge triphasée au réseau triphasé.

- Dans un circuit triphasé **équilibré**, les trois courants de ligne et de phase ont la même valeur efficace que l'on dénotera simplement par I_L (courant de ligne) et par I_{ph} (courant de phase).

- Chacune des trois tensions de phase (ligne-neutre) est connectée à l'une des trois impédances.
- **Le courant dans chaque ligne est le même que celui qui traverse la phase correspondante**. Les impédances étant identiques, posons alors : $\overline{Z}_1 = \overline{Z}_2 = \overline{Z}_3 = \overline{Z}_\Delta = \overline{Z}_Y$.

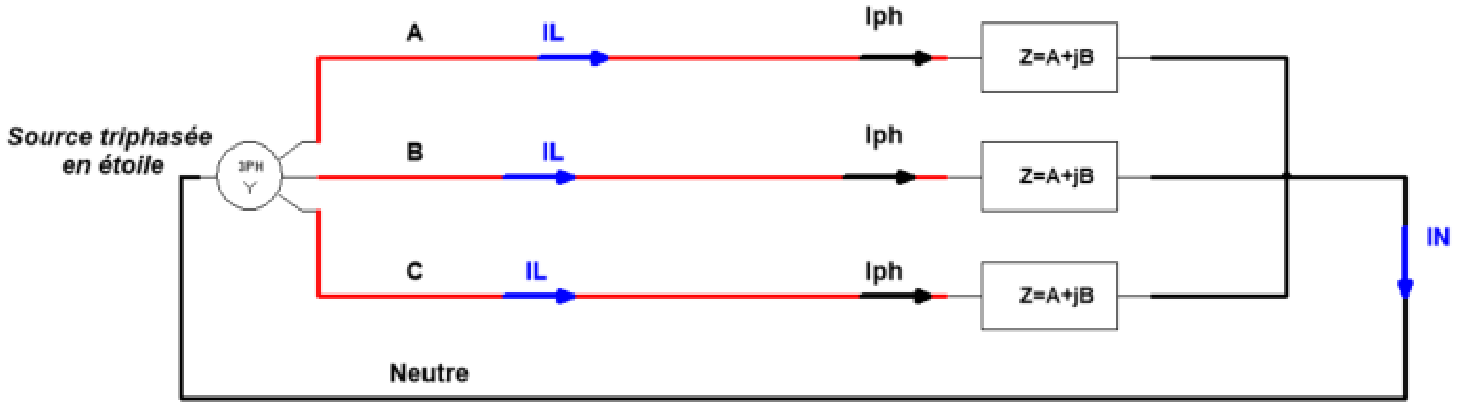
$$\overline{I}_{L_i} = \frac{\overline{V}_{iN}}{\overline{Z}_Y}$$





Courant dans le fil neutre dans le cas d’un couplage étoile:

$$\begin{cases} \bar{I}_{L_A} = \dfrac{\bar{V}_{AN}}{\bar{Z}_Y} \\ \bar{I}_{L_B} = \dfrac{\bar{V}_{BN}}{\bar{Z}_Y} \\ \bar{I}_{L_C} = \dfrac{\bar{V}_{CN}}{\bar{Z}_Y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \bar{I}_{L_A} = \dfrac{V_{ph}\angle 0°}{\bar{Z}_Y} \\ \bar{I}_{L_B} = \dfrac{V_{ph}\angle -120°}{\bar{Z}_Y} \\ \bar{I}_{L_C} = \dfrac{V_{ph}\angle +120°}{\bar{Z}_Y} \end{cases} \Rightarrow \bar{I}_N = \dfrac{V_{ph}\angle 0° + V_{ph}\angle -120° + V_{ph}\angle +120°}{\bar{Z}_Y} = \boxed{0}$$



Note : Le courant dans le fil de neutre est nul à cause de l’équilibre des charges.

Exemple d'application 1: Calculez les **phaseurs** des tensions de phase au niveau de la charge et ceux des **courants de ligne** dans un couplage étoile-étoile (source étoile-charge étoile). Le système est équilibré et la séquence des phases est directe.

Données : La tension de la ligne triphasée de $\overline{V}_{AB} = 208\angle 0\,°\,V$ et l'impédance de charge par phase est de $\overline{Z} = 4 + j3\ \Omega$.

Solution de l'exemple

✓ **Tensions de phases**: Valeur efficace

$$V_{ph} = \frac{208}{\sqrt{3}} = 120\ V$$

Angle: $\overline{V}_{AB}$ est en avance de 30° par rapport à $\overline{V}_{AN}$ et $\overline{V}_{AN}, \overline{V}_{BN}$ et $\overline{V}_{CN}$ forment un système triphasé équilibré direct.

$$\overline{V}_{AN} = 120\angle -30° \Rightarrow \begin{cases} \overline{V}_{BN} = 120\angle(-30-120)° \\ \overline{V}_{CN} = 120\angle(-30+120)° \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} \overline{V}_{AN} = 120\angle -30° \\ \overline{V}_{BN} = 120\angle -150° \\ \overline{V}_{BN} = 120\angle 90° \end{cases}}$$

✓ **Courants dans la charge**

$$\overline{Z} = 4 + j3\ \Omega = 5\angle 36{,}87°\ \Omega$$

$$\begin{cases} \overline{I}_{L_A} = \dfrac{\overline{V}_{AN}}{\overline{Z}} = \dfrac{120\angle -30°}{5\angle 36{,}87°} = \boxed{24\angle -66{,}87\,°\,A} \\ \overline{I}_{L_B} = \dfrac{\overline{V}_{BN}}{\overline{Z}} = \dfrac{120\angle -150°}{5\angle 36{,}87°} = \boxed{24\angle -186{,}87\,°\,A} \\ \overline{I}_{L_C} = \dfrac{\overline{V}_{CN}}{\overline{Z}} = \dfrac{120\angle 90°}{5\angle 36{,}87°} = \boxed{24\angle 53{,}13\,°\,A} \end{cases}$$

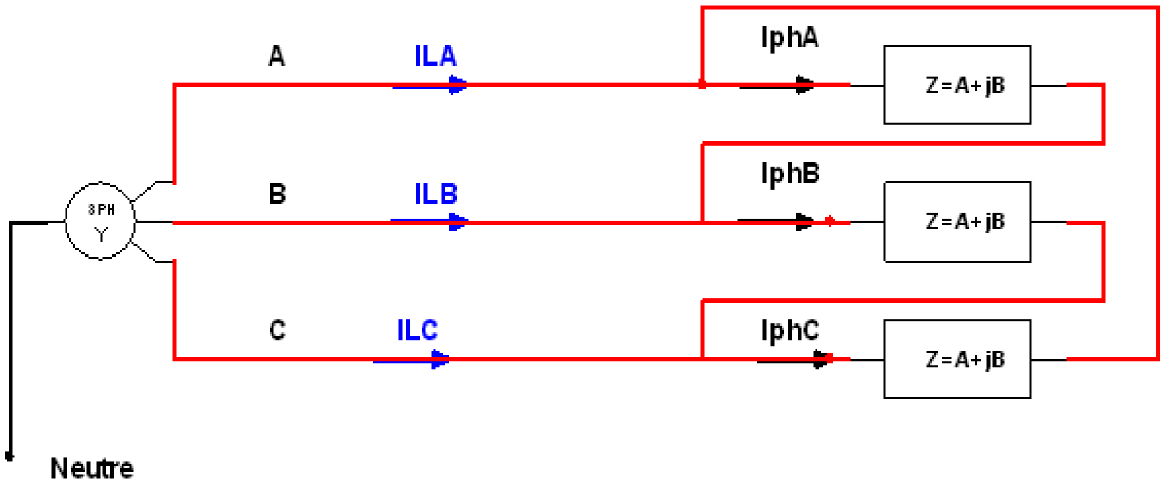
- Chacune des trois tensions de ligne (ligne-ligne) est connectée à l'une des trois impédances.

- Les impédances étant identiques posons : $\overline{Z}_1 = \overline{Z}_2 = \overline{Z}_3 = \overline{Z}_\Delta$.

- Les courants de phase $\overline{I}_{ph_A}, \overline{I}_{ph_B}$ et $\overline{I}_{ph_C}$ sont différents des courants de ligne $\overline{I}_{L_A}, \overline{I}_{L_B}$ et $\overline{I}_{L_C}$ dans cette configuration.

- Loi d'Ohm

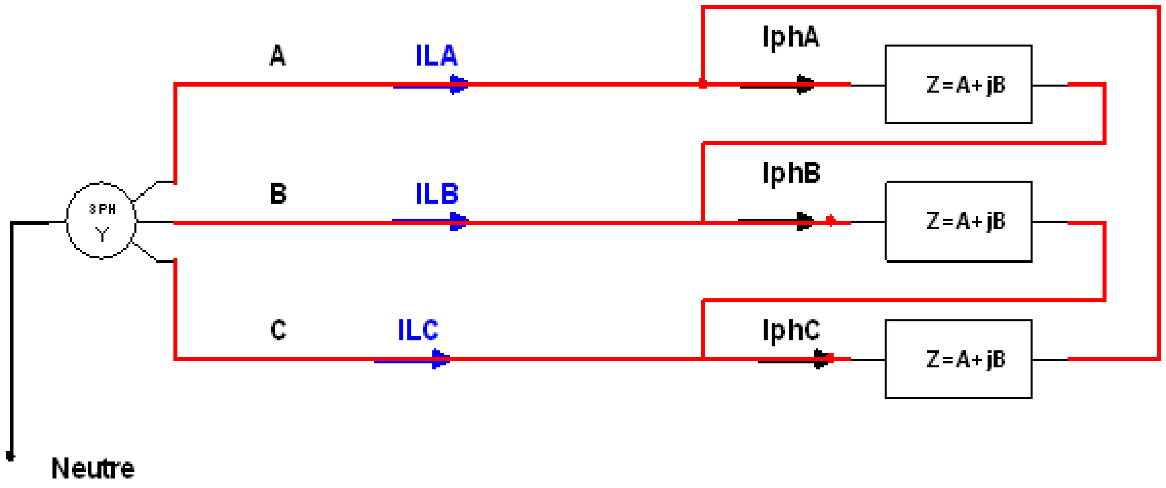
$$\begin{cases} \overline{I}_{ph_1} = \dfrac{\overline{V}_{AB}}{\overline{Z}_\Delta} \\ \overline{I}_{ph_2} = \dfrac{\overline{V}_{BC}}{\overline{Z}_\Delta} \\ \overline{I}_{ph_3} = \dfrac{\overline{V}_{CA}}{\overline{Z}_\Delta} \end{cases}$$



Analyses d'un circuit triphasé: Couplage triangle de la charge triphasée

- Loi d'Ohm

$$\begin{cases} \overline{I}_{ph_A} = \dfrac{\overline{V}_{AB}}{\overline{Z}_\Delta} = \dfrac{\overline{V}_{AB}}{Z_\Delta \angle \varphi} \\ \overline{I}_{ph_B} = \dfrac{\overline{V}_{BC}}{\overline{Z}_\Delta} = \dfrac{\overline{V}_{BC}}{Z_\Delta \angle \varphi} \\ \overline{I}_{ph_C} = \dfrac{\overline{V}_{CA}}{\overline{Z}_\Delta} = \dfrac{\overline{V}_{CA}}{Z_\Delta \angle \varphi} \end{cases}$$



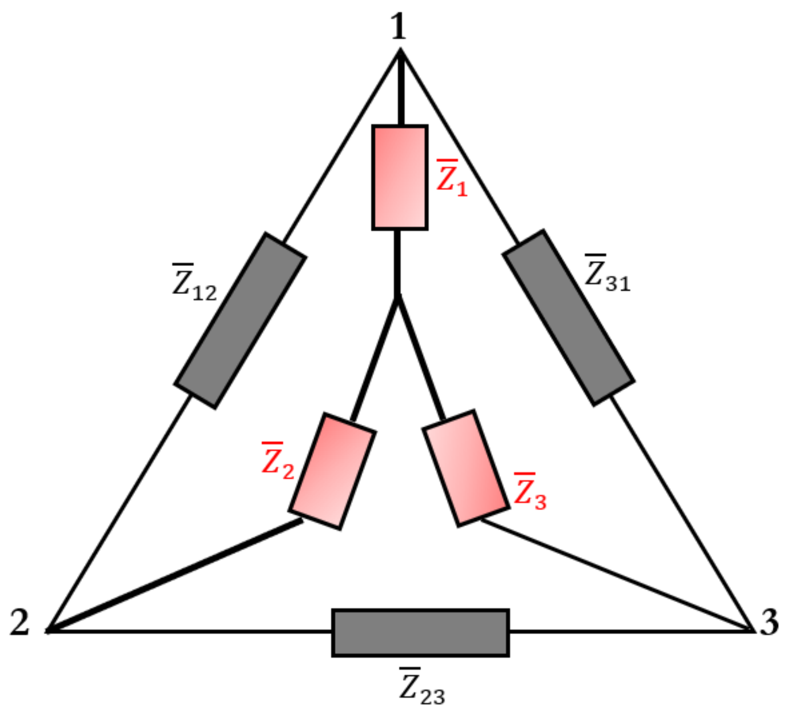
- En choisissant $\overline{V}_{AB}$ comme référence de tension

$$\begin{cases} \overline{V}_{AB} = V_L \angle 0° \\ \overline{V}_{BC} = V_L \angle -120° \\ \overline{V}_{CA} = V_L \angle +120° \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overline{I}_{ph_A} = \dfrac{V_L}{Z_\Delta} \angle -\varphi \\ \overline{I}_{ph_B} = \dfrac{V_L}{Z_\Delta} \angle -120° - \varphi \\ \overline{I}_{ph_C} = \dfrac{V_L}{Z_\Delta} \angle 120° - \varphi \end{cases}$$

- Loi des nœuds $\begin{cases} \overline{I}_{L_A} = \overline{I}_{ph_A} - \overline{I}_{ph_C} \\ \overline{I}_{L_B} = \overline{I}_{ph_B} - \overline{I}_{ph_A} \\ \overline{I}_{L_C} = \overline{I}_{ph_C} - \overline{I}_{ph_B} \end{cases}$

Analyses d'un circuit triphasé: Transformation étoile-triangle

Vue des fils de ligne, on peut procéder à la transformation ci-contre pour simplifier les analyses et ramener le raccordement dans un mode étoile-étoile. Les charges $\overline{Z}_{12}, \overline{Z}_{23}$ et $\overline{Z}_{31}$ sont montées en triangle et le trio de charges $\overline{Z}_1, \overline{Z}_2$ et $\overline{Z}_3$ représente les charges équivalentes en étoile vue des mêmes points.



Analyses d'un circuit triphasé: Transformation étoile-triangle

- Vue des bornes 1 et 2 :

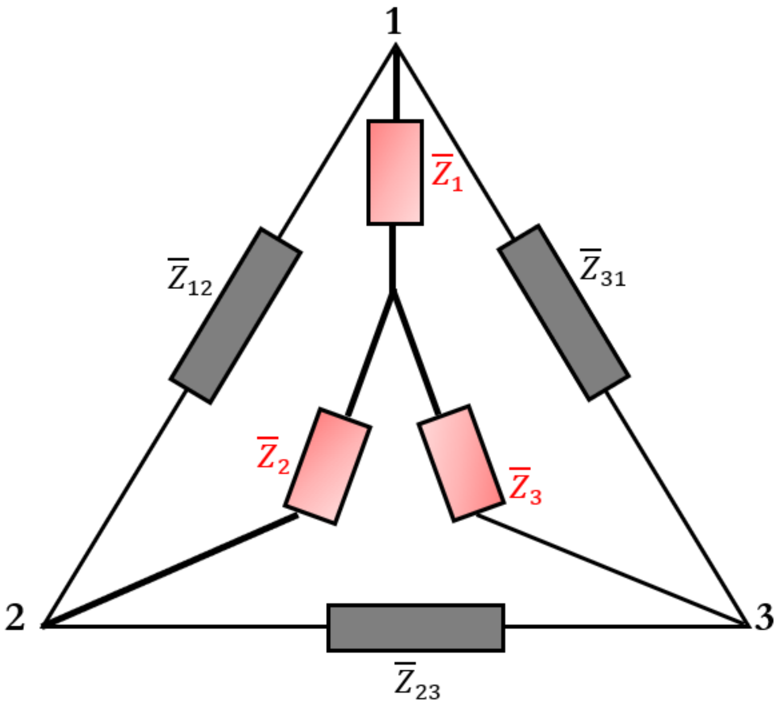
$$\overline{Z}_1 + \overline{Z}_2 = \overline{Z}_{12} \text{ parallèle } \left(\overline{Z}_{31} + \overline{Z}_{23}\right) \Rightarrow \overline{Z}_1 + \overline{Z}_2 = \frac{\overline{Z}_{12}\left(\overline{Z}_{31} + \overline{Z}_{23}\right)}{\overline{Z}_{12} + \overline{Z}_{31} + \overline{Z}_{23}}$$

- Vue des bornes 2 et 3 :

$$\overline{Z}_2 + \overline{Z}_3 = \overline{Z}_{23} \text{ parallèle } \left(\overline{Z}_{12} + \overline{Z}_{31}\right) \Rightarrow \overline{Z}_2 + \overline{Z}_3 = \frac{\overline{Z}_{23}\left(\overline{Z}_{31} + \overline{Z}_{23}\right)}{\overline{Z}_{23} + \overline{Z}_{12} + \overline{Z}_{31}}$$

- Vue des bornes 3 et 1 :

$$\overline{Z}_3 + \overline{Z}_1 = \overline{Z}_{31} \text{ parallèle } \left(\overline{Z}_{12} + \overline{Z}_{23}\right) \Rightarrow \overline{Z}_3 + \overline{Z}_1 = \frac{\overline{Z}_{31}\left(\overline{Z}_{12} + \overline{Z}_{23}\right)}{\overline{Z}_{31} + \overline{Z}_{12} + \overline{Z}_{23}}$$



- En supposant une charge équilibrée c'est-à-dire :

$$\overline{Z}_{12} = \overline{Z}_{23} = \overline{Z}_{31} = \overline{Z}_\Delta \quad \text{et} \quad \overline{Z}_1 = \overline{Z}_2 = \overline{Z}_3 = \overline{Z}_Y$$

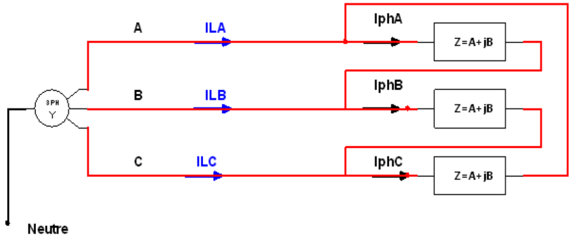
On obtient par les **transformations de Kennelly** les relations suivantes :

$$\overline{Z}_1 + \overline{Z}_2 = \frac{\overline{Z}_{12}\left(\overline{Z}_{31} + \overline{Z}_{23}\right)}{\overline{Z}_{12} + \overline{Z}_{31} + \overline{Z}_{23}} \Rightarrow 2\overline{Z}_Y = \frac{\overline{Z}_\Delta\left(2\overline{Z}_\Delta\right)}{3\overline{Z}_\Delta} \Rightarrow \boxed{\overline{Z}_Y = \frac{\overline{Z}_\Delta}{3} \Rightarrow \overline{Z}_\Delta = 3\overline{Z}_Y}$$

Analyses d'un circuit triphasé: I_L et I_{ph} dans le Couplage Δ

$$\begin{cases} \bar{I}_{L_A} = \dfrac{\bar{V}_{AN}}{\bar{Z}_Y} \\ \bar{I}_{L_B} = \dfrac{\bar{V}_{BN}}{\bar{Z}_Y} \\ \bar{I}_{L_C} = \dfrac{\bar{V}_{CN}}{\bar{Z}_Y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \bar{I}_{L_A} = \dfrac{3\bar{V}_{AN}}{\bar{Z}_\Delta} = 3\dfrac{\left(\dfrac{\bar{V}_{AB}}{\sqrt{3}}\right)(1\angle -30°)}{\bar{Z}_\Delta} = \sqrt{3}\underbrace{\dfrac{\bar{V}_{AB}}{\bar{Z}_\Delta}}_{\bar{I}_{ph_A}}(1\angle -30°) \\ \bar{I}_{L_B} = 3\dfrac{\dfrac{\bar{V}_{BC}}{\sqrt{3}}(1\angle -30°)}{\bar{Z}_\Delta} = \sqrt{3}\underbrace{\dfrac{\bar{V}_{BC}}{\bar{Z}_\Delta}}_{\bar{I}_{ph_B}}(1\angle -30°) \\ \bar{I}_{L_C} = 3\dfrac{\dfrac{\bar{V}_{CA}}{\sqrt{3}}(1\angle -30°)}{\bar{Z}_\Delta} = \sqrt{3}\underbrace{\dfrac{\bar{V}_{CA}}{\bar{Z}_\Delta}}_{\bar{I}_{ph_C}}(1\angle -30°) \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} \bar{I}_{L_A} = \sqrt{3}\,\bar{I}_{ph_A}(1\angle -30°) \\ \bar{I}_{L_B} = \sqrt{3}\,\bar{I}_{ph_B}(1\angle -30°) \\ \bar{I}_{L_C} = \sqrt{3}\,\bar{I}_{ph_C}(1\angle -30°) \end{cases}}$$

Remarque : En amplitude, le courant de ligne est donc $\sqrt{3}$ fois supérieure au courant de phase lorsque la charge est couplée en triangle. Les courants de lignes sont également en retard de 30 ° par rapport aux courants de phases.



Analyses d'un circuit triphasé: Exercice d'application 2 (début)

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL
UNIVERSITÉ D'INGÉNIERIE

Exemple d'application 2 :

Calculez les phaseurs des courants de ligne et de phases pour un réseau triphasé à 600 V (prendre $\overline{V}_{AB}$ comme origine des phases. la charge triphasée est couplée en triangle avec $\overline{Z}_{\Delta} = 55{,}2 + j23,4\Omega$.

Solution de l'exemple d'application : $\overline{Z}_{\Delta} = 55{,}2 + j23,4\Omega \approx 60\angle 23\,°\,\Omega$

$$\overline{V}_{AB} = 600\angle 0° \Rightarrow \begin{cases} \overline{V}_{BC} = 600\angle -120° \\ \overline{V}_{CA} = 600\angle +120° \end{cases}$$

Méthode 1 : Calcul du courant de phase puis, le courant de ligne.

$$\begin{cases} \overline{V}_{AB} = 600\angle 0° \\ \overline{V}_{BC} = 600\angle -120° \\ \overline{V}_{CA} = 600\angle +120° \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overline{I}_{ph_A} = \dfrac{\overline{V}_{AB}}{\overline{Z}_{\Delta}} = \dfrac{600\angle 0°}{60\angle 23\,°} = \boxed{10\angle -23\,°\,A} \\ \overline{I}_{ph_B} = \dfrac{\overline{V}_{BC}}{\overline{Z}_{\Delta}} = \dfrac{600\angle -120°}{60\angle 23\,°} = \boxed{10\angle -143\,°A} \\ \overline{I}_{ph_C} = \dfrac{\overline{V}_{CA}}{\overline{Z}_{\Delta}} = \dfrac{600\angle +120°}{60\angle 23\,°} = \boxed{10\angle 97\,°A} \end{cases}$$

Déduction des courants de lignes : ils sont **en retard de 30 ° et sont $\sqrt{3}$ fois plus élevés**; ainsi on aura :

$$\begin{cases} \overline{I}_{L_A} = \sqrt{3}\,\overline{I}_{ph_A}(1\angle -30°) \\ \overline{I}_{L_B} = \sqrt{3}\,\overline{I}_{ph_B}(1\angle -30°) \\ \overline{I}_{L_C} = \sqrt{3}\,\overline{I}_{ph_C}(1\angle -30°) \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} \overline{I}_{L_1} = 17{,}32\angle -53°\,A \\ \overline{I}_{L_2} = 17{,}32\angle -173°\,A \\ \overline{I}_{L_3} = 17{,}32\angle 67°\,A \end{cases}}$$

Solution de l'exemple d'application : $\overline{Z}_{\Delta} = 55{,}2 + j23{,}4\Omega \approx 60\angle 23\,°\,\Omega$

$$\overline{V}_{AB} = 600\angle 0° \Rightarrow \begin{cases} \overline{V}_{BC} = 600\angle -120° \\ \overline{V}_{CA} = 600\angle +120° \end{cases}$$

Méthode 2 : Calcul du courant de ligne, ensuite le courant de phase.

L'impédance équivalente en étoile : $\overline{Z}_Y = \frac{\overline{Z}_{\Delta}}{3} = \frac{60\angle 23\,°}{3} = 20\angle 23\,°\Omega$

Les tensions de phase seront alors:

$$\begin{cases} \overline{V}_{AB} = 600\angle 0° \\ \overline{V}_{BC} = 600\angle -120° \\ \overline{V}_{CA} = 600\angle +120° \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overline{V}_{AN} = \frac{\overline{V}_{AB}}{\sqrt{3}}(1\angle -30°) = 346{,}41\angle -30° \\ \overline{V}_{BN} = \frac{\overline{V}_{BC}}{\sqrt{3}}(1\angle -30°) = 346{,}41\angle -150° \\ \overline{V}_{CN} = \frac{\overline{V}_{CA}}{\sqrt{3}}(1\angle -30°) = 346{,}41\angle 90° \end{cases}$$

Dans ce cas, on aura les courants de ligne comme suit :

$$\begin{cases} \overline{I}_{L_A} = \frac{\overline{V}_{AN}}{\overline{Z}_Y} \\ \overline{I}_{L_B} = \frac{\overline{V}_{BN}}{\overline{Z}_Y} \\ \overline{I}_{L_C} = \frac{\overline{V}_{CN}}{\overline{Z}_Y} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \overline{I}_{L_A} = \frac{346{,}41\angle -30°}{20\angle 23\,°} = \boxed{17{,}32\angle -53°\,A} \\ \overline{I}_{L_B} = \frac{346{,}41\angle -150°}{20\angle 23\,°} = \boxed{17{,}32\angle -173°\,A} \\ \overline{I}_{L_C} = \frac{346{,}41\angle 90°}{20\angle 23\,°} = \boxed{17{,}32\angle 67\,°\,A} \end{cases}$$

Courants de ligne obtenus

$$\begin{cases} \bar{I}_{L_A} = \dfrac{\bar{V}_{AN}}{\bar{Z}_Y} \\ \bar{I}_{L_B} = \dfrac{\bar{V}_{BN}}{\bar{Z}_Y} \\ \bar{I}_{L_C} = \dfrac{\bar{V}_{CN}}{\bar{Z}_Y} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \bar{I}_{L_A} = \dfrac{346{,}41\angle -30°}{20\angle 23°} = \boxed{17{,}32\angle -53°\ A} \\ \bar{I}_{L_B} = \dfrac{346{,}41\angle -150°}{20\angle 23°} = \boxed{17{,}32\angle -173°\ A} \\ \bar{I}_{L_C} = \dfrac{346{,}41\angle 90°}{20\angle 23°} = \boxed{17{,}32\angle 67°\ A} \end{cases}$$

Calculs des courants de phases

Les courants de ligne sont **en retard de 30** ° par rapport aux courants de phases et sont $\sqrt{3}$ fois supérieure aux courants de phase. Ainsi :

$$\begin{cases} \bar{I}_{ph_A} = \dfrac{\bar{I}_{L_A}}{\sqrt{3}}(1\angle +30°) = \boxed{10\angle -23°\ A} \\ \bar{I}_{ph_B} = \dfrac{\bar{I}_{L_B}}{\sqrt{3}}(1\angle +30°) = \boxed{10\angle -143°\ A} \\ \bar{I}_{ph_C} = \dfrac{\bar{I}_{L_C}}{\sqrt{3}}(1\angle +30°) = \boxed{10\angle 97°\ A} \end{cases}$$

Analyses d'un circuit triphasé: Exercice d'application 3 (début)

Exemple d'application 3

Une source triphasée équilibrée dont la tension de ligne est de 208 V alimente une charge triphasée d'impédance par phase $16 + j12\,\Omega$. Prendre $\overline{V}_{AB}$ comme origine des phases.

1. Calculez les phaseurs du courant de ligne si les impédances sont en étoile.
2. Calculez les phaseurs du courant de ligne si les impédances sont en triangle.

Solution de l'exemple

Calculs préliminaires

- Puisque $\overline{V}_{AB}$ est prise comme origine des phases, on aura:

$$\overline{V}_{AB} = 208\angle 0°\ V \Rightarrow \begin{cases} \overline{V}_{BC} = 208\angle -120°\ V \\ \overline{V}_{CA} = 208\angle +120°\ V \end{cases}$$

- Les tensions de lignes sont en avance de 30 ° par rapport aux tensions de phases correspondantes et ont une amplitude $\sqrt{3}$ fois supérieure et donc :

$$\begin{cases} \overline{V}_{AB} = 208\angle 0°\ V \\ \overline{V}_{BC} = 208\angle -120°\ V \\ \overline{V}_{CA} = 208\angle +120°\ V \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overline{V}_{AN} = 120\angle -30°\ V \\ \overline{V}_{BN} = 120\angle -150°\ V \\ \overline{V}_{CN} = 120\angle +90°\ V \end{cases}$$

- La forme polaire de l'impédance de charge par phase est :

$$\overline{Z} = 16 + j12\,\Omega = 20\angle 36.87°\,\Omega$$

Solution de l'exemple 3 (suite)

1. Courant de ligne si les impédances sont couplées en étoile

Chaque impédance est soumise à la tension de phase et le courant de ligne est celui qui parcourt directement l'impédance (Loi d'Ohm):

$$\begin{cases} \bar{I}_{L_A} = \bar{I}_{A_Y} = \dfrac{\bar{V}_{AN}}{\bar{Z}} = \dfrac{120\angle -30°}{20\angle 36{,}87°} = \boxed{6\angle -66{,}87°\ A} \\ \bar{I}_{L_B} = \bar{I}_{B_Y} = \dfrac{\bar{V}_{BN}}{\bar{Z}} = \dfrac{120\angle -150°}{20\angle 36{,}87°} = \boxed{6\angle -186{,}87°\ A} \\ \bar{I}_{L_C} = \bar{I}_{C_Y} = \dfrac{\bar{V}_{CN}}{\bar{Z}} = \dfrac{120\angle +90°}{20\angle 36{,}87°} = \boxed{6\angle 53{,}13°\ A} \end{cases}$$

2. Courant de ligne si les impédances sont couplées en triangle

Chaque impédance est soumise à la tension de ligne et parcourue par les courants de phase.

$$\begin{cases} \bar{I}_{ph_A} = \dfrac{\bar{V}_{AB}}{\bar{Z}} = \dfrac{208\angle 0°}{20\angle 36{,}87°} = 10{,}4\angle -36{,}87°\ A \\ \bar{I}_{ph_B} = \dfrac{\bar{V}_{BC}}{\bar{Z}} = \dfrac{208\angle -120°}{20\angle 36{,}87°} = 10{,}4\angle -156{,}87°\ A \\ \bar{I}_{ph_C} = \dfrac{\bar{V}_{CA}}{\bar{Z}} = \dfrac{208\angle +120°}{20\angle 36{,}87°} = 10{,}4\angle 83{,}13°\ A \end{cases}$$

Courants de ligne comme suit :

$$\begin{cases} \bar{I}_{A_\Delta} = \sqrt{3}\,\bar{I}_{ph_A}(1\angle -30°) \\ \bar{I}_{B_\Delta} = \sqrt{3}\,\bar{I}_{ph_B}(1\angle -30°) \\ \bar{I}_{C_\Delta} = \sqrt{3}\,\bar{I}_{ph_C}(1\angle -30°) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \bar{I}_{A_\Delta} = \sqrt{3}(10{,}4\angle -36{,}87°)(1\angle -30°) = \boxed{18\angle -66{,}87°\ A} \\ \bar{I}_{B_\Delta} = \sqrt{3}(10{,}4\angle -156{,}87°)(1\angle -30°) = \boxed{18\angle -186{,}87°\ A} \\ \bar{I}_{C_\Delta} = \sqrt{3}(10{,}4\angle 83{,}13°)(1\angle -30°) = \boxed{18\angle 53{,}13°\ A} \end{cases}$$

Puissances en triphasé: puissance instantanée

Considérons une source triphasée équilibrée couplée en étoile et une charge triphasée équilibrée **purement résistive**.

- **1ere phase**

$$p_A(t) = \frac{v_{AN}^2(t)}{R} = \frac{V_{m_A}^2}{2R}(1 + \cos(2\omega t)) = \frac{V_{ph}^2}{R}(1 + \cos(2\omega t))$$

- 2e et 3e phase:

$$\begin{cases} p_B(t) = \dfrac{v_{BN}^2(t)}{R} = \dfrac{V_{ph}^2}{R}\left(1 + \cos\left(2\omega t - \dfrac{2\pi}{3}\right)\right) \\ p_C(t) = \dfrac{v_{CN}^2(t)}{R} = \dfrac{V_{ph}^2}{R}\left(1 + \cos\left(2\omega t + \dfrac{2\pi}{3}\right)\right) \end{cases}$$

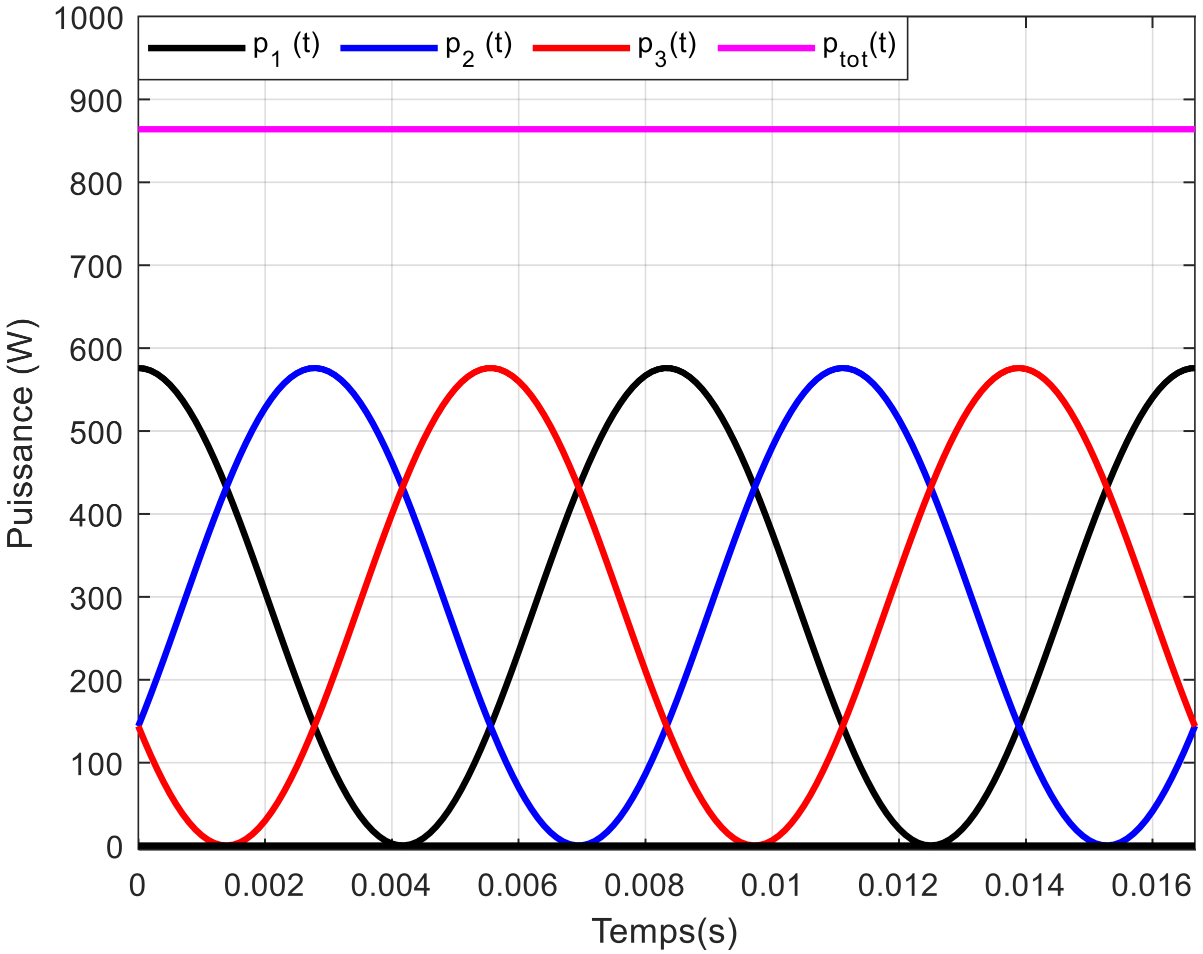
- Puissance totale

$$p(t) = p_A(t) + p_B(t) + p_C(t) = \frac{V_{ph}^2}{R}\left[3 + \underbrace{\cos(2\omega t) + \cos\left(2\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(2\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)}_{\Downarrow \; \mathbf{0}}\right]$$

$$\boxed{p(t) = \frac{3V_{ph}^2}{R} = \text{Constante}}$$

Puissances en triphasé: puissance instantanée constante

$$\begin{cases} p_A(t) = \dfrac{v_{AN}^2(t)}{R} = \dfrac{V_{ph}^2}{R}(1+\cos(2\omega t)) \\ p_B(t) = \dfrac{v_{BN}^2(t)}{R} = \dfrac{V_{ph}^2}{R}\left(1+\cos\left(2\omega t - \dfrac{2\pi}{3}\right)\right) \\ p_C(t) = \dfrac{v_{CN}^2(t)}{R} = \dfrac{V_{ph}^2}{R}\left(1+\cos\left(2\omega t + \dfrac{2\pi}{3}\right)\right) \end{cases}$$



$$R = 50\,\Omega\,;\; V_{AB} = 208\,V$$

Puissances en triphasé: Bilan de puissance

❑ Puissance réelle ou active

- ✓ Puissance réelle par phase

$$P_{\mathrm{ph}} = V_{\mathrm{ph}}.I_{\mathrm{ph}}\cos\varphi$$

- ✓ Puissance réelle sur les 3 phases :

$$P_{\mathrm{tot}} = 3P_{\mathrm{ph}} = 3V_{\mathrm{ph}}.I_{\mathrm{ph}}\cos\varphi$$

❑ Puissance réactive

- ✓ Puissance réactive par phase

$$Q_{\mathrm{ph}} = V_{\mathrm{ph}}.I_{\mathrm{ph}}\sin\varphi$$

- ✓ Puissance réactive sur les 3 phases :

$$Q_{\mathrm{tot}} = 3Q_{\mathrm{ph}} = 3V_{\mathrm{ph}}.I_{\mathrm{ph}}\sin\varphi$$

❑ Puissance apparente complexe totale

$$\overline{S}_{\mathrm{tot}} = P_{\mathrm{tot}} + jQ_{\mathrm{tot}} = 3\overline{V}_{\mathrm{ph}_i}\left(\overline{I}_{\mathrm{ph}_i}\right)^*$$

i dans cette équation représente le numéro de phase. Le module de la puissance apparente complexe qui est la puissance apparente vaudra alors : $S_{\mathrm{tot}} = \sqrt{P_{\mathrm{tot}}^2 + Q_{\mathrm{tot}}^2} = 3V_{\mathrm{ph}}.I_{\mathrm{ph}}$

❑ Facteur de puissance

$$FP = \cos\varphi = \frac{P_{\mathrm{tot}}}{S_{\mathrm{tot}}} = \frac{3P_{\mathrm{ph}}}{3S_{\mathrm{ph}}} = \frac{P_{\mathrm{ph}}}{S_{\mathrm{ph}}}$$

Rappel: φ qui aussi est le **déphasage entre le courant qui parcourt un élément et la tension correspondante à ses bornes**.

Puissances en triphasé: Bilan de puissance selon les cas Y-Δ

1er cas : si la charge est couplée en étoile, on aura :

$$\begin{cases} V_{ph} = \dfrac{V_L}{\sqrt{3}} \\ I_{ph} = I_L \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_{tot} = \sqrt{3}.V_L.I_L \cos\varphi \\ Q_{tot} = \sqrt{3}.V_L.I_L \sin\varphi \\ S_{tot} = \sqrt{3}.V_L.I_L \end{cases}$$

2e cas : si le charge est couplée en triangle, on aura :

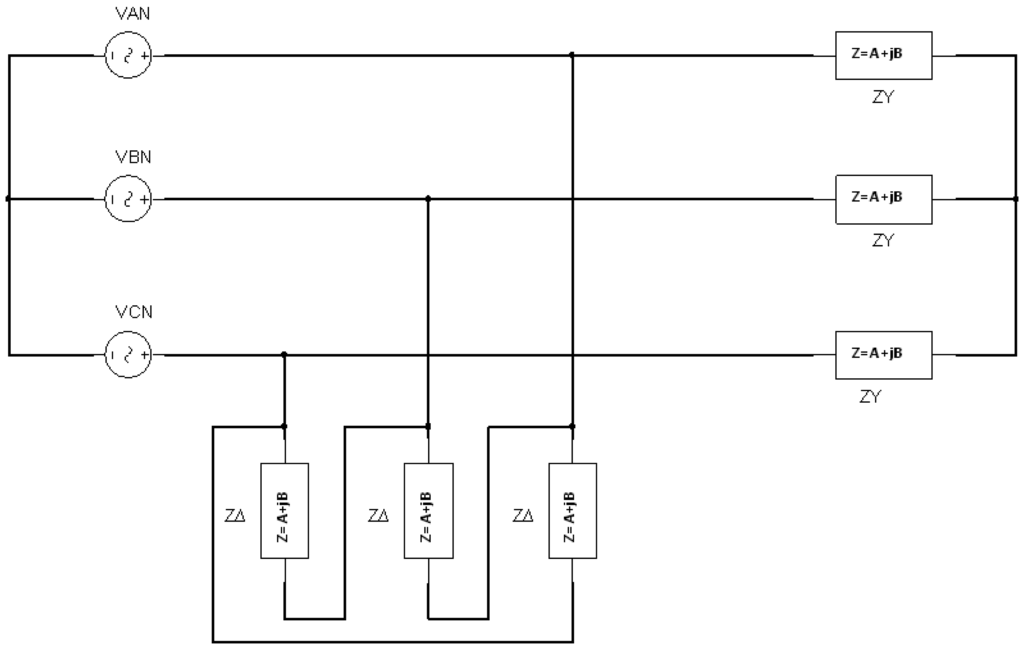
$$\begin{cases} V_{ph} = V_L \\ I_{ph} = \dfrac{I_L}{\sqrt{3}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_{tot} = \sqrt{3}V_L.I_L \cos\varphi \\ Q_{tot} = \sqrt{3}V_L.I_L \sin\varphi \\ S_{tot} = \sqrt{3}V_L.I_L \end{cases}$$

En conclusion indépendamment du couplage

$$\begin{cases} P_{tot} = \sqrt{3}V_L.I_L FP \\ Q_{tot} = \sqrt{3}V_L.I_L \sin\varphi \\ S_{tot} = \sqrt{3}V_L.I_L \end{cases} ; \bar{S}_{tot} = P_{tot} + jQ_{tot}$$

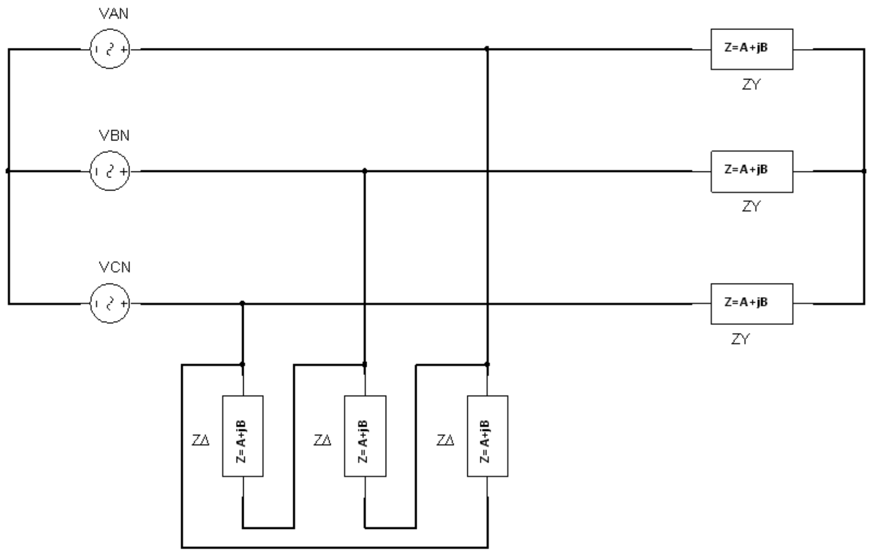
Exemple d'application 4

Pour le réseau de 208 V, ci-contre la charge 1 est couplée en triangle avec $\overline{Z}_{\Delta} = 8 + j6\ \Omega = 10\angle 36{,}87°\ \Omega$. La charge 2 est couplée en étoile avec : $\overline{Z}_{Y} = 12.7\ \Omega$. Calculez le courant, la puissance réelle et la puissance réactive fournies par la source triphasée aux charges ci-dessous en parallèle.



Puissances en triphasé: Solution de l'exemple d'application 4 (début)

- **Analyse de la charge couplée en triangle**



Son impédance est $Z_\Delta = 10\,\Omega$ et elle est parcourue par les courants de phase dont la valeur efficace s'obtient comme suit :

$$I_{ph} = \frac{V_L}{Z_\Delta} = \frac{208}{10} = 20{,}8\ A \ \Rightarrow I_{L_\Delta} = I_{ph}\sqrt{3} = 36.027\ A$$

L'angle de l'impédance permet d'obtenir de facteur de puissance comme suit :

$$FP = \cos(36.87°) = 0.8$$

On obtient alors la puissance réelle (active) de cette charge comme suit :

$$P_\Delta = \sqrt{3}V_L.I_{L_\Delta}.FP = \sqrt{3} \times 208 \times 36.027\ \times 0{,}8 = 10383\ W$$

La puissance réactive de cette charge sera :

$$Q_\Delta = P_\Delta \tan\varphi = 10383 \times \tan(36{,}87°) = 7787.5\ \text{var}$$

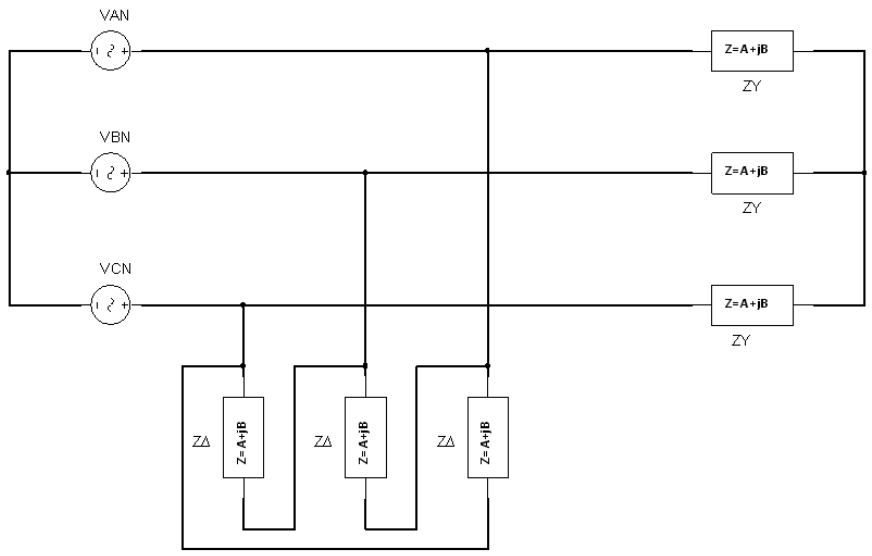
- **Analyse de la charge couplée en étoile.**

Elle est purement résistive avec une impédance de $Z_Y = 12{,}7\,\Omega$. Dans un couplage étoile, chaque impédance est soumise à la tension de phase et directement parcourue par le courant de ligne. On obtient alors :

$$I_{L_Y} = \frac{V_{ph}}{Z_Y} = \frac{120}{12{,}7} \approx 9{,}45\ A$$

Le facteur de puissance est unitaire car cette charge est purement résistive. Ainsi on aura :

$$\begin{cases} P_Y = \sqrt{3}V_L.I_{L_Y}.FP = \sqrt{3} \times 208 \times 9{,}45\ \times 1 = 3404{,}1\ W \\ Q_Y = 0 \text{ (car purement résistive)} \end{cases}$$



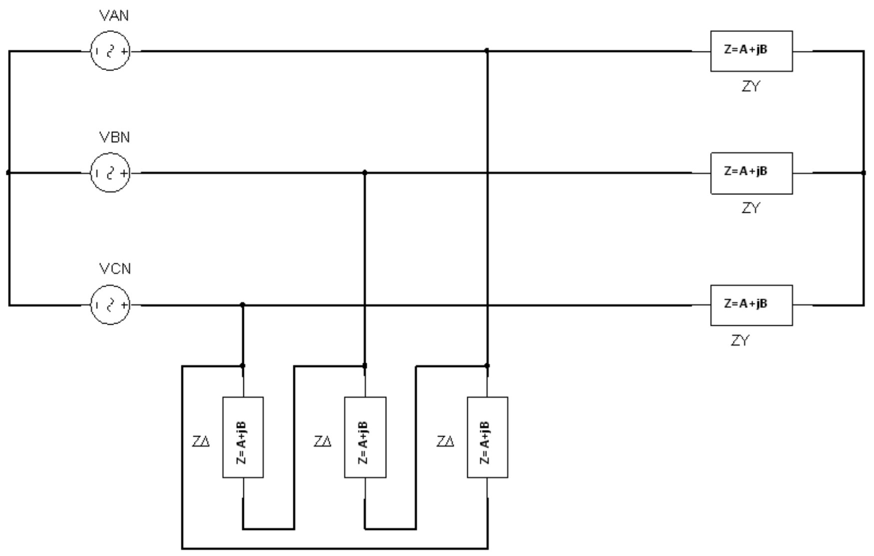
Puissances en triphasé: Solution de l'exemple d'application 4 (fin)

Le bilan de puissance donne alors :

$$\begin{cases} P_{\text{tot}} = P_{\Delta} + P_Y = \boxed{13787\ W} \\ Q_{\text{tot}} = Q_{\Delta} + Q_Y = \boxed{7787.5\text{ var}} \end{cases} \Rightarrow S_{\text{tot}} = \sqrt{P_{\text{tot}}^2 + Q_{\text{tot}}^2}$$

$$= 15833{,}3\ VA$$

$$FP = \frac{P_{\text{tot}}}{S_{\text{tot}}} = \frac{13785{,}8}{15833{,}3} = 0.87\text{ retard}$$

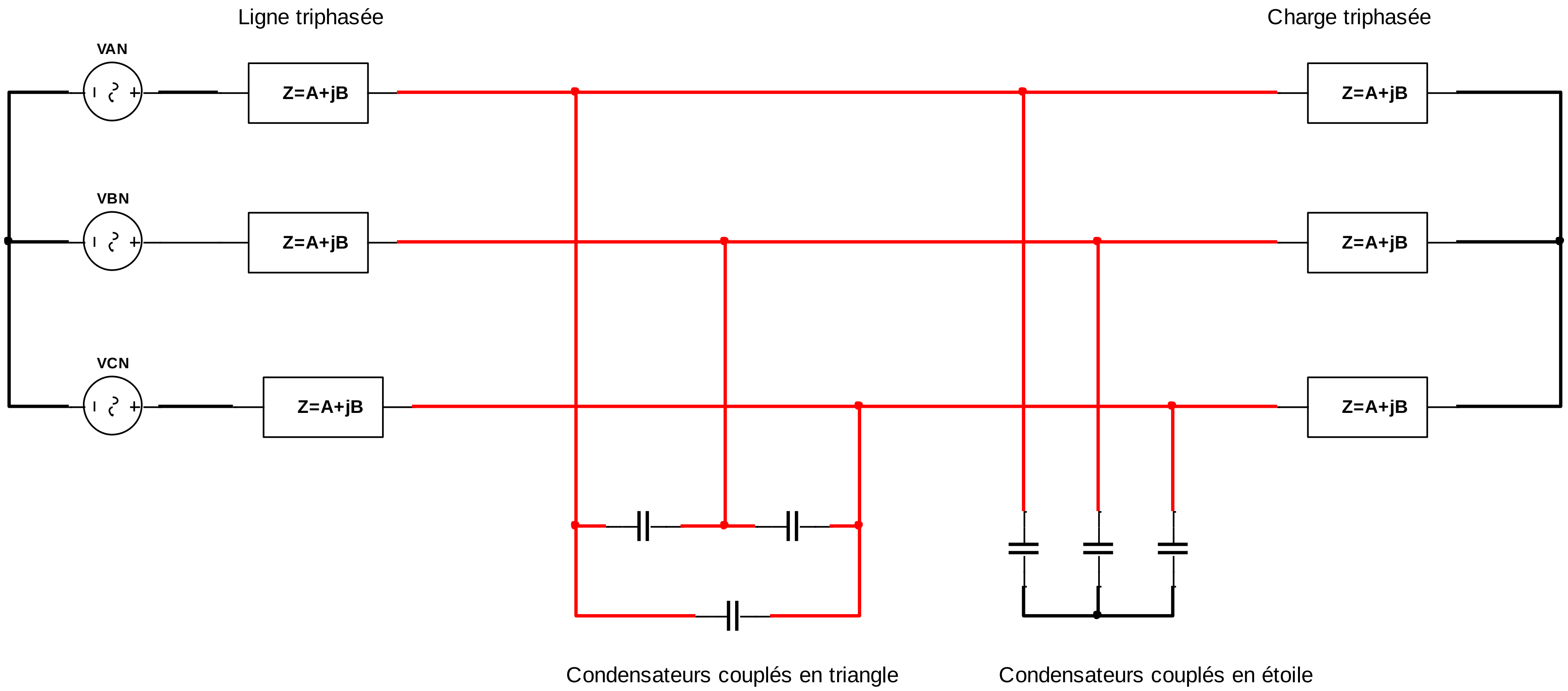


Le courant de ligne se calcule comme suit :

$$S_{\text{tot}} = \sqrt{3}V_L.I_L \Rightarrow I_L = \frac{S_{\text{tot}}}{\sqrt{3}V_L} = \frac{15833{,}3}{\sqrt{3}\times 208} = \boxed{43.949\ A}$$

Puissances en triphasé: Compensation de la puissance réactive

La technique est identique au cas monophasé; mais il faut utiliser **trois condensateurs** pouvant être raccordés en **triangle** ou en **étoile**

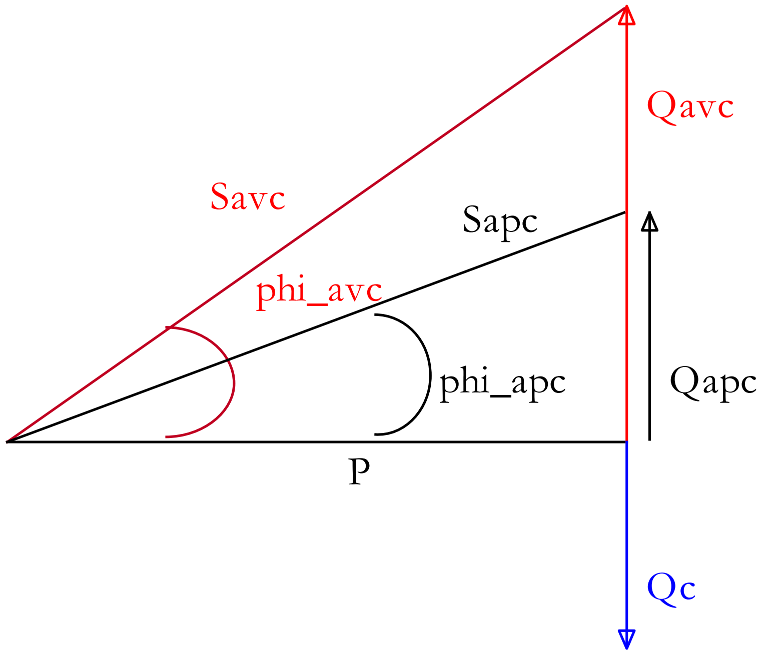


Puissances en triphasé: Compensation de la puissance réactive

- Le bilan de puissance après compensation permet de déterminer la puissance réactive des condensateurs comme suit :

$$Q_C = Q_{\text{apc}} - Q_{\text{avc}}$$

- $\boldsymbol{Q_{\text{apc}}}$ qui est la puissance réactive restante **ap**rès **c**ompensation
- $\boldsymbol{Q_{\text{avc}}}$ la puissance réactive **av**ant **c**ompensation. Ces puissances peuvent être déterminées directement à partir du triangle de puissance avant et après compensation.



$$Q_C = P\left(\tan\varphi_{\text{apc}} - \tan\varphi_{\text{avc}}\right)$$

Puissances en triphasé: Compensation de la puissance réactive

1er cas : si les condensateurs sont couplés en **triangle** alors, chaque condensateur sera alimenté par la tension de ligne; ce qui donne :

$$Q_C = 3\frac{V_L^2}{X_C} \Rightarrow X_C = 3\frac{V_L^2}{Q_C} \Rightarrow \underbrace{X_C}_{-\frac{1}{C_\Delta \omega}} = 3\frac{V_L^2}{Q_C}$$

$$\Rightarrow C_\Delta = -\frac{Q_C}{3\omega V_L^2}$$

2e cas : si les condensateurs sont couplés en **étoile** alors, chaque condensateur sera alimenté par la tension de phase; ce qui donne :

$$Q_C = 3\frac{V_{\text{ph}}^2}{X_C} \Rightarrow X_C = 3\frac{\left(\frac{V_L}{\sqrt{3}}\right)^2}{Q_C} \Rightarrow \underbrace{X_C}_{-\frac{1}{C_Y \omega}} = \frac{V_L^2}{Q_C} \Rightarrow C_Y = -\frac{Q_C}{\omega V_L^2}$$

Remarque : pour une même quantité de puissance à compenser sur un même réseau, on a : $C_Y = 3C_\Delta$.

Exemple d'application 5

On mesure la puissance consommée par une machine triphasée dont les phases sont équilibrées et on obtient : $P = 500\ W$, $Q = 1212.435\ \text{var}$. La tension du réseau triphasé est de 208 V.

1. Le récepteur est-il plutôt inductif ou capacitif ? Justifier votre réponse.
2. Quel est le facteur de puissance du récepteur ?
3. Quelle est la valeur du condensateur à connecter en étoile pour améliorer le facteur de puissance à 0,9 retard.

Puissances en triphasé: Solution de l'exemple d'application 5

Données : $P = 500\ W$, $Q = 1212{,}435$ var. La tension du réseau triphasé est de 208 V.

1. Nature du récepteur: **Inductif car $Q > 0$**

2. Facteur de puissance

$$FP = \frac{P}{S} \quad \text{avec } S = \sqrt{P^2 + Q^2} \Rightarrow S = \sqrt{(300)^2 + (1212{,}435)^2} = 1248{,}99 \approx 1249\ VA \Rightarrow FP = \frac{300}{1249} = 0{,}24$$

$$\boxed{FP = \ 0.24 \text{ retard}}$$

3. Amélioration du facteur de puissance

Avec les données du problème, on aura : $\begin{cases} \varphi_{\text{apc}} = \text{acos}(0{,}9) = 25{,}842° \\ \varphi_{\text{avc}} = \text{acos}(0{,}24) = 76{,}11° \end{cases}$

La puissance réactive du condensateur sera de :

$$Q_C = P\left(\tan \varphi_{\text{apc}} - \tan \varphi_{\text{avc}}\right) = 500(\tan 25.842° - \tan 76.11°) = -1780 \text{ var}$$

$$C_Y = -\frac{Q_C}{\omega V_L^2} = -\frac{-1780}{377 \times (208)^2} = \boxed{109.134\ \mu F}$$

Merci pour votre aimable attention

À venir

Cours 7: Transformateurs